

СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА

A 62

P11-87-377

И.В.Амирханов, Е.П.Жидков, В.В.Игнатов*,
А.Н.Ильина*, В.Д.Ильин*, С.Н.Кузнецов*,
Б.Ю.Юшков*

КОНФИГУРАЦИЯ СТОКА
ДЛЯ ВЫСОКОЭНЕРГИЧНЫХ
ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ
В МАГНИТНОМ ПОЛЕ ДИПОЛЯ

* Научно-исследовательский институт ядерной физики
МГУ, Москва

1987

Вопрос о так называемом конусе потерь для частиц в магнитных ловушках не является тривиальным. Дело в том, что существующее представление о нем сложилось на основе теории дрейфового /адиабатического/ приближения ^{1/}. Этот подход справедлив, когда малый параметр задачи /параметр адиабатичности/

$$\chi = \rho R_0^{-1} \ll 1.$$

Здесь ρ - ларморовский радиус частицы, R_0 - радиус кривизны ведущей силовой линии. В этом случае сток для частиц, определяемый питч-углом α_0 /угол между вектором магнитного поля \mathbf{B} и скоростью частицы \mathbf{v} /, имеет геометрический образ в виде круглого прямого конуса, в котором \mathbf{B} играет роль высоты, а \mathbf{v} - образующей. При этом питч-угол α_0 не зависит от параметров частицы.

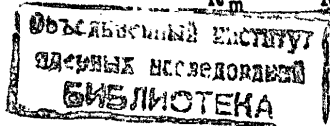
Однако известно, что в геомагнитном поле существуют захваченные частицы с параметром $\chi \sim 1$. Естественно возникает вопрос о справедливости традиционных представлений о стоке частиц и нахождении области их высыпания для всего диапазона энергий захваченных частиц ($\chi \lesssim 1$).

Если в дрейфовом приближении конус потерь легко определяется аналитически из условия сохранения первого адиабатического инварианта μ ^{1/}, то в общем случае, когда μ не сохраняется ^{2/}, необходимо численное интегрирование дифференциальных уравнений движения частицы. Движение частицы моделировалось теми же уравнениями, что и в работе ^{3/}, но в них произведена замена \mathbf{B} на $-\mathbf{B}$ и, соответственно, положительного заряда на отрицательный. Геомагнитное поле полагалось дипольным, условия инжекции, то есть начальные условия, задавались в экваториальной плоскости / $z = 0$ /.

Система координат, используемая для траекторного счета в поле земного диполя, показана на рис.1. Начальной ларморовской фазе $\phi_0 = 0$ соответствовала точка $R(x, 0)$, отсчет фазы проводился против часовой стрелки; то есть по направлению вращения и дрейфа отрицательной заряженной частицы.

В рамках теории дрейфового приближения связь между точкой отражения и начальными условиями на экваторе определяется уравнениями ^{1/}:

$$R_m = R \cos^2 \lambda_m, \quad B = B_m \sin^2 \alpha, \quad \sin \alpha = [(4 \frac{R}{R_m} - 3) (\frac{R}{R_m})^5]^{-1/4}. \quad //1/$$



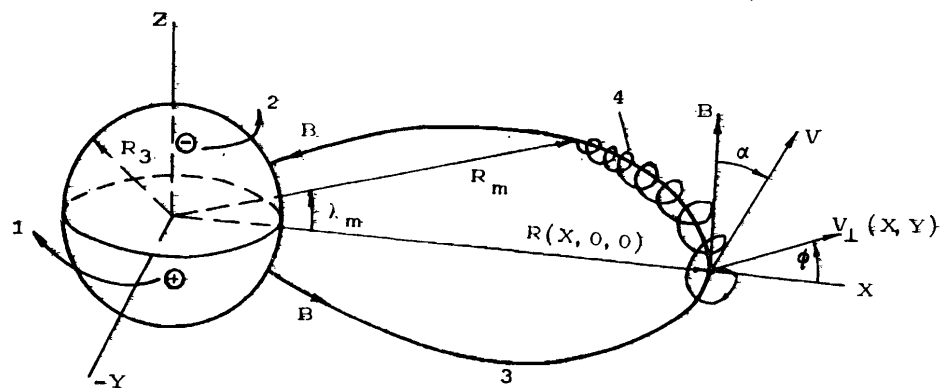


Рис. 1. Система координат, используемая для описания движения заряженной частицы в поле диполя: 1 - дрейф протонов; 2 - дрейф электронов; 3 - силовая линия магнитного поля; 4 - траектория инжектированного протона; R_m - радиус-вектор точки отражения частицы; λ_m - широта точки отражения.

Если $R_m = R_3$, то есть точка отражения находится на поверхности Земли, то вместо /1/ можно записать

$$\sin \alpha = \sin \alpha_c = [(4L - 3)L^5]^{-1/4}, \quad /2/$$

где $L = R/R_3$. Отсюда следует, что все частицы - независимо от энергии и фазы - выпадают на Землю /или гибнут в плотных слоях атмосферы/, если их экваториальные питч-углы расположены в интервале

$$0 \leq \sin \alpha \leq [(4L - 3)L^5]^{-1/4}. \quad /3/$$

Предварительные результаты траекторного счета^{/4/} показали, что уже при $\chi \approx 0,2$ наблюдается существенное отличие от предсказаний /1/-/3/. Кроме того, появляется зависимость критического питч-угла α_c от фазы частицы. Сложный вид функции $\alpha_c(\chi, \phi)$ виден на рис. 2, на котором показаны типичные конусы потерь, вычисленные с помощью траекторного счета. При всей, казалось бы, сложности информации, приведенной на рис. 2, напрашивается простая аналогия с эйлеровыми углами в аналитической геометрии^{/5/}.

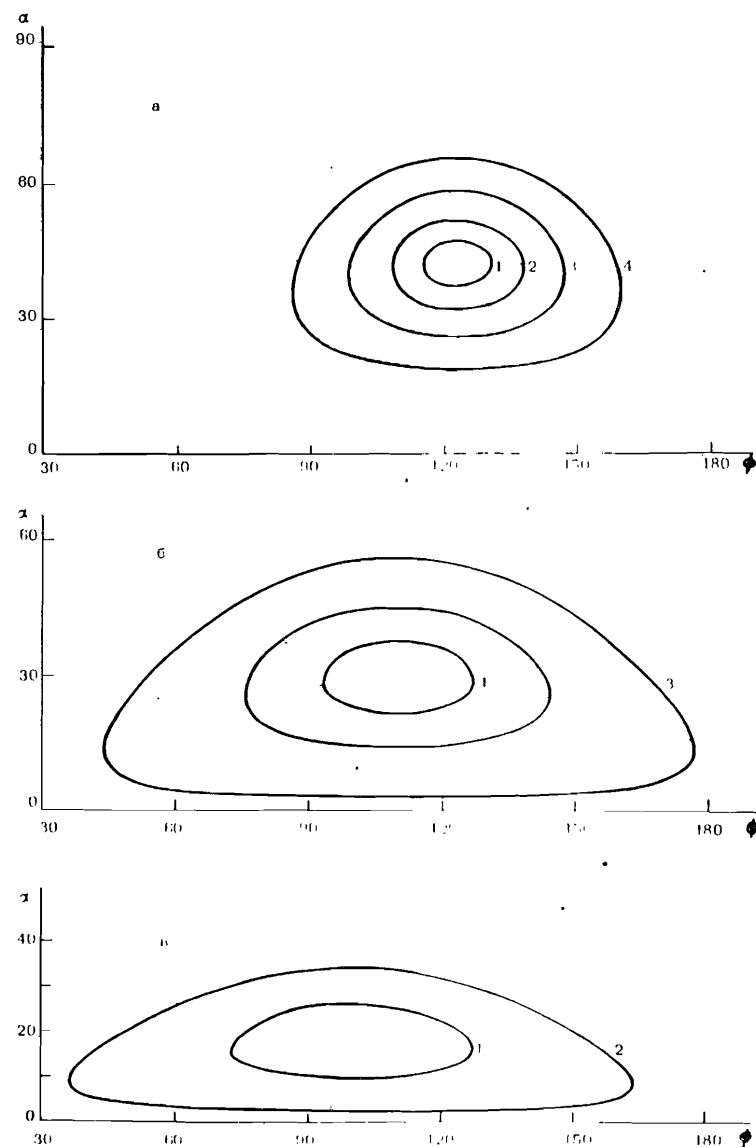


Рис. 2. Форма кривых $R_m(\alpha, \phi) = \text{const}$ при различных $\chi(L, E)$. а - $\chi \approx 0,98$ / $L = 4$, $E = 600$ МэВ/: 1 - $R_m = 1$; 2 - $R_m = 1,5$; 3 - $R_m = 2,0$; 4 - $R_m = 2,5$. б - $\chi \approx 0,553$ / $L = 3$, $E = 600$ МэВ/: 1 - $R_m = 1$; 2 - $R_m = 1,5$; 3 - $R_m = 2,0$. в - $\chi = 0,202$ / $L = 3$, $E = 200$ МэВ/: 1 - $R_m = 1$; 2 - $R_m = 1,5$. R_m выражено в радиусах Земли.

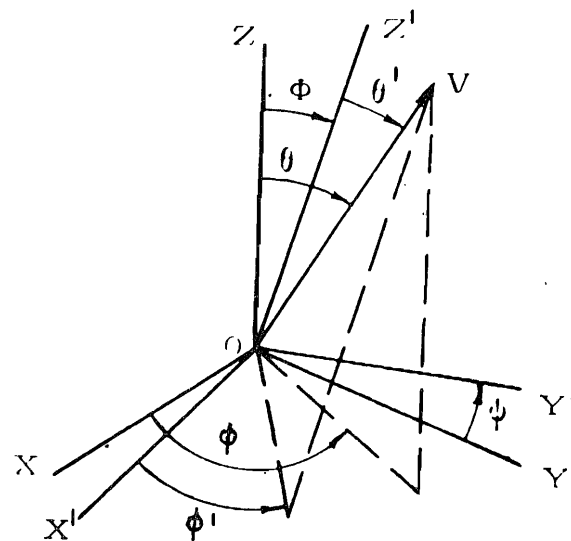


Рис.3. Преобразование системы координат $Oxyz$ в систему $Ox'y'z'$.

Такой "эвристический" подход, связанный с поворотом координатной системы, позволяет в итоге представить все многообразие значений α_c в достаточно простом виде. При этом сохраняются некоторые образы и представления из дрейфовой теории. Действительно, перейдем от системы координат $Oxyz$ /см.рис.1/ к системе $Ox'y'z'$ /рис.3/, кото-

рая получается путем проведения двух последовательных поворотов: поворота исходной системы на угол ψ вокруг оси Oz ($Oxyz \rightarrow Ox_1y_1z_1$) и поворота системы $Ox_1y_1z_1$ на угол Φ вокруг оси Oy_1 ($Ox_1y_1z_1 \rightarrow Ox'y'z'$). При первом повороте имеем

$$v_x = v_{x_1} \cos \psi - v_{y_1} \sin \psi,$$

$$v_y = v_{x_1} \sin \psi + v_{y_1} \cos \psi,$$

$$v_z = v_{z_1},$$

/4/

где $v_x = v \sin \theta \cos \phi$, $v_y = v \sin \theta \sin \phi$, $v_z = v \cos \theta$. Для второго поворота можно записать

$$v_{x_1} = v'_x \cos \Phi + v'_z \sin \Phi,$$

$$v_{y_1} = v'_y,$$

$$v_{z_1} = v'_z \cos \Phi - v'_x \sin \Phi,$$

/5/

где $v'_x = v \sin \theta' \cos \phi'$, $v'_y = v \sin \theta' \sin \phi'$, $v'_z = v \cos \theta'$. Подставляя /5/ в /4/ и учитывая, что ось z направлена вдоль B и поэтому $\theta \equiv \alpha$, получим

$$\cos \alpha = \cos \theta' \cos \Phi - \sin \theta' \sin \Phi \cos \phi',$$

/6/

$$\sin(\phi - \psi) = \frac{\sin \theta' \sin \phi'}{\sin \alpha}.$$

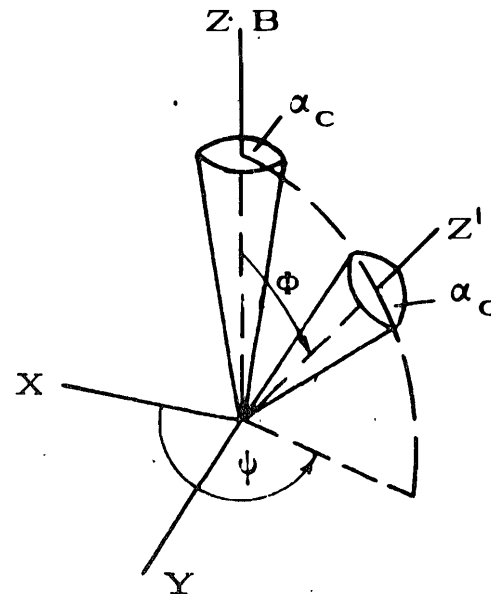
Формулы /6/ могут быть кандидатами на место прежнего адиабатического конуса выхода частиц /2/, если представить, что новый конус аналогичен старому, но образуется при оси z' , как это показано на рис.4. Другими словами, старый конус потерь поворачивается в пространстве, не изменяя формы и размера, вследствие чего появляется зависимость α_c от фазы ϕ . Сохранение размера конуса потерь в обеих системах координат означает, что $\sin \alpha_c = \sin \theta'$. Смещение оси z' по ϕ происходит по часовой стрелке для положительно заряженных частиц и в обратном направлении - для отрицательных частиц.

Вычисления подтверждают справедливость этих эвристических представлений. Таким образом, можно заключить, что в общем случае граница высыпания частиц /форма стока частиц/ описывается уравнениями

$$\cos \alpha_c = \cos \theta' \cos \Phi - \sin \theta' \sin \Phi \cos \phi',$$

/7/

$$\sin(\phi_c - \psi) = \frac{\sin \theta' \sin \phi'}{\sin \alpha_c}, \quad \sin \theta' = [(4L - 3)L^5]^{-1/4}, \quad 0 \leq \phi' \leq 2\pi,$$



Φ и ψ представлены на рис.5. Под величиной χ на рис.5 подразумевается ее мгновенное значение в точке инъекции. Использование /7/ в качестве начальных условий /условий инъекции/ для траекторного счета дает точки отражения вблизи $R_m = R_g$ с точностью $\leq 10\%$ ($\chi \leq 1$). Объясняется это, видимо, размерами орбиты частицы около

Рис.4. Вращение конуса потерь.

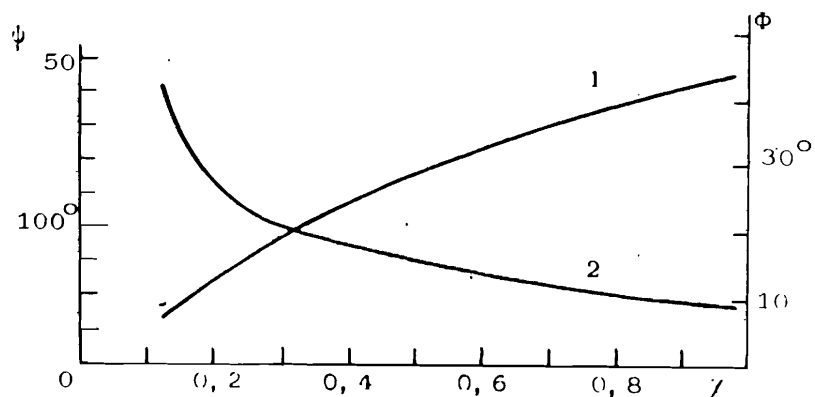


Рис.5. Зависимость ψ и Φ от χ . 1 - функция $\Phi(\chi)$; 2 - $\psi(\chi)$.

точки отражения. Чем меньше энергия частицы E , тем, естественно, меньше и отклонение R_m от R_g . Например, при инъекции протонов с $L = 3$ и энергиями $E = 600$ и 200 МэВ величина $(\Delta R_m)_{\max}$ изменялась от $\sim 10\%$ до $\sim 5\%$. Проверка формул /7/ с помощью траекторного счета проводилась в диапазоне $1,5 \leq L \leq 6$ для $E/L = 1,5/ \leq 4$ ГэВ, $E/L \leq 4/ \leq 600$ МэВ, $E/L = 6/ = 50$ МэВ. При $\theta' < \Phi$ кривая $\alpha_c(\phi)$ имеет форму овала, при $\theta' > \Phi$ граница $\alpha_c(\phi)$ имеет вид незамкнутой кривой ($0 \leq \phi \leq 2\pi$). В случае $\chi \rightarrow 0$ уравнения /7/ переходят в /2/, а ϕ становится циклической переменной ($\alpha_c(\phi) = \text{const}$).

ЛИТЕРАТУРА

1. Редерер Х. Динамика радиации, захваченной геомагнитным полем. М.: Мир, 1972, с.192.
2. Амирханов И.В. и др. Сообщение ОИЯИ, P11-85-88, Дубна, 1985.
3. Амирханов И.В. и др. Сообщение ОИЯИ, P11-83-505, Дубна, 1983.
4. Амирханов И.В. и др. Сообщение ОИЯИ, P11-86-329, Дубна, 1986.
5. Ильин В.А., Позняк Э.Г. Аналитическая геометрия. М.: Наука, 1971, с.232.

Рукопись поступила в издательский отдел
2 июня 1987 года.

НЕТ ЛИ ПРОБЕЛОВ В ВАШЕЙ БИБЛИОТЕКЕ?

Вы можете получить по почте перечисленные ниже книги, если они не были заказаны ранее.

ДЗ,4-82-704	Труды IV Международной школы по нейтронной физике. Дубна, 1982.	5 р.00 к.
Д7-83-644	Труды Международной школы-семинара по физике тяжелых ионов. Алушта, 1983.	6 р.55 к.
Д2,13-83-689	Труды рабочего совещания по проблемам излучения и детектирования гравитационных волн. Дубна, 1983.	2 р.00 к.
Д13-84-63	Труды XI Международного симпозиума по ядерной электронике. Братислава, Чехословакия, 1983.	4 р.50 к.
Д2-84-366	Труды 7 Международного совещания по проблемам квантовой теории поля. Алушта, 1984.	4 р.30 к.
Д1,2-84-599	Труды VII Международного семинара по проблемам физики высоких энергий. Дубна, 1984.	5 р.50 к.
Д10,11-84-818	Труды V Международного совещания по проблемам математического моделирования, программированию и математическим методам решения физических задач. Дубна, 1983.	3 р.50 к.
Д17-84-850	Труды III Международного симпозиума по избранным проблемам статистической механики. Дубна, 1984. /2 тома/	7 р.75 к.
Д11-85-791	Труды Международного совещания по аналитическим вычислениям на ЭВМ и их применению в теоретической физике. Дубна, 1985.	4 р.00 к.
Д13-85-793	Труды XII Международного симпозиума по ядерной электронике. Дубна, 1985.	4 р.80 к.
Д4-85-851	Труды Международной школы по структуре ядра. Алушта, 1985.	3 р.75 к.
ДЗ,4,17-86-747	Труды V Международной школы по нейтронной физике. Алушта, 1986.	4 р.50 к.
	Труды IX Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. Дубна, 1984. /2 тома/	13 р.50 к.
Д1,2-86-668	Труды VIII Международного семинара по проблемам физики высоких энергий. Дубна, 1986. /2 тома/	7 р.35 к.

Заказы на упомянутые книги могут быть направлены по адресу:
101000 Москва, Главпочтамт, п/я 79. Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований.