

**ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА**

P2-87-217

В.А.Бейлин*, В.А.Нестеренко*, А.В.Радюшкин

ФОРМФАКТОР К-МЕЗОНА ПРИ МАЛЫХ Q^2

Направлено в "International Journal of Modern Physics"

* Ростовский государственный университет

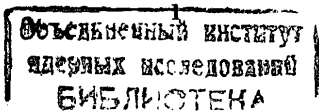
1987

1. Введение

Исследованию электромагнитных формфакторов мезонов посвящается значительное количество экспериментальных и теоретических работ в физике высоких энергий. Используются различные подходы - асимптотические методы ^{/1,2/}, киральная модель ^{/5/}, нелокальная модель кварков ^{/4/}, идеи кварк-адронной дуальности ^{/5/}, позволяющие получать результаты в широкой области передач импульса Q^2 . Так, в "асимптотической" области ($Q^2 \gg 1 \text{ ГэВ}^2$) правила кваркового счета ^{/6/} предсказывают для формфактора мезона поведение $\sim 1/Q^2$. Однако более детальный анализ ^{/7/} указывает, что при $Q^2 \leq 20 \text{ ГэВ}^2$ недостаточно опираться только на наличие асимптотической свободы, а необходимо учитывать и анализировать непертурбативные эффекты. Явным образом включить их в рассмотрение позволяет метод правил сумм КХД ^{/8/}, обобщенный на случай формфакторов при промежуточных передачах импульса в ^{/9,10/}. Однако при малых и больших Q^2 построение правил сумм (ПС) для формфакторов встречается с определенными трудностями. В этих областях необходимо модифицировать ПС путем дополнительной факторизации вкладов больших и малых расстояний ^{/9-II/}. С помощью техники анализа асимптотик фейнмановских диаграмм ^{/14/} можно последовательно выделить вклады, характерные для определенных интервалов Q^2 и адекватно отражающие динамику амплитуд в этих областях. Учет таких вкладов позволяет "сшить" между собой различные диапазоны Q^2 при количественном описании формфактора мезона.

В настоящей работе метод исследования адронных формфакторов при малых Q^2 , развитый в ^{/13/} на примере формфактора пиона, будет применен для расчета формфакторов K^+ - и K^0 -мезонов при малых передачах ($0 \leq Q^2 \leq m_p^2$) и определения зарядовых радиусов мезонов.

В разделе 2 мы получаем ПС для формфактора K^+ , K^0 -мезона в области умеренных $Q^2 \gg m_p^2$. В разделе 3 анализируются ПС при $Q^2 \sim 0$, откуда находятся значения $\langle \tau_{K^+}^2 \rangle$ и $\langle \tau_{K^0}^2 \rangle$. Результаты суммируются и кратко обсуждаются в Заключении.



2. Формфактор К-мезона в промежуточной области Q^2

Исходным объектом для анализа формфактора мезона в методе ПС КХД является трехтоковый коррелятор, представляемый в виде

$$P_{\mu\alpha\beta} T_{\mu\alpha\beta}(p_1^2, p_2^2) = \frac{n_\alpha n_\beta n_\mu}{2(n_P)^3} i^2 \int d^4x d^4y e^{-i p_1 x + i p_2 y} \quad (I)$$

$$\cdot \langle 0 | T \{ j_\beta(y) j_\mu(0) j_\alpha^+(x) \} | 0 \rangle,$$

где токи, соответствующие К-мезону, имеют вид

$$j_\alpha = \bar{s} \gamma_\alpha \gamma_5 u; \quad j_\mu = e_u \bar{u} \gamma_\mu u - e_s \bar{s} \gamma_\mu s; \quad e_u = 2/3, e_s = -1/3.$$

Для K^0 -мезона заменяем $u \rightarrow d$, $e_u \rightarrow e_d$. Здесь n_α - светоподобный вектор, такой, что $n^2 = 0$ и $n \not{p} = n(p_2 - p_1) = 0$.

В данном случае задача решается в системе бесконечного импульса, где $p_{1\mu} = p_{1\mu} \rightarrow \infty$, $q_\mu = q_{\mu} -$ конечно, и основной вклад в $T(p_1^2, p_2^2)$ дает структура $\sim P_\mu P_\alpha P_\beta$ ($P = (p_1 + p_2)/2$), в связи с чем в (I) и взята проекция на $P_{\mu\alpha\beta} = n_\alpha n_\beta n_\mu / 2(n_P)^3$.

Амплитуда (I) может быть рассчитана в глубоко евклидовой области $p_1^2, p_2^2, Q^2 < -1 \text{ ГэВ}^2$, для связи же с областью реальных физических состояний $p_1^2, p_2^2 > 0$ используется двойное дисперсионное соотношение

$$T(p_1^2, p_2^2, Q^2) = \frac{1}{\pi^2} \int_0^\infty ds_1 \int_0^\infty ds_2 \frac{\rho(s_1, s_2, Q^2)}{(s_1 - p_1^2)(s_2 - p_2^2)} + \text{вычитания.} \quad (2)$$

Явный вид вычитательных членов - полиномов по p_1^2 и p_2^2 - несуществен, так как после преобразования Бореля их вклад равен нулю.

Полагая $m_u = m_d = 0$ (по сравнению с m_s), из диаграммы рис. I находим в нулевом порядке по α_s :

$$\rho^{\text{перг}}(M_1^2, M_2^2, Q^2) \equiv \hat{B}(-p_1^2 \rightarrow M_1^2) \hat{B}(-p_2^2 \rightarrow M_2^2) T^{\text{перг}}(p_1^2, p_2^2, Q^2) =$$

$$= \frac{3}{2\pi^2(M_1^2 + M_2^2)} \int_0^1 dx \cdot x \bar{x} e^{-\frac{Q^2}{M_1^2 + M_2^2} x} \left[e_u \cdot e^{-\frac{M_1^2}{x} \left(\frac{1}{M_1^2} + \frac{1}{M_2^2}\right)} - e_s e^{-\frac{M_2^2}{x} \left(\frac{1}{M_1^2} + \frac{1}{M_2^2}\right)} \right]. \quad (3)$$

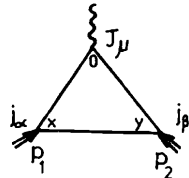


Рис. I

Здесь переменная x ($\bar{x} = 1 - x$) в системе бесконечного импульса имеет смысл доли продольного импульса К-мезона, приходящейся на кварк. Явный вид $\rho(s_1, s_2, Q^2)$ из (2) можно найти, применяя к (3) обратное преобразование Лапласа (см. Приложение):

$$\rho^{\text{перг}}(s_1, s_2, Q^2) = \frac{3}{4} t^2 (\ell_u - \ell_s) \cdot$$

$$\times \left[\left(\frac{d}{dt} \right)^2 + \frac{t}{3} \left(\frac{d}{dt} \right) \right] \left((s_1 + s_2 + t)^2 - 4s_1 s_2 \right)^{-1/2} + \tilde{\rho}(s_1, s_2, t, m_s^2), \quad (4)$$

где $t \equiv Q^2$ и $\tilde{\rho}$ - вклад, исчезающий при $m_s^2 \rightarrow 0$:

$$\tilde{\rho}(s_1, s_2, t, m_s^2) = \frac{3}{2} t^2 \frac{m_s^2}{Z^{3/2}} \left\{ 6(\ell_s - \ell_u) \cdot \right.$$

$$\times \left[\frac{m_s^2}{Z} - t \frac{m_s^2 (s_1 + s_2 + t)}{Z^2} \right] + (\ell_u + \ell_s) \left[\frac{6(s_1 + s_2 + t) + 3t}{Z} - \right. \quad (5)$$

$$\left. - 5t \frac{3(s_1 + s_2 + t)^2 + 4m_s^4}{Z^2} \right] + 2\ell_s \left[\frac{3(s_1 + s_2 + t + 2m_s^2)}{Z} - \right.$$

$$\left. - \frac{1}{t} \right] \left. \right\}.$$

Здесь обозначено: $Z = (s_1 + s_2 + t)^2 - 4s_1 s_2$. Первый член в (4) в точности совпадает с двойной спектральной плотностью для π -мезона /IO, I5/. Выражение (5) может использоваться для анализа поведения формфактора в модели локальной дуальности

$$f_K^2 F_K(t) = \frac{1}{\pi^2} \int_0^{s_{01}} ds_1 \int_0^{s_{02}} ds_2 \rho^{\text{перг}}(s_1, s_2, t, m_s^2). \quad (6)$$

Для пиона это приближение дает неплохие результаты /IO, I5/. При малых Q^2 , однако, необходимо использовать борелевские ПС:

$$\frac{f_K^2 F_K(t)}{M_1^2 M_2^2} + \dots = \frac{1}{\pi^2 M_1^2 M_2^2} \int_0^\infty ds_1 \int_0^\infty ds_2 \rho^{\text{перг}}(s_1, s_2, t, m_s^2) \cdot$$

$$\cdot e^{-s_1/M_1^2} e^{-s_2/M_2^2} + A_1(M_1^2, M_2^2) \langle \bar{\psi} \psi \rangle + B \langle \bar{G}^2 \rangle + A_2 \langle \bar{\psi} \psi \rangle^2. \quad (7)$$

Таким образом, отличие $\rho^{физ.}$ от $\rho^{перт.}$ описывается степенными поправками $\sim \langle \bar{u}u \rangle$, $\langle \bar{d}d \rangle$, $\langle \bar{s}s \rangle$, $\langle G G \rangle$. Расчет коэффициентов функций А и В производится стандартным методом (соответствующие диаграммы показаны на рис.2). Для удобства дальнейшего анализа положим везде $-p_1^2 = -p_2^2 = S$ и проведем однократное преобразование Бореля. В результате находим:

$$\begin{aligned} & \left[f_K \frac{F_K(t)}{M^2} + C_K(t) \right] e^{-\frac{M_K^2}{M^2}} + \left[f_{K'} \frac{F_{K'}(t)}{M^2} + C_{K'}(t) \right] e^{-\frac{M_{K'}^2}{M^2}} = \\ & = \frac{3}{2\pi^2} \int_0^1 dx \int_0^1 ds \cdot x \bar{x} e^{-\frac{t}{M^2} \bar{s} s \frac{x}{x}} \left[l_u e^{-\frac{m_s^2}{M^2 x}} - l_s e^{-\frac{m_s^2}{M^2 \bar{x}}} \right] + l_u \frac{m_s \langle \bar{s}s \rangle}{M^4} \quad (8) \\ & + \left(\frac{16}{81} + \frac{8}{243} \frac{t}{M^2} \right) \frac{\bar{u}ds}{M^6} (l_u \langle \bar{s}s \rangle^2 - l_s \langle \bar{u}u \rangle^2) + \frac{l_u \cdot t}{18 \cdot M^6} (m_s^2 \langle \bar{s}s \rangle - m_s \cdot \\ & \cdot \langle ig \bar{s} \bar{g}_{\mu\nu} \frac{\lambda^a}{2} G_{\mu\nu}^a s \rangle) - \frac{32}{81} \frac{\bar{u}ds}{M^4} \left(\frac{l_u \langle \bar{u}u \rangle^2}{t} - \frac{l_s \langle \bar{s}s \rangle^2}{t + m_s^2} \right) + \\ & + \frac{2}{3} \frac{l_s}{(t + m_s^2) M^4} (m_s^3 \langle \bar{s}s \rangle - m_s \langle ig \bar{s} \bar{g}_{\mu\nu} \frac{\lambda^a}{2} G_{\mu\nu}^a s \rangle) \\ & + \frac{\langle \frac{d_s}{\pi} G^2 \rangle}{24 M^4} + O\left(\frac{m_s^2}{M^2}, \frac{t}{M^2}\right). \end{aligned}$$

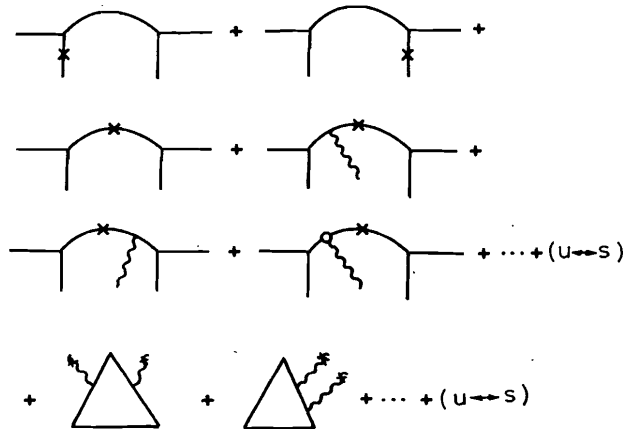


Рис. 2

В физической спектральной плотности мы выделяем низшие состояния, а именно: $F_K(t)$ - фактор K -мезона, $C_K(t)$ - фактор перехода

K -мезона в другие состояния; вышележащие состояния и континуум описываются эффективными формфакторами $F_{K'}(t)$ и $C_{K'}(t)$. Масса и вычет эффективного резонанса $M_{K'}$ и $f_{K'}$ находятся из ПС для 2-токового коррелятора:

$$\begin{aligned} f_{K'}^2 e^{-\frac{M_{K'}^2}{M^2}} + f_{K'}^2 e^{-\frac{M_{K'}^2}{M^2}} = M^2 \cdot \frac{3}{2\pi^2} \int_0^1 dx \cdot x \bar{x} e^{-\frac{m_s^2}{M^2 x}} + \\ + \frac{m_s \langle \bar{s}s \rangle}{M^2} + \frac{1}{3} \frac{m_s^3 \langle \bar{s}s \rangle}{M^4} + \frac{16}{81} \frac{\bar{u}ds}{M^4} (\langle \bar{s}s \rangle^2 + \langle \bar{u}u \rangle^2) + \\ + \frac{32}{27} \frac{\bar{u}ds \langle \bar{s}s \rangle \langle \bar{u}u \rangle}{M^4} + \frac{\langle \frac{d_s}{\pi} G^2 \rangle}{12 M^2} + O(m_s^2/M^2). \quad (9) \end{aligned}$$

Вычисляя для (9) пертурбативную плотность

$$\rho_2^{перт}(s) = \frac{1}{4} \left(1 - 3 \frac{m_s^2}{s^2} + 2 \frac{m_s^4}{s^4} \right)$$

и вводя параметр порога континуума S_0 , дифференцируем (9) по $1/M^2$ один и два раза, а затем, комбинируя полученные выражения, записываем ПС для величин $M_{K'}^2 (M_{K'}^2 - M_K^2) f_{K'}^2 e^{-(M_{K'}^2 - M_K^2)/M^2}$ и $(M_{K'}^2 - M_K^2) f_{K'}^2 e^{-(M_{K'}^2 - M_K^2)/M^2}$. Обработывая эти ПС при значениях параметров (см. также [23,24]);

$$m_s \approx 150 \text{ МэВ}, \quad M_K \approx 0.5 \text{ ГэВ},$$

$$\begin{aligned} \langle \frac{d_s}{\pi} G^2 \rangle = 0.012 \text{ ГэВ}^4, \quad \langle \bar{u}u \rangle = -(0.25)^3 \text{ ГэВ}^3, \\ \langle \bar{s}s \rangle \approx 0.8 \cdot \langle \bar{u}u \rangle, \end{aligned} \quad (10)$$

находим: $M_{K'} = 1,4 \pm 0,1 \text{ ГэВ}$, а также $f_{K'} = 230 \pm 20 \text{ МэВ}$, что хорошо согласуется с результатом работы [18] и с экспериментом [19].

В пределе $m_s \rightarrow 0$ ПС(8) переходят в соответствующие ПС для $\bar{\eta}$ -мезона [9,10], однако экспериментальные данные для $F_{K'}(t)$ известны лишь при $t \leq 0,1 \text{ ГэВ}^2$ [20], поэтому предсказания ПС(8) сравнивать пока не с чем. Анализ же, аналогичный [13], показывает, что при малых t (~ 0) появляются и массовые сингулярности $\sim \ln t, \ln m_s^2$, указывающие на необходимость дополнительной факторизации вкладов. Кроме того, из тождеств Уорда следует, что при $t=0$ ПС(18) должны переходить в ПС(9) (см. [13,21]), что явно не выполняется, и поэтому не будет правильной нормировки $F_K(0) = 1$.

Совокупность этих фактов приводит к выводу о необходимости дополнительных вкладов в ПС(8) при $t < m_p^2$, обеспечивающих регулярный переход к $t=0$, правильную нормировку фактора и возможность определения электромагнитного радиуса мезона.

3. ПС для формфактора и радиуса К-мезона

Для рассмотрения непертурбативных эффектов на расстояниях $\sim 1/t$, где уже незаконно использование асимптотической свободы, необходима дополнительная факторизация вкладов больших и малых расстояний, при проведении которой мы будем опираться на технику анализа асимптотических диаграмм Фейнмана, развитую в [14, 22].

Наличие дополнительных вкладов в кинематике $|p_1^2| = |p_2^2| = s \gg t$ иллюстрируется рис. 3, где обведены участки, соответствующие малым расстояниям. Для вычисления вклада диаграммы рис. 3а можно использовать обычную теорию возмущений, однако в диаграмме 3б большой импульс $\sim \sqrt{s}$ протекает через К-мезонные вершины, не затрагивая фотонной. При этом заштрихованной части диаграммы 3б соответствует коррелятор некоторого локального оператора с электромагнитным током. Схематически амплитуда представляется в виде

$$\text{Diagram (II)}$$

Проводя разделение вкладов больших и малых расстояний в треугольной диаграмме, получим

$$\text{Diagram (I2)}$$

где второй член в правой части соответствует однопетлевому вкладу в пертурбативный вклад в упомянутый выше коррелятор. Подставляя (I2) в (II), находим, что

$$\text{Diagram (I3)}$$

Аналогичное разбиение производится и для членов $\sim \langle \bar{\psi}\psi \rangle$ и $\langle G^2 \rangle$.

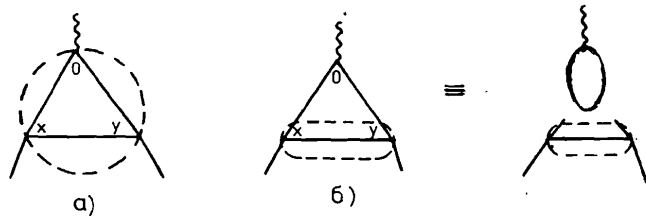


Рис. 3

Ограничиваясь в операторном разложении (I) при $s \gg t$ членами $\sim t$, получаем вклад коррелятора в $T(s, t)$:

$$\text{Diagram (I4)} \quad \delta T(s, t) = \frac{1}{(4\pi)^3} \sum_{N=0}^3 \frac{1}{N!} (-i \frac{\partial}{\partial p_i})^N \frac{n p}{p^2 + m_s^2} \times i \int d^4 y e^{-i 2 y} \langle 0 | T \{ (\bar{\Psi} n D_{i_1} \dots D_{i_N} \Psi)_0 (n^\mu j_\mu)_y \} | 0 \rangle.$$

В области больших t $\delta T(s, t)$ может быть найдено с помощью операторного разложения:

$$\begin{aligned} T_0^{TB}(s, t) / N=2 &= -\frac{t}{(s+m_s^2)^2} e_u \left\{ R \frac{1}{20\pi^2} \int_0^{\sigma_1} \frac{d\sigma}{\sigma+t} + \frac{64}{81} \frac{\langle \bar{u}u \rangle}{t^2} + \frac{2/3 \langle G^2 \rangle}{12t} \right\} \\ &+ \frac{t}{s^2} e_s \left\{ R \frac{1}{20\pi^2} \int_0^{\sigma_2} \frac{d\sigma}{\sigma+t} \frac{\sigma(1-\frac{4m_s^2}{\sigma})^{3/2}}{4m_s^2} + \frac{64}{81} \frac{\langle \bar{s}s \rangle}{t(t+m_s^2)} + \frac{2/3 \langle G^2 \rangle}{12t} + O(\alpha_s) \right\}. \end{aligned} \quad (I5)$$

Явный вид процедуры \hat{R} , регулирующей расходимости интегралов в (I5), для дальнейшего несуществен, поскольку в выражение для $T(s, t)$ входит разность точного и пертурбативного корреляторов, а их спектральные плотности совпадают при $\sigma \rightarrow \infty$, и поэтому для разности $(\hat{R} - \hat{0})$ расходимости сокращаются.

Для физической спектральной плотности возьмем модель (см. [13]):

$$\rho(\sigma) = -\frac{t}{(s+m_s^2)^2} e_u \rho_1(\sigma) + \frac{t}{s^2} e_s \rho_2(\sigma),$$

где

$$\rho_1(\sigma) = \pi f_1 \delta(\sigma - m_p^2) + \rho_1^{n\text{exp}}(\sigma) \theta(\sigma - \sigma_1),$$

$$\rho_2(\sigma) = \pi f_2 \delta(\sigma - m_q^2) + \rho_2^{n\text{exp}}(\sigma) \theta(\sigma - \sigma_2)$$

и потребуем, чтобы в области асимптотической свободы $t \rightarrow \infty$ разность между коррелятором $\Pi^{mod}(t)$, построенным по этой плотности, и результатом операторного разложения (I5) стремилась к нулю. Это позволяет установить связь параметров f_1, f_2 с σ_1, σ_2 :

$$f_1 = \frac{G_1^2}{40\pi^2} + \frac{\langle d_1/\pi G^2 \rangle}{12}; \quad (17)$$

$$f_2 = \frac{1}{20\pi^2} \int_{4m_s^2}^{G_2} d\sigma \cdot \sigma (1 - 4m_s^2/\sigma)^{5/2} + \frac{\langle d_2/\pi G^2 \rangle}{12}.$$

Величины G_1, G_2 , в свою очередь, находятся из соответствующих ПС так, чтобы ПС выполнялись с хорошей точностью в максимально широкой области Q^2 .

Окончательно получаем для

$$\Delta T(s, t)_{N=2} = -\frac{e_u}{(s+m_s^2)^2} \left\{ -\frac{t}{20\pi^2} \left[t \ln \frac{t}{t+\sigma} + \sigma_1 - \frac{\sigma_1^2}{2(t+m_p^2)} \right] - \frac{64}{81} \frac{\int d\sigma \langle \bar{u}u \rangle}{t} - \frac{d_1/\pi \langle G^2 \rangle}{12} \frac{m_p^4}{t+m_p^2} \right\} + \frac{e_s}{s^3} \left\{ -\frac{t}{20\pi^2} \cdot \int_{4m_s^2}^{G_2} d\sigma \cdot \sigma (1 - 4m_s^2/\sigma)^{5/2} \left(\frac{1}{t+\sigma} - \frac{1}{t+m_p^2} \right) - \frac{64}{81} \frac{\int d\sigma \langle \bar{s}s \rangle}{t+m_s^2} - \frac{d_2/\pi \langle G^2 \rangle}{12} \frac{m_p^4}{t+m_p^2} \right\} - \frac{e_s}{s^3} \frac{4}{3(t+m_s^2)} \left[m_s^2 \langle \bar{s}s \rangle - \frac{1}{2} m_s \langle i g \bar{s} \sigma_{\mu\nu} \lambda^a \epsilon_{\mu\nu\alpha\beta} s^\alpha \rangle \right] + O(m_s^2); \quad (18)$$

здесь $G_1 \approx 1,5 \text{ ГэВ}^2$, $G_2 \approx 1,9 \text{ ГэВ}^2$.

Введение (17) в ПС для формфактора мезона позволяет сократить ведущие расходимости в борновском члене $\sim t^2 \ln t$, $t^2 \ln m_s^2$, члены же $t^3 \ln t$, $t^3 \ln m_s^2$ компенсировались бы вкладами из (13) с $N=3$ и т.д., однако эти члены подавлены, по сравнению с (17) численным множителем $\sim 1/15 \pm 1/20$ и быстрее убывают по t при $t \rightarrow 0$.

Еще два типа вкладов при $t \ll s$ связаны с диаграммами рис. 4. Для диаграммы рис. 4а получаем после операторного разложения выражение вида

$$T_1(s, t) = i \frac{16}{9} \left(\frac{1}{N_P} \right)^2 \{ P_\mu P_\nu \} n^\mu n^\nu \left[e_u \langle \bar{s}s \rangle \bar{\Pi}_{\mu\nu\alpha\beta}^4 - e_s \langle \bar{u}u \rangle \bar{\Pi}_{\mu\nu\alpha\beta}^3 \right], \quad (19)$$

где

$$\bar{\Pi}_{\mu\nu\alpha\beta}^3 = i \frac{2}{s^2(s+m_s^2)} \int d^4y e^{-iy} \langle (\bar{s} \overleftrightarrow{D}_\mu \gamma_\nu) (\gamma_\alpha s) (\bar{s} \gamma_\beta s)_y \rangle, \quad (20)$$

$$\bar{\Pi}_{\mu\nu\alpha\beta}^4 = i \left[\frac{1}{s^2(s+m_s^2)} + \frac{1}{s^2(s+m_s^2)^2} \right] \int d^4y e^{-iy} \langle (\bar{u} \overleftrightarrow{D}_\mu \gamma_\nu) (\gamma_\alpha u) (\bar{u} \gamma_\beta u)_y \rangle.$$

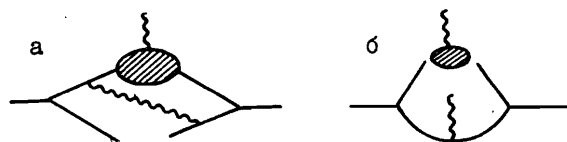


Рис. 4

Раскладываем далее (19) по независимым тензорным структурам, коэффициенты перед которыми есть инвариантные амплитуды $A_i(g^2)$, проецируем (19) на $N_\alpha N_\beta$. Результат получаем в виде суммы корреляторов, часть из которых содержит члены $\sim \langle (\bar{u}_x \gamma^\alpha \gamma_\beta u)_0 J_S(y) \rangle$, $\langle (\bar{u}_x \sigma_{\mu\nu})_0 J_\mu(y) \rangle$, $\langle (\bar{s}_x \sigma_{\mu\nu} \gamma_\alpha s)_0 J_\alpha(y) \rangle$ и т.д. Для их расчета достаточно использовать уравнения движения. Корреляторы же типа $\langle (\bar{u}_x \gamma_\alpha \gamma_\beta u)_0 J_S(y) \rangle$, $\langle (\bar{s}_x \gamma_\alpha \gamma_\beta s)_0 J_S(y) \rangle$, можно вычислить в методе правил сумм КХД, как обычно, моделируя "борновский" член f -мезонным (для u -кварков) или ψ -мезонным (для s -кварков) резонансом. Суммируя все вклады в $T_1(s, t)$, получаем:

$$\bar{T}_1(s, t) = \frac{64}{9} \bar{U}_{\alpha\beta} \langle \bar{s}s \rangle \langle \bar{u}u \rangle \left\{ e_u \left(1 - \frac{t}{t+m_p^2} \right) \cdot \left[\frac{1}{s^2(s+m_s^2)} + \frac{1}{s^2(s+m_s^2)^2} \right] - e_s \left(1 - \frac{t}{t+m_p^2} \right) \cdot \frac{2}{s^2(s+m_s^2)} \right\}. \quad (21)$$

Как и следовало ожидать, при $t \gg m_p^2$, $T_1(s, t) \rightarrow 0$. Рассматривая аналогично диаграмму 4б, выделяем вклад (вместе с $N=3$ из (14)):

$$T_2(s, t) = \frac{e_u \cdot t}{(s+m_s^2)^4} \left\{ \frac{32}{27} \frac{\int d\sigma \langle \bar{u}u \rangle}{t} \left(1 - \frac{t}{t+m_p^2} \right) \right\} - \frac{e_s \cdot t}{s^4} \left\{ \frac{32}{27} \frac{\int d\sigma \langle \bar{s}s \rangle}{t} \cdot \left(1 - \frac{t}{t+m_p^2} \right) + 2 \frac{m_s^2 \langle \bar{s}s \rangle}{t} \left(1 - \frac{t}{t+m_p^2} \right) \right\} + \text{малые члены} \quad (22)$$

Заметим, что мы опускаем везде члены типа $e^{-m_s^2/M^2}$ или $\int_0^1 f(x) e^{-m_s^2/M^2 x} dx$, собирая их в $O(m_s^4/M^4)$, чтобы избавиться от громоздких выражений.

Объединяя теперь (6), (18), (21) и (22), находим для формфактора K -мезона при $t < m_p^2$:

$$\left[\frac{F_K^2 F_K(t)}{M^2} + C_K(t) \right] e^{-\frac{M_K^2}{M^2}} + \left[\frac{F_K^2 F_K(t)}{M^2} + C_K(t) \right] e^{-\frac{M_K^2}{M^2}} =$$

$$= \frac{3}{27} \int dx \int dy \cdot x \bar{z} e^{-\frac{t}{M^2} \frac{x}{z} y \bar{y}} \left[e_u e^{-\frac{m_s^2}{M^2} x} - e_s e^{-\frac{m_s^2}{M^2} \bar{x}} \right] + \frac{m_s \langle \bar{s}s \rangle}{M^4} +$$

$$+ \frac{1}{3} \frac{m_s^2 \langle \bar{s}s \rangle}{M^6} \left[e_u - e_s \frac{m_p^2}{t+m_p^2} \right] + \frac{1}{40\pi^2 M^4} \left[e_u \cdot t \left(t \ln \frac{t}{t+\sigma} + \sigma_1 - \frac{\sigma_1^2}{2(t+m_p^2)} \right) - \right.$$

$$\begin{aligned}
& - e_s \cdot t \int d\sigma \cdot \sigma (1 - 4m_s^2/\sigma)^{1/2} (1/t + \sigma - 1/t + m_q^2) \Big] + \frac{16}{9} \frac{\Pi d_s \langle \bar{s}s \rangle \langle \bar{u}u \rangle}{M^6} - \\
& - \frac{32}{27} \frac{\Pi d_s \langle \bar{s}s \rangle \langle \bar{u}u \rangle}{M^6} \cdot t \left(\frac{e_u}{t+m_p^2} - \frac{e_s}{t+m_q^2} \right) + \quad (23) \\
& + \frac{\Pi d_s \langle \bar{s}s \rangle^2}{M^6} \left[(e_u - e_s) \frac{m_q^2}{t+m_q^2} \cdot \frac{16}{81} + e_u \frac{8}{243} \cdot \frac{t}{M^2} \right] + \\
& + \frac{\Pi d_s \langle \bar{u}u \rangle^2}{M^6} \left[(e_u \frac{m_p^2}{t+m_p^2} - e_s) \frac{16}{81} - e_s \frac{8}{243} \cdot \frac{t}{M^2} \right] + \frac{t}{18 \cdot M^8} e_u [m_s^2 \langle \bar{s}s \rangle - \\
& - m_s \langle i g \bar{s} \sigma_{\mu\nu} \lambda_{1/2}^3 \sigma_{\mu\nu} s \rangle] + \frac{d_s \Pi \langle G^2 \rangle}{24M^4} \left[e_u \left(1 + \frac{m_p^2}{t+m_p^2} \right) - e_s \left(1 + \frac{m_q^2}{t+m_q^2} \right) \right] + O\left(\frac{m_s^2}{M^2}\right)
\end{aligned}$$

Как видно из (23), все выражения определены при $t=0$, а наличие правильной нормировки $F_K(0) = F_{K'}(0) = 1$, $C_K(0) = C_{K'}(0) = 0$ обеспечивает переход (23) в (9) при $t \rightarrow 0$ (при этом мы используем связь $m_s \langle \bar{s}s \rangle \approx \langle d^2/\Pi G^2 \rangle / 18,25$).

Так как зарядовый радиус К-мезона $\langle r_K^2 \rangle$ определяется величиной $\frac{dF(t)}{dt} \Big|_{t=0} = \frac{F(t) - F(0)}{t} \Big|_{t=0}$, можно получить ПС для радиуса, вычитая ПС (9) из ПС (23) и деля на t . При этом точность ПС остается той же, что и в ПС (8), т.е. $\leq 10\%$. Использование же для нахождения $\langle r^2 \rangle$ выражения (4) с последующим дифференцированием по t значительно ухудшает точность ПС. Итак, находим,

$$\begin{aligned}
& \left[\frac{f_K^2 (F_K(t) - 1)}{M^2 t} + \frac{C_K(t)}{t} \right] e^{-\frac{M_K^2}{M^2 t}} + \left[\frac{f_{K'}^2 (F_{K'}(t) - 1)}{M^2 t} + \frac{C_{K'}(t)}{t} \right] e^{-\frac{M_{K'}^2}{M^2 t}} = \\
& = \frac{3}{2\sigma^2 t} \left[\int dx \int dy \cdot x \bar{x} e^{-\frac{t}{M^2} \frac{x}{\bar{x}} y \bar{y}} (e_u e^{-\frac{m_s^2}{M^2 x}} - e_s e^{-\frac{m_s^2}{M^2 \bar{x}}}) - \int dx \cdot x \bar{x} e^{-\frac{m_s^2}{M^2 x}} - \quad (24) \right. \\
& - \frac{1}{3} e_s \frac{m_s^2 \langle \bar{s}s \rangle}{M^6 (t+m_q^2)} + \frac{1}{40\pi^2 M^4} \left[e_u \left(t \ln \frac{t}{t+\sigma} + \sigma_1 - \frac{\sigma_1^2}{2(t+m_p^2)} \right) - e_s \int d\sigma \cdot \sigma \cdot \right. \\
& \left. \left. \cdot (1 - 4m_s^2/\sigma)^{1/2} \left(\frac{1}{t+\sigma} - \frac{1}{t+m_q^2} \right) \right] - \frac{32}{27} \frac{\Pi d_s \langle \bar{s}s \rangle \langle \bar{u}u \rangle}{M^6} \left(\frac{e_u}{t+m_p^2} - \frac{e_s}{t+m_q^2} \right) + \right. \\
& + e_s \frac{16}{81} \frac{\Pi d_s \langle \bar{s}s \rangle^2}{M^6 (t+m_q^2)} - e_u \frac{16}{81} \frac{\Pi d_s \langle \bar{u}u \rangle^2}{M^6 (t+m_p^2)} + \\
& + \frac{8}{243} \frac{\Pi d_s}{M^8} \left[e_u \langle \bar{s}s \rangle^2 - e_s \langle \bar{u}u \rangle^2 \right] + \frac{e_u}{18M^8} [m_s^2 \langle \bar{s}s \rangle - \frac{1}{2} m_s \langle i g \bar{s} \sigma_{\mu\nu} s \rangle] + \\
& + \frac{d_s \Pi \langle G^2 \rangle}{24M^4} \left[\frac{e_u}{t+m_p^2} - \frac{e_s}{t+m_q^2} \right]_2
\end{aligned}$$

Добавляя к (10) значения $m_p = 0,6 \text{ ГэВ}^2$, $m_q^2 \approx 1,04 \text{ ГэВ}^2$ и $f_K = 1,22 f_\pi$, имеем полный набор параметров и можем приступить к обработке ПС (24). Чтобы не рассматривать величину переходного формфактора $C_K(t)$, продифференцируем (23) по $1/M^2$ два раза. После этого мы получим в левой части функцию M^4 вида $\frac{A}{M^2} + B$, где величины A и B выражаются через $\frac{C_K(t)}{t}$ и $\frac{f_{K'}^2 (F_{K'} - 1)}{t}$. Интерполируя и правую часть полученных ПС линейной функцией $1/M^2$, мы фиксируем A и B при соответствующих значениях t и определяем $C_{K'}(t)/t$ и $f_{K'}^2 (F_{K'} - 1)/t$. Используя найденные величины в ПС (24), продифференцированных по $1/M^2$, находим, что величина $(F_K(t) - 1)/t$ с хорошей точностью постоянна в интервале $1 \leq M^2 \leq 6 \text{ ГэВ}^2$ при $t = 0,01 \div 0,1 \text{ ГэВ}^2$. Отсюда мы и находим

$$\langle r_{K^+}^2 \rangle_{\text{теор.}} = 0,26 \pm 0,05 \text{ фм}^2 \quad (25)$$

$$\text{при } \langle r_{K^+}^2 \rangle_{\text{эсп.}} = 0,28 \pm 0,05 \text{ фм}^2.$$

Поведение $F_K(t)$ при $t \leq 0,1 \text{ ГэВ}^2$ показано на рис.5.

Заменяя в (23) $e_u \rightarrow e_d$, $u \rightarrow d$, получаем ПС для формфактора K^0 -мезона при малых Q^2 . Обращивая их как и для K^+ -мезона, находим из плато в диапазоне $1 \leq M^2 \leq 4 \text{ ГэВ}^2$:

$$\begin{aligned}
\langle r_{K^0}^2 \rangle_{\text{теор.}} &= -0,044 \pm 0,008 \text{ фм}^2 \\
\text{при } \langle r_{K^0}^2 \rangle_{\text{эсп.}} &= -0,054 \pm 0,026 \text{ фм}^2. \quad (26)
\end{aligned}$$

Отметим также, что члены $O(d_s)$ вносят малый вклад в правила сумм, поэтому мы их опускаем.

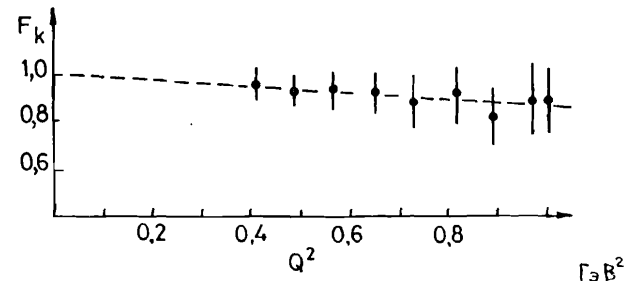


Рис. 5

4. Заключение

Итак, оставаясь в рамках метода правил сумм КХД можно с хорошей точностью определить электромагнитные радиусы K^+ -и K^0 -мезонов. Отметим, что в отличие от /13/, где имела место точная изотопическая симметрия, а нарушение киральной $SU(2)$ -симметрии было за пределами точности метода, здесь нарушение киральной $SU(3)$ весьма велико - до 20% (см. /26,27/). Это приводит к более сложному виду ПС (но расширяет область плато по M^2), а также усложняет обработку результатов. Ясно, что разность $\langle r_{\pi^+}^2 \rangle$ и $\langle r_{K^+}^2 \rangle$ является своеобразной мерой нарушения $SU(3)$, проявляющейся в неэквивалентности „ u “ и „ s “-вкладов. Интересно было бы узнать, как сильное нарушение киральной $SU(4)$ сказывается на радиусах D -мезонов.

Аналогичные результаты можно получить и в методе конечно-энергетических ПС, эффективно учитывая вклады низших состояний выбором начала континуума /28,29/. В нашем рассмотрении структура ПС определяется рассматриваемым интервалом Q^2 и, по-видимому, (см. (24) и (25)), вполне адекватно отражает динамику на расстояниях $\sim 1/t$ не только для безмассового π -мезона, но и для K -мезонов с $m_s, m_{K^+} \neq 0$. Имея теперь результаты (25), (26), а также величину /30/ $\Delta(r^2) \equiv$

$\equiv (\langle r_{\pi^+}^2 \rangle - \langle r_{K^+}^2 \rangle)_{теор.}$, мы можем обсудить некоторые аспекты нарушения киральной $SU(3)$ -симметрии. Правила сумм позволяют, закладывая исходно нарушение $SU(3)$ на уровне параметров кварков, т.е. полагая (см. /26,27/)

$$m_s \gg m_{u,d}, f_K \neq f_{\pi}, \gamma \equiv 1 - \frac{\langle \bar{s}s \rangle}{\langle \bar{u}u \rangle} \neq 0,$$

вычислять наблюдаемые эффекты типа $\Delta(r^2) \neq 0$ /30/. Двигаясь в обратном направлении, можно проверить некоторые предсказания модели векторной доминантности. Так, например, из /31/ следует связь

$$R_K \equiv \frac{\langle r_{K^0}^2 \rangle}{\langle r_{K^+}^2 \rangle} = - \frac{m_s^2 - m_u^2}{2m_s^2 + m_u^2}.$$

Взяв $\frac{m_s}{m_u} = 15 + 20$ /24,27/, находим $R_K = -(0,38 \pm 0,48)$, тогда как наши расчеты дают $R_K = -(0,14 \pm 0,23)$.

В работе /32/ в рамках векторной доминантности с явным учетом нарушения $SU(3)$ получена оценка:

$$R_{\pi K} \equiv \frac{\Delta(r^2)}{\langle r_{K^0}^2 \rangle} = -2,5.$$

Из наших расчетов следует значение $R_{\pi K} = -3,0 \pm 0,8$ в хорошем согласии с /32/ и с экспериментом /20/.

В недавней работе /33/ для определения радиусов π - и K -мезонов используются соотношения векторной доминантности, связывающие $\langle r_{\pi^+}^2 \rangle$, $\langle r_{K^+}^2 \rangle$, $\langle r_{K^0}^2 \rangle$ с константами 3-частичных переходов $g_{\rho\pi\pi}$, $g_{\rho KK}$, $g_{\rho KK}$. Используя эти связи, из наших результатов находим:

$$\frac{g_{\rho KK}}{g_{\rho\pi\pi}} = 0,33 \pm 0,06$$

при экспериментальном значении $0,38 \pm 0,07$. Аналогично получаем

$$\text{для } \frac{g_{\rho KK} \cdot f_{\rho}}{g_{\rho\pi\pi} \cdot f_{\rho}} = 1,54 \pm 0,40.$$

Эксперимент дает для этого отношения величину $1,68 \pm 0,75$. Неплохое согласие с экспериментом показывает, что результаты правил сумм КХД при малых Q^2 вполне согласуются и могут быть использованы совместно с соотношениями векторной доминантности при учете нарушения киральной $SU(3)$ -симметрии.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Метод расчета, применяемый здесь, описан в /34/. Аналогично запишем:

$$\frac{3}{2\pi^2} (M_1^2 + M_2^2) \int_0^1 dx \cdot x \bar{x} e^{-\frac{t}{M_1^2 + M_2^2} \cdot \frac{x^2}{\bar{x}}} \cdot \left[e_{\bar{u}} e^{-\frac{m_s^2}{x} \cdot \frac{1}{M_1^2 + M_2^2}} - e_s \cdot e^{-\frac{m_s^2}{\bar{x}} \cdot \frac{1}{M_1^2 + M_2^2}} \right] = \frac{1}{M_1^2 M_2^2} \int ds_1 ds_2 e^{-\frac{s_1}{M_1^2} - \frac{s_2}{M_2^2}} \rho(s_1, s_2, Q^2, m_s^2) \quad (\text{II I})$$

Заменяя $\frac{1}{M_i^2} = \nu_i$ и проводя двойное преобразование Бореля по ν_i , получаем справа после интегрирования величину $S_1 \cdot S_2 \cdot \rho(s_1, s_2, Q^2)$. В левой же части та же операция проводится после использования простого соотношения

$$e^{\frac{Q^2 \nu_1 \nu_2}{\nu_1 + \nu_2}} = \sqrt{\frac{\nu_1 + \nu_2}{\pi}} \int_{-\infty}^{\infty} dz \cdot e^{-(\nu_1 + \nu_2) z^2 - 2Q^2 \nu_1 z}. \quad (\text{II 2})$$

После двойной борелизации остаются интегралы типа

$$\int_{x_1}^{x_2} dx \frac{x^n}{(Ax^2 + Bx + C)^{1/2}}$$

где A, B, C - функции S_1, s_2, t, m_s^2 , а x_1 и x_2 - корни уравнения $Ax^2 + Bx + C = 0$. Взяв интегралы и приравнявая полученное выражение $S_1, s_2 \rho(s_1, s_2, q^2)$, получаем формулу (4).

Литература

1. Efremov A.V., Radyushkin A.V. Phys.Lett. 1980, v.94B, N 2, 245.
2. Mueller A.H. Phys.Rep., 1981, 73, N 4, p.237.
- 3: Волков М.К., Первушин В.Н. Существенно нелинейные квантовые теории, динамические симметрии и физика мезонов". М., Атомиздат, 1978.
4. Дубничкова А.З., Ефимов Г.В., Лобанов Ю.Б. 1983, ЯФ, т.38, в.1, 193.
5. Герасимов С.Б. 1979, ЯФ, т.29, в.2, 513.
6. Matveev V.A., Muradyan R.M., Tavkhelidze A.N. Lett. Nuovo Cim., 1973, 7, p.719.
7. Дитес Ф.М., Радюшкин А.В. ЯФ, 1981, т.34, №2, 529.
8. Shifman M.A., Vainshtein A.I., Zakharov V.I. Nucl. Phys., 1979, 147 B, p.385.
9. Ioffe B.L., Smilga A.V. Phys.Lett., 144B, N 5, p.353.
10. Nesterenko V.A., Radyushkin A.V. Phys.Lett., 1982, 115 B, N 3, p.410.
11. Balitsky I.I., Yung A.V. Phys.Lett., 1983, 129 B, p.388.
12. Иоффе Б.Л., Смилга А.В. Письма в ЖЭТФ, 1983, т.37, с.250.
13. Нестеренко В.А., Радюшкин А.В. Письма в ЖЭТФ, 1984, т.39, с.576.
14. Ефремов А.В., Радюшкин А.В. ТМФ, 1980, т.44, № 1,2,3.
15. Radyushkin A.V. Acta Phys.Pol., 1984, 15 B, N 5, p.403.
16. Nikolaev S.N., Radyushkin A.V. Nucl. Phys., 1983, 213 B, p.285.
17. Смилга А.В. ЯФ, 1982, т.35, с.473.
18. Krasnikov N.V., Pivovarov A.A., Tavkhelidze A.N. Z.Phys.C., 1983, 19, p.301.
19. Смилга А.В. ЯФ, 1982, т.35, 473.
19. Particle Data Group, Rev.Mod.Phys., 1984, 56C.
20. Водопьянов А.С., Цыганов Э.Ч. ЭЧАЯ, 1984, 15, в.1, с.5.
21. Беляев В.М., Коган Я.И. Письма в ЖЭТФ, 1983, 37, с.611.
22. Радюшкин А.В. ЭЧАЯ, 1983, 14, в.1, с.58.
23. Житницкий А.Р., Житницкий И.Р., Черняк В.Л. ЯФ, 1983, 36, в.3, с.1277.
24. Ioffe B.L. Preprint ITEP-150, 1984.
25. Generalis S.C., Broadhurst D.J. Phys.Lett., 1984, 139B, N 1,2,

26. Krasnikov N.V., Pivovarov A.A. Nuovo Cim., 1984, 81A, p.680.
27. Gasser J., Leutwyler H. Phys.Rep., 1982, 87, N 1, p.57.
28. Chetyrkin K.G., Krasulin A.B., Matveev V.A. Preprint INR P-0395, 1985.
29. Красулин А.Б., Матвеев В.А., Четыркин К.Г. Письма в ЖЭТФ, 1985, т.41.
30. Бейлин В.А., Нестеренко В.А., Радюшкин А.В. Препринт ОИЯИ P2-87-134, 1987.
31. Герасимов С.Б. ЖЭТФ, 1966, т.50, 1559.
32. Ametller Lb., Ayola C., Bramon A. Phys.Rev., 1981, 24B, p.233.
33. Bagan E., Bramon F., Cornet F. Z.Phys.C., 1986, v.32, p.227.
34. Bellin V.A., Radyushkin A.V. Nucl. Phys., 1985, 260 B, p.61.

Рукопись поступила в издательский отдел
3 апреля 1987 года.