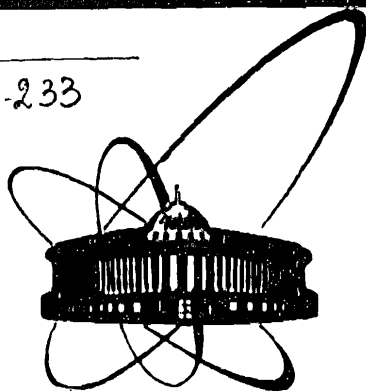


HO-233



ОБЪЕДИНЕННЫЙ  
ИНСТИТУТ  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ  
ДУБНА

С 325,5

P17-87-341

В.И. Юкалов

ИНВЕРСОН-ПОЛЯРИТОННАЯ ФАЙЛАМЕНТАЦИЯ  
В ЛАЗЕРНЫХ СРЕДАХ

Направлено в журнал "Optica Acta"

1987

## I. Введение

Во многих лазерных системах, как резонаторных<sup>/1/</sup>, так и безрезонаторных<sup>/2-6/</sup>, наблюдалось следующее явление: луч лазера распадался на пучок тонких нитей, хорошо заметных на фотографиях. Распределение нитей в пространстве было хаотическим и от эксперимента к эксперименту случайным. Указывалось<sup>/7/</sup>, что это явление можно объяснить энергетической выгодностью нитевидной структуры луча по сравнению с однородной, и что филаментация аналогична фазовому переходу типа расслоения<sup>/8/</sup>.

В данной работе предлагается последовательная теория, трактующая филаментацию возбуждений в лазерной среде как неравновесный фазовый переход. Определяется параметр порядка, описывающий степень неоднородности инверсионных и поляритонных возбуждений, как функция характеристики накачки. Найдена интенсивность излучения и показано, что существует режим стационарного стимулированного сверхизлучения.

Везде ниже константа Планка  $\hbar \equiv 1$ .

## 2. Двухуровневые атомы

Пусть рассматриваемая система одинаковых многоуровневых атомов содержит выделенную пару атомных уровней с разностью энергий  $\varepsilon$ , близкой к частоте  $\omega$  усиливаемой лазерной моды. Как обычно, говоря о двухуровневых атомах, имеем в виду, что расстройка  $\Delta$  удовлетворяет условию квазирезонанса

$$|\Delta| = |\omega - \varepsilon| \ll \varepsilon \quad (1)$$

Очевидно, что пространственные структуры возбуждений могут возникнуть, если только длина волны электромагнитного поля  $\lambda$  гораздо меньше характерных размеров системы. При этом число излучателей, находящихся в ближней зоне относительно каждого из атомов, пренебрежимо мало по сравнению с полным числом атомов. Следовательно, энергию взаимодействия атомов через поле переизлучения можно представить в приближении волновой зоны<sup>/9/</sup>.

Гамильтониан такой системы атомов имеет вид

$$H = \frac{\varepsilon}{2} \sum_i \left[ 1 + \sigma_i^z(t) \right] - \frac{1}{2} \sum_i \left[ \vec{p}_i^+(t) \vec{E}_i^-(t) + \vec{E}_i^*(t) \vec{p}_i^-(t) \right] \quad (2)$$

$$-\frac{1}{2} \sum_{i \neq j} \left[ \vec{p}_i^+(t) \vec{E}_{ij}(t) + \vec{E}_{ij}^+(t) \vec{p}_i(t) \right],$$

в котором оператор дипольного момента

$$\vec{p}_i(t) = \vec{e}_0 d_0 \sigma_i^-(t) \quad (|\vec{e}_0| = 1); \quad (3)$$

$\sigma_i^\nu$ , при  $\nu = x, y, z$ , матрицы Паули;  $\sigma_i^\pm = \frac{1}{2} (\sigma_i^x \pm i \sigma_i^y)$ ; поле усиливаемой лазерной моды

$$\vec{E}_i(t) = \vec{e}_0 E_0 e^{i(kz_i - \omega t)} \quad (|\vec{e}_0| = 1, k = \frac{\omega}{c}); \quad (4)$$

поле переизлучения

$$\vec{E}_{ij}(t) = \frac{1}{c^2 r_{ij}} \vec{n}_{ij} \times [\vec{n}_{ij} \times \ddot{\vec{p}}_j(t_{ij})], \quad (5)$$

причем

$$r_{ij} \equiv |\vec{r}_i - \vec{r}_j|, \quad \vec{n}_{ij} \equiv \frac{\vec{r}_i - \vec{r}_j}{r_{ij}}, \quad t_{ij} \equiv t - \frac{r_{ij}}{c},$$

$$\ddot{\vec{p}}_j(t_{ij}) = -\omega^2 \vec{p}_j(t) e^{ikr_{ij}}.$$

В гамильтониане (2) удобно в явной форме выделить входящие в него матрицы Паули. Для этого подставим в (2) оператор дипольного момента (3) и поле переизлучения (5), преобразованное к виду

$$\vec{E}_{ij}(t) = \vec{E}_{ij} \sigma_i^-(t), \quad (6)$$

здесь

$$\vec{E}_{ij} = \frac{k^2 d_0}{r_{ij}} \vec{n}_{ij} \times [\vec{e}_0 \times \vec{n}_{ij}] e^{ikr_{ij}}.$$

В результате получаем псевдоспиновое представление

$$H = \frac{\epsilon}{2} \sum_i [1 + \sigma_i^z(t)] - \frac{d_0}{2} \sum_i \vec{e} [\sigma_i^+(t) \vec{E}_i(t) + \vec{E}_i^*(t) \sigma_i^-(t)] -$$

$$- \frac{d_0}{2} \sum_{i \neq j} \vec{e} [\sigma_i^+(t) \sigma_j^-(t) \vec{E}_{ij} + \vec{E}_{ij}^* \sigma_j^+(t) \sigma_i^-(t)], \quad (7)$$

в котором взаимодействие атомов через обмен фотонами имеет структуру обычного диполь-дипольного взаимодействия  $/10/$ .

Записывая гейзенберговские уравнения движения, учтем наличие конечной ширины атомных уровней, характеризуемое константами релаксации для разности населенностей  $-\gamma_1$  и для поляризации  $-\gamma_2$ . Будем полагать, что система находится в условиях стационарной внешней накачки с характеристикой

$$\xi = \frac{1}{N} \sum_i D_i, \quad (8)$$

имеющей смысл средней разности населенностей, задаваемой полем накачки. Тогда получаем следующие уравнения движения для оператора разности населенностей:

$$i \frac{d}{dt} \sigma_i^z(t) = d_0 \vec{e} [\vec{E}_i^*(t) \sigma_i^-(t) - \sigma_i^+(t) \vec{E}_i(t)] -$$

$$- 2 d_0 \vec{e} \sum_j \text{Re} \vec{E}_{ij} [\sigma_i^+(t) \sigma_j^-(t) - \sigma_j^+(t) \sigma_i^-(t)] - i \gamma_1 [\sigma_i^z(t) - D_i], \quad (9)$$

и для лестничного оператора:

$$i \frac{d}{dt} \sigma_i^-(t) = \epsilon \sigma_i^-(t) + \frac{d_0}{2} \vec{e} \vec{E}_i(t) \sigma_i^z(t) +$$

$$+ d_0 \vec{e} \sum_j \text{Re} \vec{E}_{ij} \sigma_i^z(t) \sigma_j^-(t) - i \gamma_2 \sigma_i^-(t). \quad (10)$$

Оператор  $\sigma_i^z$  описывает инверсионные возбуждения, а  $\sigma_i^-$  - поляритонные.

### 3. Средняя энергия

Стандартные условия работы лазерных систем соответствуют комнатным температурам  $\Theta \sim 10^{-14}$  эрг, гораздо меньшим, нежели межуровневое расстояние  $\epsilon \sim 10^{-12}$  эрг. Следовательно, температурные возбуждения можно не принимать во внимание, а надо считать, что система находится в стационарном состоянии с наименьшей внутренней энергией, совпадающей при  $\Theta = 0$  со свободной энергией. Это относится также и к квазистационарным состояниям при длительности излучающего импульса  $\tau_p \gg \hbar/\omega \sim 10^{-15}$  с.

Разделяя входящие в гамильтониан переменные на быстрые и медленные, запишем средние от них в форме

$$\langle \sigma_i^z(t) \rangle = D_i^z, \quad \langle \sigma_i^\pm(t) \rangle = D_i^\pm e^{\pm i\omega t}. \quad (II)$$

Рассмотрим ситуацию, когда лазерное поле существенно сильнее среднего поля диполя,

$$n^{1/3} \frac{k^2 d_0}{|E_0|} \ll 1 \quad (n \equiv N/V), \quad (I2)$$

$V$  - объем системы.

При этом для парных корреляторов можно использовать расщепление

$$\langle \sigma_i^+(t) \sigma_j^-(t) \rangle = \langle \sigma_i^+(t) \rangle \langle \sigma_j^-(t) \rangle \quad (i \neq j).$$

Тогда среднее от гамильтониана (7) представляется суммой

$$\langle H \rangle = W_0 + W, \quad (I3)$$

состоящей из энергии одиночных атомов

$$W_0 = \frac{\epsilon}{2} \sum_i (1 + D_i^z) - d_0 \vec{e} \sum_i \text{Re} (\vec{E}_i^* D_i^-)$$

и энергии взаимодействия

$$W = -d_0 \vec{e} \sum_{i \neq j} \text{Re} (\vec{E}_{ij}^* D_i^+ D_j^-).$$

Усредняя уравнения (9) и (10) при учёте (II) и (I2), находим

$$D_i^z = \frac{\Delta^2 + \gamma_2^2}{\Delta^2 + \gamma^2} D_i^z, \quad (I4)$$

$$D_i^- = (\vec{e} \vec{e}_0) \frac{d_0 E_0 (\Delta - i\gamma_2)}{2(\Delta^2 + \gamma^2)} D_i^- e^{ikz_i},$$

где эффективная ширина распада

$$\gamma = \gamma_2 \left[ 1 + (\vec{e} \vec{e}_0)^2 \frac{|d_0 E_0|^2}{\gamma_1 \gamma_2} \right]^{1/2}.$$

Используя (I4), убеждаемся, что энергия одиночных атомов

$$W_0 = \frac{N}{2} \left\{ \epsilon + \xi \frac{\Delta^2 + \gamma_2^2}{\Delta^2 + \gamma^2} \left[ \epsilon - (\vec{e} \vec{e}_0)^2 \frac{|d_0 E_0|^2 \Delta}{\Delta^2 + \gamma_2^2} \right] \right\}$$

не зависит от того, однородно или нет распределены возбуждения в пространстве. Однако этого нельзя сказать априори об энергии взаимодействия

$$W = - \sum_{i \neq j} J_{ij} D_i^+ D_j^- \quad (I5)$$

с эффективным потенциалом

$$J_{ij} = J \mathcal{V}_{ij} / k r_{ij},$$

$$J = (\vec{e} \vec{e}_0)^2 |E_0|^2 \frac{k^3 d_0^4 (\Delta^2 + \gamma_2^2)}{4 (\Delta^2 + \gamma^2)^2},$$

$$\mathcal{V}_{ij} = \left[ 1 - (\vec{e} \vec{n}_{ij})^2 \right] \cos k(r_{ij} - z_{ij}) \quad (z_{ij} \equiv z_i - z_j).$$

Единственное, что отсюда сразу же видно, это то, что системе энергетически выгодно упорядочить атомные диполи вдоль направления поляризации лазерного поля, так, чтобы  $\vec{e} \parallel \vec{e}_0$ . В дальнейшем этот факт будет учитываться.

Пусть рассматриваемый образец имеет обычную для лазеров форму цилиндра радиуса  $R$  и длины  $L$ . При вычислении средней энергии удобно перейти к непрерывному представлению с помощью замены

$$D_i \rightarrow D(\vec{r}_i), \quad \sum_{i=1}^N \rightarrow \frac{N}{V} \int d\vec{r}_i.$$

Интегрирование здесь ведется по всему объему образца.

Обычно плотность инверсии  $D(\vec{r})$  считается постоянной везде внутри рабочего объема. Однако может оказаться, что неоднородное распределение возбуждений с энергетической точки зрения выгоднее однородного. Поэтому в общем случае  $D(\vec{r})$  необходимо рассматривать как функцию координат. Направляя ось  $\vec{z}$  вдоль оси цилиндра, положим

$$D(\vec{r}) = D(x, y). \quad (I6)$$

Тогда для характеристики накачки (8) имеем

$$\xi = \frac{1}{V} \int D(\vec{r}) d\vec{r} = \frac{1}{\pi R^2} \int D(x, y) dx dy. \quad (I7)$$

Оси  $\vec{x}$  и  $\vec{y}$  повернем так, чтобы диагональ между ними совпала с вектором поляризации лазерного поля  $\vec{e}$ . При этом

$$(\vec{e} \vec{n}_{ij})^2 = (x_{ij}^2 + y_{ij}^2) / 2z_{ij}^2.$$

Энергия взаимодействия (I5) принимает вид

$$W = -\frac{nN\tilde{f}}{\pi k R^2} \int \varphi(\rho) D(x, y) D(x', y') dx dy dx' dy', \quad (I8)$$

где

$$n \equiv \frac{N}{V}, \quad \rho^2 \equiv (x-x')^2 + (y-y')^2, \\ \varphi(\rho) = \int_{-L}^{+L} \frac{\cos k(\sqrt{\rho^2+z^2}-z)}{\sqrt{\rho^2+z^2}} \left(1 - \frac{|z|}{L}\right) \left[1 - \frac{\rho^2}{2(\rho^2+z^2)}\right] dz.$$

Стандартная форма лазеров соответствует

$$R \ll L. \quad (I9)$$

Это неравенство позволяет упростить выражение (I8). Используя замену переменных

$$u = k(\sqrt{\rho^2+z^2}-z),$$

преобразуем функцию  $\varphi(\cdot)$  к интегралу

$$\varphi(\rho) = \int_{k\rho^2/2L}^{2kL} \frac{\cos u}{u} \left\{ \left(1 - \left|\frac{u^2 - k^2\rho^2}{2ukL}\right|\right) \left[1 - 2\left(\frac{k\rho u}{u^2 + k^2\rho^2}\right)^2\right] \right\} du.$$

Главный вклад в этот интеграл вносит область наименьших значений переменной  $u$ . Разлагая выражение в фигурных скобках вблизи  $u = k\rho^2/2L$  и ограничиваясь первым членом разложения, получаем

$$\varphi(\rho) = -\frac{1}{2} C_i\left(\frac{k\rho^2}{2L}\right), \quad C_i(x) \equiv -\int_x^\infty \frac{\cos u}{u} du.$$

Для средней энергии (I8) находим

$$W = \frac{n\tilde{f}N}{2\pi k R^2} \int C_i\left(\frac{k\rho^2}{2L}\right) D(x, y) D(x', y') dx dy dx' dy'. \quad (20)$$

#### 4. Файламентация возбуждений

Функция  $D(x, y)$  описывает распределение возбуждений в пространстве. Плотности инверсионных и поляритонных возбуждений, согласно (II) и (I4), пропорциональны друг другу и функции  $D(x, y)$ . Следовательно, плотности обоих типов возбуждений либо одновременно однородны, либо нет. Во втором случае инверсионные и поляритонные возбуждения образуют в пространстве одну и ту же структуру.

Исследуем сначала случай однородной плотности возбуждений:

$$D(x, y) = \xi. \quad (21)$$

Тогда выражение (20) дает среднюю энергию однородной системы

$$W_{uni} = \frac{n\tilde{f}N\xi^2}{2k} \int_0^{2R} C_i\left(\frac{k\rho^2}{2L}\right) \varphi(\rho, R) \rho d\rho, \quad (22)$$

в которой

$$\varphi(\rho, R) = \frac{1}{\pi^2} \int_{-s}^{+s} dx \int_{-s}^{+s} dy \int_0^{2\pi} d\varphi \Theta(\sqrt{s^2-x^2}-y) \Theta(\sqrt{s^2-x^2}+y) \times \\ \times \Theta(s - \rho \cos \varphi + x) \Theta(s + \rho \cos \varphi - x) \times \\ \times \Theta(\sqrt{s^2-(x-\rho \cos \varphi)^2} - \rho \sin \varphi + y) \Theta(\sqrt{s^2-(x-\rho \cos \varphi)^2} + \rho \sin \varphi - y)$$

и

$$\Theta(x) = \begin{cases} 1, & x > 0, \\ 0, & x < 0. \end{cases}$$

При уменьшении аргумента до нуля интегральный косинус расходится:

$$C_i(x) \approx C + \ln x - \frac{x^2}{4} \quad (x \ll 1, C \approx 0,577).$$

При больших аргументах  $C_i(x)$  сильно осциллирует и стремится к нулю:

$$C_i(x) \approx \frac{\sin x}{x} \quad (x \gg 1).$$

Значит, основной вклад в интеграл (22) вносит область переменной

$$\rho \text{ вблизи нуля. Учитывая, что } \psi(\rho, s) \approx 2\pi \cdot (\rho \ll s),$$

имеем

$$W_{uni} = - \frac{f N^2 \xi^2}{4 k^2 R^2} g\left(\frac{2kR^2}{L}\right), \quad (23)$$

где

$$g(x) = - \int_0^x C_i(s) ds = \sin x - x C_i(x).$$

Перейдем теперь к неоднородному случаю, когда инверсон-поляритонные возбуждения стягиваются в нити радиуса  $R_f$ , число которых  $N_f$ , так что

$$D(x, y) = \begin{cases} \xi_f & \text{внутри нитей,} \\ 0 & \text{вне нитей.} \end{cases} \quad (24)$$

Условие (17) дает для числа нитей:

$$N_f = \frac{\xi}{\xi_f} \left(\frac{R}{R_f}\right)^2. \quad (25)$$

Полная энергия взаимодействия равна произведению энергии одной нити на число нитей:

$$W_{nm} = \bar{W}_f \cdot N_f.$$

Энергия одной нити определяется аналогично (22), откуда

$$W_f = \frac{nf N R_f^2 \xi_f^2}{2kR^2} \int_0^{2R_f} C_i\left(\frac{k\rho^2}{2L}\right) \psi(\rho, R_f) \rho d\rho.$$

Делая те же упрощения, что и для (23), находим

$$W_f = - \frac{f N^2 R_f^2 \xi_f^2}{4k^2 R^4} g\left(\frac{2kR_f^2}{L}\right).$$

Очевидно, что если здесь провести подстановку  $\xi_f \rightarrow \xi$ ,  $R_f \rightarrow R$ , тогда  $N_f \rightarrow 1$ , и мы возвращаемся к (23).

Таким образом, энергия взаимодействия при неоднородном распределении возбуждений равна

$$W_{nm} = - \frac{f N^2 \xi \xi_f}{4k^2 R^2} g\left(\frac{2kR_f^2}{L}\right). \quad (26)$$

Система, находящаяся в стационарных условиях, стремится перейти в состояние с наименьшей свободной энергией. Как указывалось выше, в данном случае влияние теплового термостата пренебрежимо мало, и свободная энергия практически совпадает с внутренней. Выражение (26) содержит два параметра,  $R_f$  и  $\xi_f$ , которые надо выбрать так, чтобы обеспечить наименьшее значение энергии взаимодействия.

Радиус нити задается уравнением

$$\frac{\partial W_{nm}}{\partial R_f} = 0 \quad \left( \frac{\partial^2 W_{nm}}{\partial R_f^2} > 0 \right).$$

Подставляя сюда (26), имеем

$$C_i\left(\frac{2kR_f^2}{L}\right) = 0.$$

Из множества нулей интегрального косинуса  $C_i(x)$  надо выбрать тот, который приводит к абсолютному минимуму энергии (26). Таким является первый нуль  $x_1 = 0,62$ , что для радиуса нити дает

$$R_f = 0,56 \sqrt{L/k} = 0,22 \sqrt{\lambda L}. \quad (27)$$

Нули интегрального косинуса находились здесь с помощью числовых таблиц. Радиус нити можно найти и аналитически, используя разложение для  $C_i(x)$  при  $x < \pi$ , что приводит к приближенному выражению

$$g(x) \approx (1-C)x - x \ln x + x^3/12 \quad (x < \pi).$$

Отсюда

$$R_p \approx (\lambda L e^{-c/4\pi})^{1/2} = 0,21 \sqrt{\lambda L}.$$

Как видно, это приближенное значение  $R_p$  очень хорошо согласуется с (27).

Остальные нечетные нули  $C_i(x)$  отвечают локальным минимумам энергии (26), то есть метастабильным состояниям. Например, третий нуль  $x_3 = 6,4$  дает радиус нити

$$R_p' = 0,71 \sqrt{\lambda L}.$$

Однако

$$g(6,4) = 0,15 \ll g(0,62) = 1,1.$$

Число нулей интегрального косинуса бесконечно, но число метастабильных состояний конечно, так как радиус нити не может быть больше  $R$ .

Таким образом, энергия взаимодействия в случае нитевидной структуры возбуждений равна

$$W_{\text{non}} = -0,28 \frac{f N^2 \xi \xi_f}{k^2 R^2}. \quad (28)$$

Из сравнения (28) с (23) вытекает, что нитевидная структура выгоднее однородной, если

$$\xi g(x_1, \frac{R^2}{R_f^2}) < \xi_f g(x_1) \quad (W_{\text{non}} < W_{\text{или}}), \quad (29)$$

где  $x_1 = 0,62$ . Поскольку

$$g(x_1) = \text{abs max}_x g(x) = 1,1,$$

постольку неравенство (29) справедливо всегда при выполнении естественных условий

$$R_f < R, \quad \xi_f > \xi. \quad (30)$$

При достаточно мощной накачке  $\xi_f$  стремится к максимальному значению  $\xi_f = 1$ .

Итак, системе выгоднее находиться в состоянии с нитевидным распределением инверсионных и поляритонных возбуждений, нежели в однородном. Физические причины этого можно пояснить следующим образом. Формула (20) показывает, что эффективный потенциал взаимодействия возбуждений пропорционален

$$C_i(kg^2/2L) \rightarrow -\infty \quad (g \rightarrow 0),$$

то есть образуется глубокая потенциальная яма, в которой возбуждения и локализируются, стягиваясь в нити. Распределение нитей в пространстве хаотично, поскольку функция  $C_i(x)$  фактически зануляется при  $x > 2kR_f^2/L$ , то есть нити между собой не взаимодействуют. Для возникновения же упорядоченной решетки из нитей необходимо, чтобы между ними существовало достаточно сильное взаимодействие.

Приведем численные оценки, соответствующие характерным величинам, фигурирующим в экспериментах [2-4, 6]. Возьмем  $\lambda = (5 \div 6) \cdot 10^{-5}$  см,  $R = 0,1 \div 0,3$  см,  $L = 20 \div 50$  см. При этом неравенство (19), использовавшееся при расчетах, выполняется,  $R/L \sim 10^{-2}$ . Критерий выгоды нитевидной структуры возбуждений выполняется как сильное неравенство, так как  $kR^2/L \sim 10^2$ , откуда  $g(\infty) \ll 1$ . Радиус нити  $R_f = (1 \div 2) \cdot 10^{-2}$  см. Число нитей находится по формуле (25), из которой  $N_f \sim 10^2 \div 10^3$ . Найденные значения для  $R_f$  и  $N_f$  отлично согласуются с экспериментальными данными.

## 5. Параметр порядка

Для последовательного описания инверсион-поляритонной филаментации как фазового перехода между однородным и неоднородным состоянием возбуждений необходимо определить параметр порядка. Этот переход напоминает переходы типа кристаллизации или расслоения [8], но только в данном случае неоднородность возникает в подсистеме возбуждений, тогда как пространственное распределение самих атомов не меняется.

Параметр порядка, показывающий степень неоднородности, можно определить как отклонение локальной инверсии  $\langle \sigma_i^z(t) \rangle$  от её значения  $\bar{\sigma}(\xi)$ , полученного в результате усреднения по системе. Из (II), (I4) и (8) находим

$$\langle \sigma_i^z(t) \rangle = \frac{\Delta^2 + \gamma_2^2}{\Delta^2 + \gamma^2} D_i \equiv \sigma_i(\xi), \quad (31)$$

$$\bar{\sigma}(\xi) \equiv \frac{1}{N} \sum_i \sigma_i(\xi) = \frac{\Delta^2 + \gamma_2^2}{\Delta^2 + \gamma^2} \xi.$$

Удобно определить приведенный параметр порядка:

$$\bar{\sigma}_f = \frac{\sum_i \sigma_i(\xi) - \bar{\sigma}(\xi)}{\bar{\sigma}(1)} = \xi_f - \xi. \quad (32)$$

Вследствие того, что плотность инверсии пропорциональна плотности поляризации, такой же параметр порядка можно построить из локальной поляризации. Согласно (3), (II) и (I4) имеем

$$\langle \vec{P}_i(t) \rangle = \vec{e} E_0 \frac{d_0^2 (\Delta - i\gamma_2)}{2(\Delta^2 + \gamma^2)} D_i e^{i(kz_i - \omega t)},$$

$$\bar{P}(\xi) \equiv \frac{1}{N} \sum_i P_i(\xi), \quad P_i(\xi) = \left| \langle \vec{P}_i(t) \rangle \right|. \quad (33)$$

Вводя безразмерный параметр порядка

$$\bar{\sigma}_f = \frac{\sum_i P_i(\xi) - \bar{P}(\xi)}{\bar{P}(\xi)} = \xi_f - \xi, \quad (34)$$

убеждаемся, что он совпадает с (32). Роль термодинамической переменной здесь играет характеристика накачки  $\xi$ .

Исследуем процессы, происходящие в системе при постепенном включении накачки. Для этого удобно выразить число нитей (25) и их радиус (27) через число Френеля:

$$N_f = 6,58 F \frac{\xi}{\xi_f}, \quad R_f = 0,39 \frac{R}{\sqrt{F}} \quad (F \equiv \frac{\pi R^2}{\lambda L}). \quad (35)$$

Пока мощность внешней накачки настолько мала, что её недостаточно для полного возбуждения даже одной нити, в системе образуется единственная неполно возбужденная нить с радиусом  $R_f$  и плотностью инверсии  $\xi_f$ , определяемой из (35) при  $N_f = 1$ :

$$\xi_f = 6,58 F \xi \quad (\xi < \xi_c).$$

Как только характеристика накачки достигает критического значения  $\xi = \xi_c$ , единственная существующая в системе нить возбуждается полностью, так что  $\xi_f = 1$ , откуда

$$\xi_c = 0,15 / F. \quad (36)$$

При  $\xi > \xi_c$  надо полагать  $\xi_f = 1$ , а среднее число нитей находить по формуле

$$N_f = 6,58 F \xi \quad (\xi > \xi_c).$$

Усиление накачки приводит к увеличению числа нитей с одинаковыми радиусами. Однако  $N_f$  не может быть больше  $N_0$ , максимального числа нитей, при котором осуществляется плотная упаковка рабочего объема. При достижении накачкой величины

$$\xi_0 = 0,15 N_0 / F \quad (37)$$

нити начинают взаимодействовать между собой, и плотность возбуждений расплывается, равномерно заполняя весь объем. Таким образом, при  $\xi = \xi_0$  происходит переход в однородное состояние. При последующем увеличении характеристики накачки  $\xi$  от  $\xi_0$  до единицы система остается однородной:  $\xi_f = \xi$ ,  $N_f = 0$ . Суммируя сказанное, имеем

$$\xi_f = \begin{cases} \xi / \xi_c, & 0 < \xi \leq \xi_c, \\ 1, & \xi_c \leq \xi \leq \xi_0, \\ \xi, & \xi_0 < \xi \leq 1. \end{cases} \quad (38)$$

В промежутке  $\xi_c \leq \xi \leq \xi_0$ , когда  $\xi_f = 1$ , величина  $N_f$  означает эффективное среднее число нитей, поэтому  $N_f$  не обязательно целое число:

$$N_f = \begin{cases} 1, & 0 < \xi \leq \xi_c, \\ \xi / \xi_c, & \xi_c \leq \xi \leq \xi_0, \\ 0, & \xi_0 < \xi \leq 1. \end{cases} \quad (39)$$

В качестве параметра порядка (32) или (34) получаем

$$\bar{\sigma}_f = \begin{cases} (\xi / \xi_c)(1 - \xi_c), & 0 < \xi \leq \xi_c, \\ 1 - \xi, & \xi_c \leq \xi \leq \xi_0, \\ 0, & \xi_0 < \xi \leq 1. \end{cases} \quad (40)$$

Критическая накачка (36), необходимая для полного возбуждения одной нити, и пороговая накачка (37), при которой происходит переход между однородным и неоднородным состояниями возбуждений, зависят от числа Френеля. Так как  $R_f < R$ , то, согласно (35),  $F > 0,15$ . При числах Френеля в интервале  $0 \leq F \leq 0,15$  филаментация в системе невозможна,  $N_0 = 0$ . При больших числах Френеля, когда

$$0,5 < \frac{R_f}{R} < 1; \quad 0,15 < F < 0,6,$$

в рабочем объеме может поместиться только одна нить,  $N_0 = 1$ , причем

$$0,25 < \xi_c = \xi_0 < 1.$$

При ещё больших числах Френеля, когда

$$0,35 < \frac{R_f}{R} < 0,5; \quad 0,6 < F < 1,2,$$

в системе могут поместиться две нити,  $N_0 = 2$ , при этом

$$0,12 < \xi_c < 0,25 < \xi_0 < 0,5.$$



Чем больше число Френеля, тем легче происходит филаментация возбуждений,

$$\xi_c \rightarrow 0, \xi_0 \rightarrow 0, \quad (F \rightarrow \infty).$$

Переход типа филаментации или дефиламентации относится к фазовым переходам первого рода со скачком параметра порядка

$$\Delta \sigma = 1 - \xi_0 < 0, \quad (5).$$

Подчеркнем еще раз, что при таком неравновесном фазовом переходе пространственное распределение самих атомов не меняется. В случае газов и жидкостей оно остается однородным, в случае кристаллов - периодическим с периодом соответствующей решетки. При этом над неизменной базисной структурой атомов образуется сверхструктура возбуждений. Возникновение таких сверхструктур, индуцированных внешними воздействиями, возможно и при других неравновесных переходах. Например, под действием переменного электромагнитного поля в парамагнитных металлах могут появляться пучности возбуждений, имеющие форму чередующихся плоских слоев с периодом, гораздо большим, чем среднее межатомное расстояние /II-13/. Эти возбуждения представляют собой геликоны при низких частотах и магноны при сверхвысоких радиочастотах, то есть индуцируются при геликонном и спин-волновом резонансах соответственно. Геликон-магнонная стратификация и инверсон-поляритонная филаментация служат примерами резонансных фазовых переходов /14/.

## 6. Интенсивность излучения

Полная поляризация системы представляет собой сумму

$$\vec{P}(t) = \sum_i \langle \vec{P}_i(t) \rangle, \quad (41)$$

состоящую из одноатомных поляризаций (33). Дифференциальная интенсивность излучения

$$dI = \frac{1}{4c^3} |\ddot{\vec{P}}(t)|^2 \sin^3 \vartheta d\vartheta = \frac{3}{4} I \sin^3 \vartheta d\vartheta, \quad (42)$$

в которой  $\vartheta$  - угол между поляризацией (41) и направлением наблюдения, имеет характерную иглообразную форму. Полная интенсивность излучения

$$I = \frac{2}{3} \gamma \omega (I_2 + I_3), \quad (43)$$

в которой

$$\gamma = 2\pi^3 |E_0|^2 \frac{d_0^4 (\Delta^2 + \delta_2^2)}{\lambda^3 (\Delta^2 + \delta^2)^2}, \quad (44)$$

состоит из двух слагаемых. Первое, пропорциональное

$$I_2 = N \xi \xi_f = \begin{cases} N \xi^2 / \xi_c, & 0 < \xi \leq \xi_c, \\ N \xi, & \xi_c \leq \xi \leq \xi_0, \\ N \xi^2, & \xi_0 < \xi \leq 1, \end{cases} \quad (45)$$

описывает обычное излучение, сопровождающее спонтанный распад. Второе слагаемое, пропорциональное

$$I_3 = N^2 \frac{\xi^2 \lambda^2}{\pi^2 L^2} \sin^2 \frac{\pi L}{\lambda}, \quad (46)$$

соответствует сверхизлучательному процессу. Система находится в сверхизлучательном режиме при выполнении неравенства

$$N \frac{\xi}{\xi_f} \left| \frac{\lambda}{\pi L} \sin \frac{\pi L}{\lambda} \right|^2 \gg 1. \quad (47)$$

Это неравенство может иметь место при достаточно большом  $N$ , даже если  $\lambda \ll L$ . Упрощенный вариант (47) при условии  $\lambda \ll L$  допустимо представить в форме

$$\frac{1}{N} \ll \frac{\lambda}{L} \ll 1. \quad (48)$$

Переход к сосредоточенной системе означает формальную замену  $\lambda \rightarrow \infty$ . Тогда вместо (47) имеем

$$N \frac{\xi}{\xi_f} \gg 1. \quad (49)$$

Таким образом, при справедливости критерия (47) в системе осуществляется стационарное стимулированное сверхизлучение с интенсивностью

$$I = N^2 \gamma \omega \frac{2 \xi^2 \lambda^2}{3 \pi^2 L^2} \sin^2 \frac{\pi L}{\lambda}. \quad (50)$$

Возникновение этого сверхизлучения обязано взаимодействию атомов через поле переизлучения (5), в результате чего системе оказывается энергетически выгодно перейти в упорядоченное состояние, при котором поляризации отдельных атомов (3) ориентируются параллельно поляризации лазерного поля (4). Появление такого ориентационного порядка

## 7. Комментарии

вполне естественно для всякой системы, в которой отсутствуют дополнительные разупорядочивающие факторы. Развитие коллективных процессов, приводящих к излучению с интенсивностью (50), было бы затруднено или даже невозможно, например, для систем, состоящих из дипольно анизотропных кластеров, напоминающих анизотропную капельную структуру некоторых нематиков /15/ или для других систем с замороженным дипольным беспорядком, аналогичным спиновому /16,17/.

Характеристика накачки  $\xi$  может рассматриваться как независимая переменная, если на систему, кроме лазерного поля (4), действуют другие немонахроматические поля, с помощью которых и контролируется величина  $\xi$ . Допустимо также представить ситуацию, когда единственное внешнее поле, действующее на систему, — это лазерное поле (4), и никаких иных внешних полей нет. Тогда характеристика накачки  $\xi$  связана с амплитудой лазерного поля  $E_0$  законом сохранения энергии

$$\frac{|E_0|^2}{4\pi} = \varepsilon n \bar{\sigma}(\xi) + \frac{2\pi I}{\omega V},$$

согласно которому вся подводимая к системе энергия тратится на создание средней разности заселенностей и на излучение. Подставляя сюда  $\bar{\sigma}(\xi)$  из (31),  $I$  из (50) и  $f$  из (44) и вводя обозначения

$$\alpha \equiv \frac{|E_0|^2 (\Delta^2 + \gamma^2)}{4\pi \varepsilon n (\Delta^2 + \gamma^2)}, \quad \beta \equiv \frac{3a\pi^3 n d_0^4 N \sin^2 \frac{\pi L}{\lambda}}{3\lambda (\Delta^2 + \gamma^2) L^2},$$

получаем связь

$$\xi = \frac{(1 + 4\alpha^2 \beta)^{1/2} - 1}{2\beta}.$$

Теперь  $\xi$  можно трактовать как функцию независимой переменной  $\alpha$ . Из предыдущего следуют асимптотические выражения

$$\xi \approx \alpha \quad (\alpha \rightarrow 0),$$

$$\xi \approx \xi_m = \frac{1}{\sqrt{\beta}} \quad (\alpha \rightarrow \infty).$$

Параметр порядка (40) можно тоже рассматривать как функцию от  $\alpha$ . При этом допустимы две ситуации. Первая, когда  $\xi_m > \xi_0$ , тогда вся последовательность физических событий, происходящая при увеличении  $\alpha$ , та же, что и описанная ранее при увеличении  $\xi$ . Если же  $\xi_m \leq \xi_0$ , то плотной упаковки нитей никогда не происходит; существует максимальное число нитей, равное  $\xi_m / \xi_c$ , являющееся асимптотическим пределом при  $\alpha \rightarrow \infty$ , причем  $\xi_m / \xi_c < N_0$ .

В том случае, когда дипольные переходы запрещены, все изложенное выше сохраняет смысл для магнито-дипольных переходов. Достаточно лишь везде заменить поляризацию  $\vec{p}_i(t)$  на магнито-дипольный момент  $\vec{m}_i(t)$ , а электрические поля  $\vec{E}_i(t)$  и  $\vec{E}_{ij}(t)$  — на соответствующие магнитные поля  $\vec{H}_i(t)$  и  $\vec{H}_{ij}(t)$ . В системах с магнито-дипольными переходами должна возникать филаментация возбуждений, которую по аналогии с инверсон-поляритонной можно назвать инверсон-магнетонной филаментацией. В таких системах возможен режим стационарного стимулированного магнито-дипольного сверхизлучения.

Проведенное рассмотрение справедливо для любых излучений с длинами волн, гораздо меньшими размеров системы. Оно годится как для оптического, так и для рентгеновского и гамма-диапазонов. Более того, чем меньше длина волны, тем более точны приближения, определяющие форму гамильтониана (2). Так, для гамма-диапазона, когда длина волны гораздо меньше межатомного расстояния, каждый атом находится строго в волновой зоне относительно любого другого атома. Разумеется, говоря о гамма-переходах, надо иметь в виду переходы между ядерными, а не электронными уровнями. Как известно /18,19/, системы, излучающие на рентгеновских и гамма-частотах, описываются так же, как и те, что излучают на оптических частотах. Однако вследствие разницы в характерных числовых константах возникновение сверхизлучения в рентгеновском и гамма-диапазонах значительно затруднено из-за слабой корреляции, обязанной фотонному обмену. Более подробное обсуждение этого вопроса можно найти в обзоре Андреева, Емельянова и Ильинского /20/.

Корреляция между атомами (ядрами) существенно усиливается при наличии дополнительного лазерного поля, как это и было продемонстрировано выше. Следовательно, в анализе модели с гамильтонианом (2) по сути дела содержится описание нового механизма, позволяющего упростить создание сверхизлучающих систем в рентгеновском и гамма-диапазонах с помощью внешних поляризующих полей.

Автор признателен В.И. Емельянову за полезные дискуссии.

Литература

- I. Cullis A.G., Webber H.C. Bailey P.-J. Phys., 1979, E12, p.688.
2. Королёв Ф.А., Абросимов Г.В., Одинцов А.И., Якунин В.П.  
-Опт. спектр, 1970, 28, с. 540.
3. Абросимов Г.В.-Опт. спектр., 1971, 31, с. 106.
4. Королёв Ф.А., Абросимов Г.В., Одинцов А.И.-Опт. спектр.,  
1972, 33, с. 725.
5. Ищенко В.И., Лисицин В.Н., Ражев А.М., Раутиан С.Г.,  
Шалагин А.М.-Письма в ЖЭТФ, 1974, 19, с.669.
6. Королёв Ф.А., Одинцов А.И., Туркин Е.Г., Якунин В.П.  
-Квант. электр., 1975, 2, с. 413.
7. Емельянов В.И., Юкалов В.И.-Опт. спектр., 1986, 60, с. 634.
8. Yukalov V.I.-Acta Phys. Pol., 1980, A57, p. 295.
9. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.-Теория поля. М.: Наука, 1973.
10. Kudryavtsev I.K., Shumovsky A.S.-Opt. Acta, 1979, 26, p.827.
11. Юкалов В.И.-ФММ, 1973, 36, с. 686.
12. Юкалов В.И.-Радиофизика, 1975, 18, с. 1039.
13. Yukalov V.I. In: Solid State Physics, Inst. Phys.,  
York, 1981, p. 71.
14. Yukalov V.I.-Comm. Oxford Univ., DTP 98-80, Oxford, 1980.
15. Casagrande C., Fabre P., Guedeau M., Veysse M.  
-Europhys. Lett., 1987, 3, p. 73.
16. Пастур Л.А., Филотин А.Л.-ТМФ, 1978, 35, с. 193.
17. Parisi G.-Phys. Rev. Lett., 1979, 43, p. 1754.
18. Terhune I.H., Baldwin G.S.-Phys. Rev. Lett., 1965, 14, с. 589.
19. Емельянов В.И., Климонтович Ю.Л.-Опт. спектр., 1976, 41, с. 933.
20. Андреев А.В., Емельянов В.И., Ильинский Ю.А.-УФН, 1980, 131,  
с. 653.

Рукопись поступила в издательский отдел  
14 мая 1987 года.

НЕТ ЛИ ПРОБЕЛОВ В ВАШЕЙ БИБЛИОТЕКЕ?

Вы можете получить по почте перечисленные ниже книги,  
если они не были заказаны ранее.

Д9-82-664	Труды совещания по коллективным методам ускорения. Дубна, 1982.	3 р. 30 к.
Д3,4-82-704	Труды IV Международной школы по нейтронной физике. Дубна, 1982.	5 р. 00 к.
Д11-83-511	Труды совещания по системам и методам аналитических вычислений на ЭВМ и их применению в теоретической физике. Дубна, 1982.	2 р. 50 к.
Д7-83-644	Труды Международной школы-семинара по физике тяжелых ионов. Алушта, 1983.	6 р. 55 к.
Д2,13-83-689	Труды рабочего совещания по проблемам излучений и детектирования гравитационных волн. Дубна, 1983.	2 р. 00 к.
Д13-84-63	Труды XI Международного симпозиума по ядерной электронике. Братислава, Чехословакия, 1983.	4 р. 50 к.
Д2-84-366	Труды 7 Международного совещания по проблемам квантовой теории поля. Алушта, 1984.	4 р. 30 к.
Д1,2-84-599	Труды VII Международного семинара по проблемам физики высоких энергий. Дубна, 1984.	5 р. 50 к.
Д17-84-850	Труды III Международного симпозиума по избранным проблемам статистической механики. Дубна, 1984. /2 тома/	7 р. 75 к.
Д10,11-84-818	Труды V Международного совещания по проблемам математического моделирования, программированию и математическим методам решения физических задач. Дубна, 1983	3 р. 50 к.
	Труды IX Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. Дубна, 1984 /2 тома/	13 р. 50 к.
Д4-85-851	Труды Международной школы по структуре ядра, Алушта, 1985.	3 р. 75 к.
Д11-85-791	Труды Международного совещания по аналитическим вычислениям на ЭВМ и их применению в теоретической физике. Дубна, 1985.	4 р.
Д13-85-793	Труды XII Международного симпозиума по ядерной электронике. Дубна 1985.	4 р. 80 к.
Д3,4,17-86-747	Труды У Международной школы по нейтронной физике. Алушта, 1986.	4 р. 50 к.

Заказы на упомянутые книги могут быть направлены по адресу:  
101000 Москва, Главпочтамт, п/я 79  
Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований