

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА

№ 626

P10-87-254

Н.М.Никитюк

СПЕЦИАЛИЗИРОВАННЫЙ ПРОЦЕССОР
С АЛГЕБРАИЧЕСКОЙ СТРУКТУРОЙ
ДЛЯ БЫСТРОГО ОТБОРА
ФИЗИЧЕСКИХ СОБЫТИЙ

Направлено в журнал "Приборы и техника
эксперимента"

1987

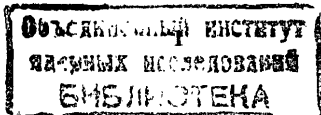
I. ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В триггерных системах первого уровня, которые используются в современных спектрометрах физики высоких энергий, предъявляются высокие требования к таким параметрам, как время регистрации множественности сигналов, поступающих от многоканальных детекторов заряженных частиц, и эффективность преобразования данных в форму, удобную для выполнения арифметических операций. Желательно, чтобы эти процедуры выполнялись бы параллельно и в одном и том же устройстве. Широко используемые в настоящее время мажоритарные схемы совпадений выполняют только функции регистрации множественности сигналов [1-3], а шифрация координат сработавших датчиков детектора выполняется с помощью приоритетных [4] шифраторов, что приводит к существенному увеличению времени преобразования, особенно в тех случаях, когда число каналов регистрации слишком велико (свыше ста). Суть дела в том, что для функционирования таких шифраторов необходимо иметь триггерный регистр и использовать тактовые импульсы для опроса состояния ячеек регистра.

В последнее десятилетие интенсивно развивается такое важное направление в информатике, как цифровая обработка сигналов, которая в теоретическом аспекте базируется на методах абстрактной алгебры, таких, как группы, поля, кольца, быстрые алгоритмы, например быстрое преобразование Фурье, и прочее [5-8].

Уместным будет напомнить известный факт из истории развития электронных экспериментов физики высоких энергий. Так, в начале 50-х годов разработчики аппаратуры и физики - экспериментаторы изучали булеву алгебру, на основе которой были созданы такие различные логические устройства, как: совпадения, антисовпадения, смесители и проч. В связи с развитием многоканальных систем регистрации и обработки данных, где широко используется техника БИС и микропроцессоров, на наш взгляд, необходимо освоение нового математического аппарата - алгебры Галуа, которая является естественным продолжением булевой алгебры на случай большого числа переменных и K -значной логики, где $K > 2$.

С целью облегчения чтения данной статьи дается два приложения, в которых приводятся необходимые сведения из алгебры Галуа и алгебраической теории кодирования. Следует отметить, что методы цифровой обработки сигналов на базе современной алгебры рассмотрены в обзоре [7] и в монографии [8]. Синтез переключательных функций над переменными, представленными в виде элементов поля Галуа, рассмотрены в работах [5,6]. Оказалось, что синтез довольно сложных функций можно эффективно выполнять с помощью ЭВМ. И, наконец, изучение основ



алгебры Галуа необходимо в связи с развитием нового направления в современном приборостроении — сигнатурного анализа. С помощью сигнатурных анализаторов, имеющих алгебраическую структуру, довольно эффективно обнаруживаются неисправности в микропроцессорных системах [9, 10]. В работах [11, 12] было показано, что, используя методы алгебраической теории кодирования, можно создавать параллельные шифраторы комбинаторного типа, для работы которых не требуются ни элементы памяти, ни тактовые импульсы. Характерной особенностью таких шифраторов является то, что данные, полученные на их выходах, несут в себе информацию не только о множественности событий, но и об их координатах, что позволяет создавать на этой основе координатные процессоры [13].

В данной работе на конкретном примере рассматривается способ построения одного из таких процессоров. Задача ставится следующим образом. Допустим, что мы имеем сцинтилляционный годоскоп, содержащий 15 сцинтилляторов. По условию эксперимента необходимо выработать сигналы о том, что в данный момент времени через годоскоп прошла одна и только одна частица ($t=1$), две и только две частицы ($t=2$), три и только три частицы ($t=3$) и $t \geq 4$. Кроме того, необходимо определить координаты сработавших сцинтилляторов, а также получить сигналы при условии регистрации заданной комбинации сцинтилляторов. Такая задача эффективно решается с помощью метода синдромного кодирования.

2. МЕТОД СИНДРОМНОГО КОДИРОВАНИЯ

Рассмотрим, как это принято в технике кодирования, типичную многоканальную систему передачи данных (рис. 1 а). На передающей стороне имеется регистр, содержащий ℓ разрядов. С помощью кодирующего устройства по определенному правилу к ℓ -разрядному слову добавляются K разрядов синдрома (проверочные символы), так что по каналу передачи к приемному устройству передается $n = K + \ell$ - разрядное слово. На стороне приемника с помощью декодирующего устройства выполняется шифрация полученного слова. Если в процессе передачи данных произошло искажение некоторых позиций, то детектор, используя избыточность, обнаруживает и исправляет ошибки.

Теперь рассмотрим более простую систему передачи (рис. 1 б). Допустим, что передаваемое n - разрядное слово всегда равно нулю, а в процессе передачи такого слова к нему добавляются ошибочные символы. Например, передается нулевое 15-разрядное слово

0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 ,

а на приемной стороне получается следующее слово:

0 1 0 0 1 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 ,

т.е. ошибки появились во 2-й, 5-й и 7-й позициях, если счет позиций вести слева направо. Если выбрать код, исправляющий три ошибки, то число разрядов N на выходе декодирующего устройства будет: $N = 3 \times \log_2 15 \approx 12$. Другими словами, имеется эффект сжатия слова с 15 до 12 бит. Причем, этот эффект растет с ростом числа каналов регистрации при условии, что число одновременно сработавших позиционно-чувствительных датчиков составляет 10-15% от общего их количества. В результате появляется возможность использования быстродействующих ПЗУ для решения поставленных задач методами табличной арифметики.

3. СПОСОБ ПОСТРОЕНИЯ МАЖОРИТАРНОЙ СХЕМЫ СОВПАДЕНИЙ

Для построения мажоритарной схемы совпадений при заданных параметрах $n=15$, $t=3$ и $t \geq 4$ необходимо прежде всего составить матрицу проверочных соотношений, соответствующую БЧХ - коду, исправляющему три ошибки (рис. 2) [12-15]. На этом рисунке изображены две равносильные матрицы. В первой матрице (слева) приведены элементы поля $GF(2^4)$. Причем, в первом столбце матрицы содержатся все ненулевые элементы поля в порядке возрастания их степеней. Второй столбец состоит из кубов соответствующих им элементов первого столбца, а в третьем столбце содержатся пятые степени элементов поля. Справа на рис. 2 изображена матрица, состоящая из двоичных эквивалентов поля Галуа $GF(2^4)$. С помощью такой матрицы можно построить схему параллельного шифратора, так как позиции единиц определяют связи между входами схем проверки на четность, которые выполняют функции сумматоров по модулю два и выходами формирователей, на входы которых поступают сигналы от ФЭУ.

Так получилось объективно, что последний столбец в матрице H^T состоит из нулей, а предпоследний совпадает с предыдущим. Поэтому разрядность синдрома фактически равна 10 бит, что упрощает проблему декодирования такого слова с помощью ПЗУ. Рассмотрим на примере, каким образом получается код синдрома и какую информацию он содержит. Допустим, что сигналы поступили одновременно от 4-го, 9-го и 13 сцинтилляторов. Эти позиции на рис. 2 обозначены символом *. Обозначив координаты сработавших сцинтилляторов через X_1, X_2 и X_3 , получим по аналогии с теорией так называемых БЧХ - кодов [12, 14]:

$$S_1 = X_1 + X_2 + X_3 ; S_3 = X_1^3 + X_2^3 + X_3^3 ; S_5 = X_1^5 + X_2^5 + X_3^5$$

где $S_1 = a^3 + a^8 + a^2 = a'$, $S_3 = a^9 + a^9 + a^6 = a^6$ и $S_5 = a^{10} + a^0 = a^{10}$.

Таким образом, в двоичном коде синдром имеет вид:

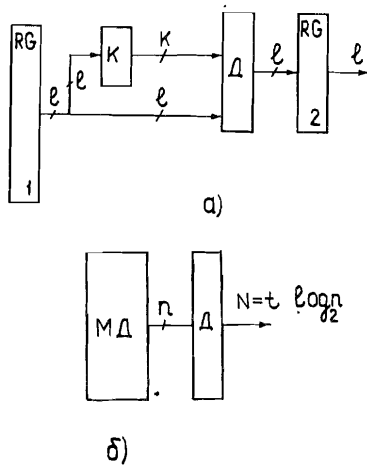


Рис. 1. К пояснению метода синдромного кодирования:
 а) типичная многоканальная система передачи данных, в которой используется избыточный код. Д - декодер, e - число информационных символов, К - число проверочных символов.
 б) система регистрации данных, в которой используется синдромное кодирование. МД - многоканальный детектор.

Датчики

| | | | | | | |
|----------|---------|--------|---------|------|---------|------|
| a^0 | 1 | 1000 | 1000 | 1000 | | |
| a^3 | 2 | 0100 | 0001 | 0110 | | |
| a^5 | 3 | 0010 | 0011 | 1110 | | |
| a^6 | *4 | 0001 | 0101 | 1000 | | |
| a^9 | 5 | 1100 | 1111 | 0110 | | |
| a^{12} | 6 | 0110 | 1000 | 1110 | | |
| a^0 | 7 | 0011 | 0001 | 1000 | | |
| a^3 | 8 | 1101 | 0011 | 0110 | | |
| a^5 | *9 | 1010 | 0101 | 1110 | | |
| a^6 | 10 | 0101 | 1111 | 1000 | | |
| a^9 | 11 | 1110 | 1000 | 0110 | | |
| a^{12} | 12 | 0111 | 0001 | 1110 | | |
| a^0 | *13 | 1111 | 0011 | 1000 | | |
| a^3 | 14 | 1011 | 0101 | 0110 | | |
| a^5 | 15 | 1001 | 1111 | 1110 | | |
| a^6 | | + 0001 | 0101 | 1000 | | |
| a^9 | | + 1010 | 0101 | 1110 | | |
| a^{12} | | 1111 | 0011 | 1000 | | |
| | $S_4 =$ | 0100 | $S_3 =$ | 0011 | $S_5 =$ | 1110 |

Рис. 2. Матрица проверочных соотношений для БЧХ-кода, исправляющего $t = 3$ ошибки для $m = 4$ и $n = 2^4 = 15$.

$$a^1 a^6 a^{10} = 010000111110$$

причем два последних разряда, как уже отмечалось выше, можно отбросить (они подчеркнуты). Следует также отметить, что координаты X_1 , X_2 и X_3 являются в нашем примере элементами поля Галуа $GF(2^4)$. Однако этот факт является несущественным для табличной арифметики.

Оставшиеся 10 бит в соответствии с алгебраической теорией кодирования несут в себе данные как о количестве сработавших трех сцинтилляторов, так и об их координатах. Поэтому предлагаемый процессор функционально разделен на две части: одна часть представляет собой мажоритарную схему совпадений (МСС), а вторая часть представляет собой координатный процессор. Алгоритм работы МСС рассмотрен в приложении П2 [15, 16].

На рис. 3 приведена блок-схема МСС, построенная по методу синдромного кодирования. Данные от многоканального детектора параллельно поступают на входы схемы для вычисления синдрома и на входы схемы проверки на четность. На выходах схемы для вычисления синдрома данные сжимаются до $N = t \log_2 n$ и поступают на схему устройства анализа сигналов на множественность. Схема для выработки сигнала "Быстрое ИЛИ" на рис. 3 не показана.

4. СТРУКТУРНАЯ СХЕМА МСС

На рис. 4 приведена структурная схема МСС. Предполагается, что входные и выходные сигналы имеют уровни NIM , а в качестве элементной базы используются быстродействующие микросхемы 500-й серии. Работает схема следующим образом. С помощью эмиттерных повторителей входные сигналы с уровнем NIM преобразуются в сигналы уровня ЭСЛ (-1,6 В) и после инвертирования поступают на общую магистраль. От магистрали данные поступают на входы регистра R_n , на входы группы элементов ИЛИ и на входы схемы проверки на четность. На выходах группы элементов ИЛИ вырабатывается сигнал "Быстрое ИЛИ", который идентифицируется как $t \gg 1$. После задержки с выхода схемы Т поступают три стробирующих импульса. С помощью импульса "Строб 1" происходит занесение входных сигналов на регистр R_n . Импульс "Строб 2", задержанный на 4 нс, используется для регистрации сигнала чет/нечет на отдельном триггере. Как будет показано ниже, этот сигнал служит для расширения диапазона регистрируемой множественности на единицу довольно простым способом. Импульс "Строб 3", задержанный на 30 нс относительно сигнала "Строб 2", используется для стробирования элементов i на выходах МСС.

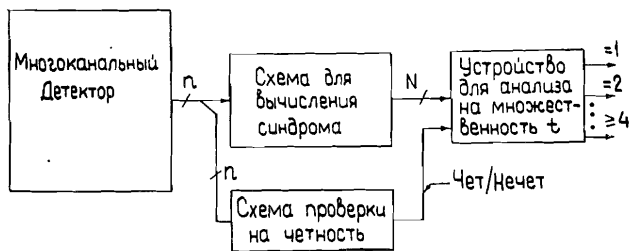


Рис. 3. Блок-схема мажоритарной схемы совпадений с алгебраической структурой.

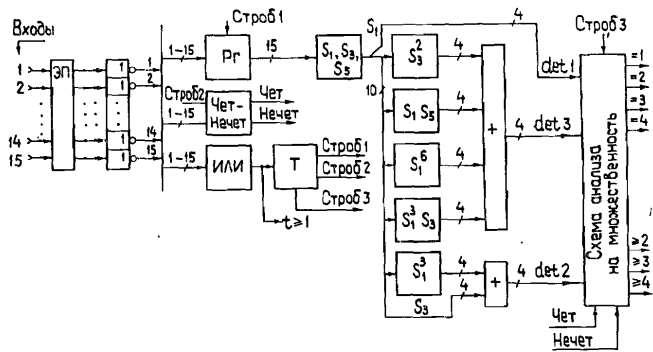


Рис. 4. Структурная схема мажоритарной схемы совпадений.

T-схема задержки строб-импульсов, P_r-регистр,
+ сумматоры по модулю два.

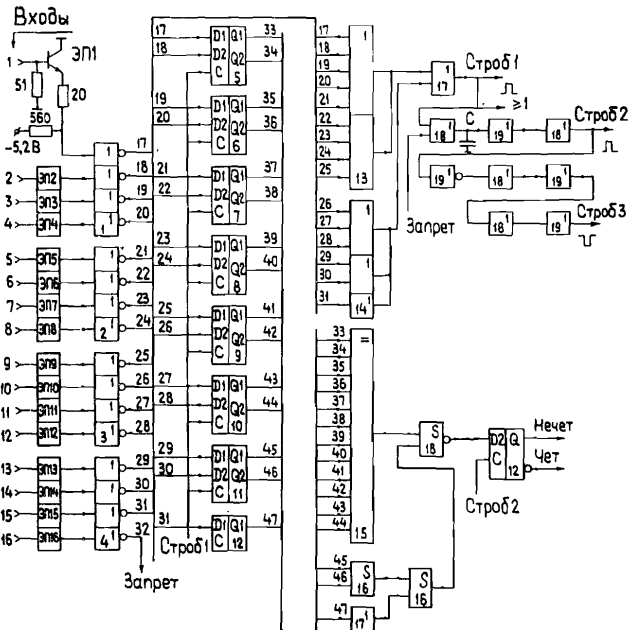


Рис. 5. Принципиальная схема входной части процессора, I-4, I7, I8-микроисхемы: K500ЛМ102, 5-I2-K500ТМ131, I3, I4-K500ЛМ109; I5-K500ИВ160, I6-K500ЛШ107, транзисторы-КТ316.

Сигнал "Чет/Нечет" вырабатывается с помощью микросхем K500ИВ160, которые в сочетании с микросхемой K500ЛШ107 можно легко наращивать с целью увеличения числа входов. С выходов регистра P_r сигналы поступают на схему вычисления синдрома, которая состоит из группы схем проверки на четность (рис. 6). Код синдрома S₁, S₃ и S₅ поступает на группу ППЗУ, с помощью которых вычисляются члены определителей первого и второго порядков: S₁⁶, S₃³, S₁S₃, S₁³ и S₃². Значение определителей det2 и det3 окончательно формируется на соответствующих сумматорах по модулю два. Схема анализа сигналов на множественность используется для выработки на выходах МСС таких сигналов, как t=1, t=2, t=3, t=4, а также t>2, t>3 и t>4. Строгое равенство t=4 получается при условии, что от годоскопа может поступать не более чем 4 сигнала одновременно. Величина задержки сигналов по тракту вход-выход не превышает 35 нс. Основной вклад в задержку импульсов 20 нс вносит ППЗУ.

На рис.5 приведена принципиальная схема входной части процессора, которая включает: эмиттерные повторители ЭП1-ЭП16, инверторы, регистр, схему "быстрое ИЛИ" (микросхемы I3-I4), схему регистрации сигналов "ЧЕТ" и "Нечет" (микросхемы I2 и I5-I7), а также микросхемы, с помощью которых вырабатываются строб-импульсы. С целью упрощения рисунков здесь и ниже не показаны номера контактов у микросхем, а также нагрузочные резисторы (порядка 620 Ом). Конденсатор С используется для юстировки величин задержек строб-импульсов. С целью упрощения описания связей между устройствами процессора на всех рисунках принята единая нумерация монтажных входов и выходов.

На рис. 6 приведены принципиальные схемы для формирования синдрома и возведения элемента S₃ в квадрат. Связь между выходами триггеров регистра и входами схем проверки на четность I-10 выполнена в соответствии с позициями единиц в матрице H^T. (рис. 2). Так, для формирования компоненты S₁₀ элемента S₁ на входы микросхемы I сигналы подаются с выходов тех триггеров, которые имеют номера 33, 37, 40, 41, 43, 45, 46 и 47. Эти цифры, как нетрудно заметить, соответствуют позициям единиц в первом столбце (слева) матрицы H^T. Такие связи можно запрограммировать и при заданных параметрах n и t выполнить с помощью ЭВМ. Как видно из рис. 6, каждая компонента элементов S₁, S₃ и S₅ вычисляется параллельно. Справа внизу на рисунке изображена принципиальная схема для возведения элемента S₃ в квадрат. Например, пусть S₃ = a^{I2}, тогда S₃² = (a^{I2})² = a²⁴ = a⁹. a¹⁵ = a⁹ = 0101, так как S₃₀ = S₃ = S₃₁ = S₃₃ = 1, тогда S₃₀² = 1+1=0; S₃₁² = S₃₂² = 1, S₃₂² = 1+1=0 и S₃₃² = S₃₃ = 1.

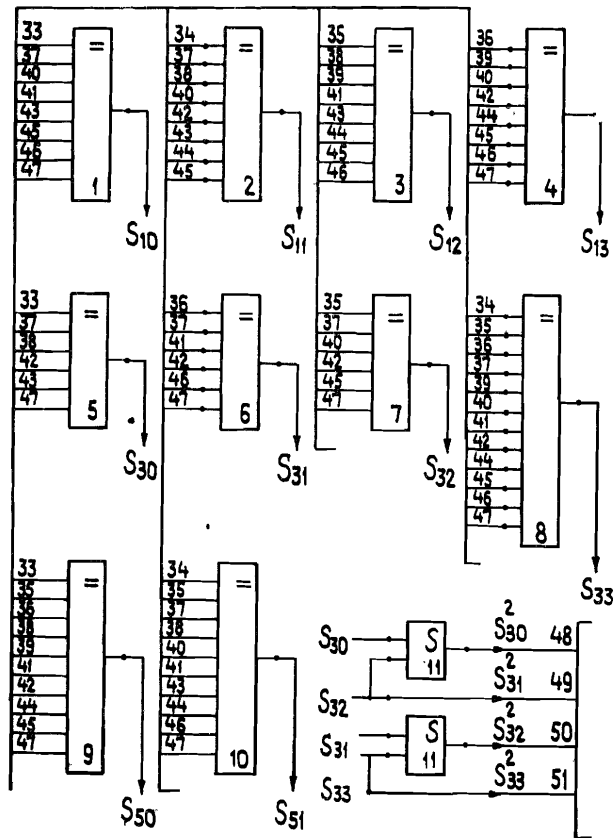


Рис. 6. Принципиальная схема вычисления синдрома и возведения элемента S_3 в квадрат. Микросхемы: I+IO - К500ИЕ160; II-микросхема К500ЛН107.

Структурная схема вычисления определителей $det1$, $det2$ и $det3$ приведена на рис. 7. Как это следует из таблицы (см. приложение 2), $det1 = S_1$, $det2 = S_1^3 + S_3$ и $det3 = S_1^6 + S_1^3 S_3 + S_1 S_5 + S_3^2$. Вычисление определителей производится с помощью ИШЗУ и сумматоров по модулю два. Модули памяти программируются в соответствии с таблицами, которые не трудно составить для фиксированных m . Так, на рис. 8 приведена таблица умножения двух элементов в поле Галуа $GF(2^4)$. На рис. 9 приведена таблица, с помощью которой программируется операция умножения двух элементов. Здесь показаны двоичные эквиваленты сомножителей, которые рассматриваются как адреса ИШЗУ, их 16-ричные эквиваленты и результат произведения, который получается на выходах памяти.

Следует отметить, что поскольку поле Галуа $GF(2^m)$ образует циклическую группу, то таблица для вычисления такого сложного выражения, как $S_1^3 S_3$, также реализуется на одном модуле ИШЗУ, с той лишь разницей, что требуется оставить другую таблицу, аналогичную таблице умножения. Например, пусть $S_1 = a^1$ и $S_3 = a^5$. Тогда $S_1^3 = a^3$ и $S_1^3 S_3 = a^8$, в то время как произведение $S_1 S_3 = a^6$. Более того, можно составить аналогичную таблицу для выражения $S_1^3 + S_3$, а для аппаратной реализации такого выражения можно использовать ИШЗУ такой же емкости, как и память, необходимую для выполнения операции умножения двух элементов [17]. Операция возведения в степень элемента требует в два раза меньшего числа входов ИШЗУ. Таким образом, для вычисления определителя третьего порядка достаточно использовать четыре микросхемы К500РЕ I49 и четыре микросхемы К500ЛН107.

Отбор сигналов по множественности выполняется следующим образом.

Если определитель $det2 = 0$ и есть сигнал "Нечет", то имеет место совпадение импульсов с уровнем -1,8 В на входах микросхемы I3 (рис. 7). Наличие сигнала на выходе микросхемы I3 идентифицируется как $t=1$. Далее, если $det2 \neq 0$ и, очевидно, $det1 \neq 0$, и есть сигнал "Чет", то полагаем, что $t=2$. При аналогичных признаках, но если есть сигнал "Нечет", принимаем, что $t=3$. Если же $det1 = det2 = det3 = 0$ и сформировался сигнал "Чет", то полагаем, что $t > 4$. Рассмотрим пример. Обратимся снова к рис. 2. Допустим, что сработал один датчик на позиции 4. Тогда имеем: $S_1 = det1 = 0001 = a^3$; $det2 = S_1^3 + S_3 = a^3 + a^3 = 0$; $det3 = S_1^6 + S_1^3 S_3 + S_1 S_5 + S_3^2 = a^1 + a^2 a^9 + a^3 a^6 + a^{18}$.

Допустим, что сигналы одновременно поступили от 4-го и 8-го датчиков. Имеем $S_1 = + \frac{0001}{1010} = a^{13} \neq 0$; $S_3 = a^2 + a^9 = 0$;

$$det2 = S_1^3 + S_3 = a^{39} = a^9 \neq 0;$$

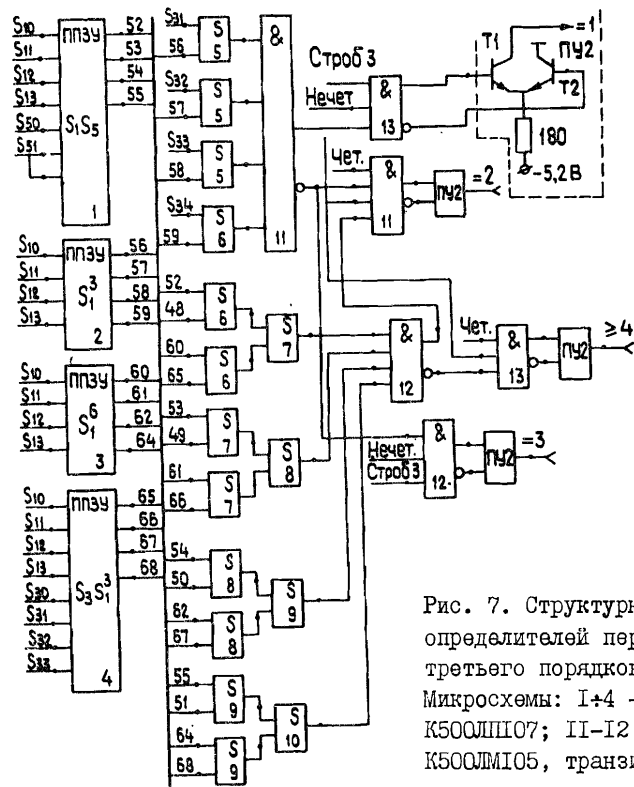


Рис. 7. Структурная схема вычисления определителей первого, второго и третьего порядков в поле $GF(2^4)$. Микросхемы: 1-4 - К500РЕ149; 5-10 - К500ЛН107; 11-12 - К500ЛМ109; 13 - К500ЛМ105, транзисторы КТ316.

| A \ B | a ⁰ | a ¹ | a ² | a ³ | a ⁴ | a ⁵ | a ⁶ | a ⁷ | a ⁸ | a ⁹ | a ¹⁰ | a ¹¹ | a ¹² | a ¹³ | a ¹⁴ |
|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|-----------------|
| a ⁰ | a ⁰ | a ¹ | a ² | a ³ | a ⁴ | a ⁵ | a ⁶ | a ⁷ | a ⁸ | a ⁹ | a ¹⁰ | a ¹¹ | a ¹² | a ¹³ | a ¹⁴ |
| a ¹ | a ¹ | a ² | a ³ | a ⁴ | a ⁵ | a ⁶ | a ⁷ | a ⁸ | a ⁹ | a ¹⁰ | a ¹¹ | a ¹² | a ¹³ | a ¹⁴ | a ⁰ |
| a ² | a ² | a ³ | a ⁴ | a ⁵ | a ⁶ | a ⁷ | a ⁸ | a ⁹ | a ¹⁰ | a ¹¹ | a ¹² | a ¹³ | a ¹⁴ | a ⁰ | a ¹ |
| a ³ | a ³ | a ⁴ | a ⁵ | a ⁶ | a ⁷ | a ⁸ | a ⁹ | a ¹⁰ | a ¹¹ | a ¹² | a ¹³ | a ¹⁴ | a ⁰ | a ¹ | a ² |
| a ⁴ | a ⁴ | a ⁵ | a ⁶ | a ⁷ | a ⁸ | a ⁹ | a ¹⁰ | a ¹¹ | a ¹² | a ¹³ | a ¹⁴ | a ⁰ | a ¹ | a ² | a ³ |
| a ⁵ | a ⁵ | a ⁶ | a ⁷ | a ⁸ | a ⁹ | a ¹⁰ | a ¹¹ | a ¹² | a ¹³ | a ¹⁴ | a ⁰ | a ¹ | a ² | a ³ | a ⁴ |
| a ⁶ | a ⁶ | a ⁷ | a ⁸ | a ⁹ | a ¹⁰ | a ¹¹ | a ¹² | a ¹³ | a ¹⁴ | a ⁰ | a ¹ | a ² | a ³ | a ⁴ | a ⁵ |
| a ⁷ | a ⁷ | a ⁸ | a ⁹ | a ¹⁰ | a ¹¹ | a ¹² | a ¹³ | a ¹⁴ | a ⁰ | a ¹ | a ² | a ³ | a ⁴ | a ⁵ | a ⁶ |
| a ⁸ | a ⁸ | a ⁹ | a ¹⁰ | a ¹¹ | a ¹² | a ¹³ | a ¹⁴ | a ⁰ | a ¹ | a ² | a ³ | a ⁴ | a ⁵ | a ⁶ | a ⁷ |
| a ⁹ | a ⁹ | a ¹⁰ | a ¹¹ | a ¹² | a ¹³ | a ¹⁴ | a ⁰ | a ¹ | a ² | a ³ | a ⁴ | a ⁵ | a ⁶ | a ⁷ | a ⁸ |
| a ¹⁰ | a ¹⁰ | a ¹¹ | a ¹² | a ¹³ | a ¹⁴ | a ⁰ | a ¹ | a ² | a ³ | a ⁴ | a ⁵ | a ⁶ | a ⁷ | a ⁸ | a ⁹ |
| a ¹¹ | a ¹¹ | a ¹² | a ¹³ | a ¹⁴ | a ⁰ | a ¹ | a ² | a ³ | a ⁴ | a ⁵ | a ⁶ | a ⁷ | a ⁸ | a ⁹ | a ¹⁰ |
| a ¹² | a ¹² | a ¹³ | a ¹⁴ | a ⁰ | a ¹ | a ² | a ³ | a ⁴ | a ⁵ | a ⁶ | a ⁷ | a ⁸ | a ⁹ | a ¹⁰ | a ¹¹ |
| a ¹³ | a ¹³ | a ¹⁴ | a ⁰ | a ¹ | a ² | a ³ | a ⁴ | a ⁵ | a ⁶ | a ⁷ | a ⁸ | a ⁹ | a ¹⁰ | a ¹¹ | a ¹² |
| a ¹⁴ | a ¹⁴ | a ⁰ | a ¹ | a ² | a ³ | a ⁴ | a ⁵ | a ⁶ | a ⁷ | a ⁸ | a ⁹ | a ¹⁰ | a ¹¹ | a ¹² | a ¹³ |

Рис. 8. Таблица умножения двух элементов в поле Галуа $GF(2^4)$.

$$S_5 = \frac{1000}{0110} = a^5; \quad \det 3 = a^{78} + a^{39} \cdot 0 + a^{18} + 0 = a^3 + a^{18} = a^3 + a^3 \cdot 0.$$

Аналогично можно проверить, что в случае одновременного поступления сигналов от 4-го, 9-го и 13-го сцинтилляторов $\det 1 \neq 0$; $\det 2 \neq 0$ и $\det 3 \neq 0$, т.к. $S_1 = a^1$; $S_3 = a^6$ и $S_5 = a^5$, то $\det 2 = a^3 + a^6 + 0$; $\det 3 = a^6 + a^3 a^6 + a^{11} + a^{12} = a^{10} \neq 0$.

4. КООРДИНАТНЫЙ ПРОЦЕССОР

Поскольку синдром, полученный на выходах группы схем проверки на четность, содержит в себе данные о координатах сработавших сцинтилляторов, то, используя ППЗУ, например, микросхему К556РТ7, можно получить значения координат в обыкновенном двоичном коде.

Нередко при создании триггерных систем требуется выработка сигнала, при условии срабатывания определенных комбинаций сцинтилляторов или других элементов многоканального детектора. На рис. 10 приведена структурная схема части координатного процессора, выполняющего подобные функции. Основным логическим узлом здесь является модуль ЗУПВ емкостью 1К (микросхема 10). Адресные входы модуля $A_0 - A_9$ соединены с выходами мультиплексов 5-9. На входы мультиплексов данные поступают от трех направлений: от тумблерного регистра Тб1-Тб10, от 10-разрядного счетчика (микросхемы 2-4) и от схемы формирования синдрома. Тумблерный регистр используется для записи единиц в определенные ячейки модуля. В принципе эти данные можно заносить от ЭВМ, если предусмотреть соответствующий интерфейс. В результате на выходе модуля памяти сигнал будет появляться только в тех случаях, когда код синдрома будет равен адресам тех ячеек памяти, в которые были предварительно записаны единицы. С помощью счетчика и генератора импульсов (микросхема 1) в ячейки памяти предварительно записываются нули. Тумблеры Тб14 и Тб15 необходимы для задания кодов адресов входных каналов мультиплексов. Тумблером Тб11 устанавливается код, подлежащий записи. Тумблер Тб12 используется для установки режима "Запись-Чтение". Если в модуль памяти предварительно по адресу 0100001111 записать единицу, то на его выходе сигнал сформируется только в том случае, если одновременно сработали 4-й, 9-й и 13-й сцинтилляторы (см. рис. 2).

ВЫВОДЫ

Предложен новый тип процессора с алгебраической структурой, который имеет следующие положительные свойства.

Рис. 9. Пример таблицы, используемой для программирования ШЗУ.

| N | A | B | A B | AxB |
|----|------|------|-----|-------|
| 0 | 0000 | 0000 | 0 0 | 0 0 |
| 1 | 0000 | 0001 | 0 1 | 0 0 |
| 2 | 0000 | 0010 | 0 2 | 0 0 |
| 3 | 0000 | 0011 | 0 3 | 0 0 |
| : | : | : | : | : |
| 15 | 0000 | 1111 | 0 F | 0 0 |
| 16 | 0001 | 0000 | 1 0 | 0 0 |
| 17 | 0001 | 0001 | 1 1 | 21 |
| 18 | 0001 | 0010 | 1 2 | 42 |
| 19 | 0001 | 0011 | 1 3 | 41 |
| 20 | 0001 | 0100 | 1 4 | 84 |
| 21 | 0001 | 0101 | 1 5 | 84 21 |
| 22 | 0001 | 0110 | 1 6 | 8 2 |
| 23 | 0001 | 0111 | 1 7 | 8 1 |
| 24 | 0001 | 1000 | 1 8 | 1 |
| 25 | 0001 | 1001 | 1 9 | 2 |
| 26 | 0001 | 1010 | 1 A | 42 1 |
| 27 | 0001 | 1011 | 1 B | 4 |

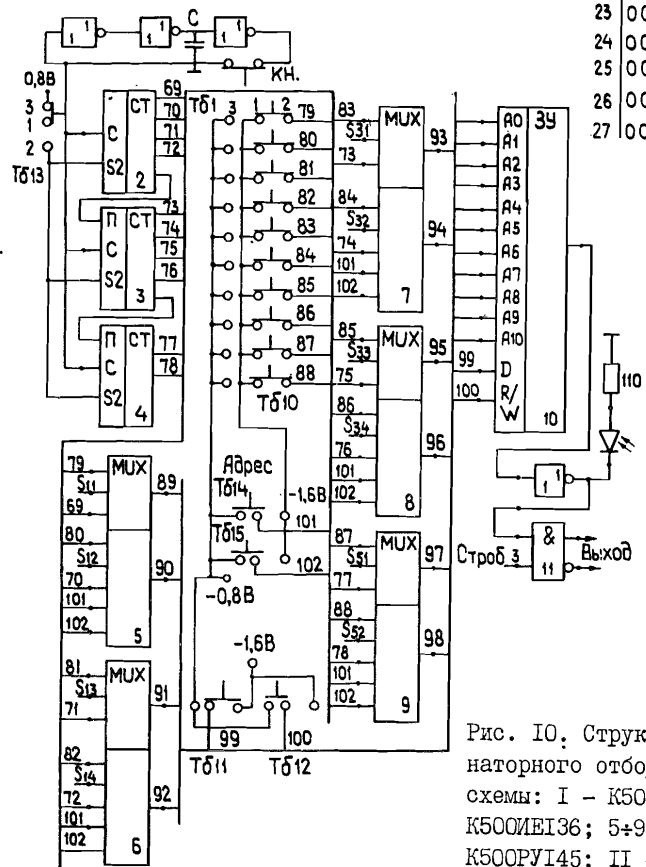


Рис. 10. Структурная схема комбинаторного отбора событий. Микросхемы: I - K500ЛМ101; 2+4 - K500ИВ136; 5+9 - K500КП174; 10 - K500РУ145; II - K500ЛМ102.

- Наряду с функцией мажоритарной схемы совпадений имеется возможность в определенных пределах выполнять параллельный счет сигналов, т.е. получать строгие равенства $t=1$; $t=2$ и т.д.

- Код синдрома, используемый для регистрации множественности сигналов, одновременно несет в себе данные о координатах сработавших датчиков.

- Поскольку информация, получаемая в виде синдрома, сжимается до величины $\sim t \log_2 n$, то для получения окончательного ответа можно использовать табличные методы решения с помощью ШЗУ.

- Все операции в процессоре выполняются параллельно и для их реализации не требуются тактовые импульсы.

- Принципиальные схемы процессора вычисляются точно с помощью соответствующих процедур, определенных в поле Галуа $GF(2^m)$. Эти процедуры можно автоматизировать с помощью аналитических методов расчета на ЭВМ [6,15,17].

В тех случаях, когда требуется построить процессор, имеющий большое число входов, необходимо выбрать полином более высокой степени. Например, при $n=31$ и 63 такими полиномами являются X^5+X^2+1 и X^6+X+1 соответственно. Конечно, в таких случаях необходимы и модули памяти большой емкости или использование принципа каскадирования ШЗУ. Таблицы неприводимых полиномов вплоть до 31 степени приведены в работе [14].

Приложение I

Основные понятия теории поля Галуа $GF(2^m)$

Поле Галуа содержит конечное число элементов P и обозначается как $GF(P)$. При $P=2$ поле содержит два элемента 1 и 0 и обозначается как $GF(2)$. В поле $GF(2)$ имеют место следующие таблицы сложения и умножения:

| | | |
|---|---|---|
| + | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 1 |
| 1 | 1 | 0 |

| | | |
|---|---|---|
| · | 0 | 1 |
| 0 | 0 | 0 |
| 1 | 0 | 1 |

Поле $GF(2)$ называется еще основным полем. На практике широкое применение находит расширенное поле Галуа, которое обозначается как $GF(2^m)$ при $P=2$. Такое поле создается путем добавления элемента a к полю $GF(2)$. Элемент a , называемый примитивным элементом, является корнем неприводимого полинома.

Таблицы неприводимых полиномов вплоть до 34-й степени приведены в приложении [14].

Далее, если поле содержит элемент a , то оно должно содержать

и все степени: $a^1, a^2, a^3, \dots, a^{2^m-1}$. Другими словами, поле Галуа $GF(2^m)$ содержит 2^m-1 различных ненулевых элементов, которые образуют циклический код. Среди них m элементов являются линейно независимыми (базис поля). С целью упрощения изложения мы будем рассматривать поле Галуа $GF(2^3)$, которое образуется над неприводимым полиномом X^3+X+1 . Линейно независимыми элементами являются

$a^0=100, a^1=010$ и $a^2=001$. Тогда любой элемент A можно представить в виде $A_0a^0+A_1a^1+A_2a^2$, а другой элемент B отличается от элемента A значениями коэффициентов, т.е. $B=B_0a^0+B_1a^1+B_2a^2$. Причем коэффициенты $A_0 \div A_2$ и $B_0 \div B_2$ в двоичной системе счисления принимают значения 0 или 1. Например, элемент $a^2=1 \cdot 0 + 1 \cdot 0 + 1 \cdot a^2 = a^2$.

Полагая, что элемент a^1 является корнем полинома X^3+X+1 , получаем $a^3+a+1=0$. С целью упрощения записи обычно принимают, что $a^0=100=1$, т.е. a^0 равно единичному элементу, т.к. элементы поля можно рассматривать как векторы. Имеем $a^3=a+1=a+a^0$, т.к. в поле Галуа операции сложения и вычитания равносильны, выполняются поразрядно и по модулю два. Итак: $a^3=110; a^4=a^3 \cdot a^1=(a+a^0)a=a^2+a^1=011, a^5=a^4 \cdot a^1=(a^2+a^1)a=a^3+a^2=a+a+a^2=111; a^6=101$ и $a^7=a^6 \cdot a^1=(a+a^2)a=a^1+a^3=a+a^0=a^0$, так как элементы поля образуют циклическую группу. Используя свойство циклическости группы, имеем, например, $(a^5)^2=a^{10}=a^3 \cdot a^7=a^3 \cdot a^0=a^3$, $(a^4)^3=a^{12}=a^5 \cdot a^7=a^5$ и т.д.

Поскольку сложение в поле Галуа выполняется по модулю два, то поразрядные переносы отсутствуют. Чтобы сложить несколько элементов поля столбиком, достаточно подсчитать число единиц в каждом столбце и, если сумма этих единиц число нечетное, то результат равен единице, в противном случае суммарный результат равен нулю. Например:

$$a^1+a^3+a^5 = \begin{array}{r} 010 \\ 110 \\ 111 \\ \hline 011 \end{array} = a^4.$$

На рис. II приведена таблица сложения элементов поля Галуа $GF(2^3)$. В качестве элементной базы для выполнения операции сложения являются такие схемы проверки на четность, как K155ИП2, K53ИП5, K500ИЕ160. Для суммирования двух элементов достаточно использовать микросхему K155ЛП5.

Умножение двух элементов поля выполняется путем прямого умножения элементов, представленных в виде полинома: $A \cdot B = (A_0a^0+A_1a^1+A_2a^2)(B_0a^0+B_1a^1+B_2a^2) = A_0a^0B_0a^0+A_0a^0B_1a^1+A_0a^0B_2a^2 + A_1a^1B_0a^0+A_1a^1B_1a^1+A_1a^1B_2a^2 + A_2a^2B_0a^0+A_2a^2B_1a^1+A_2a^2B_2a^2$.

С учетом того, что $a^0=100$ - единичный элемент, $a^0 \cdot a^0 = a^0$, далее

$$и a^4 = a^1 + a^2.$$

Имеем $AB = a^0(A_0B_0+A_1B_2+A_2B_1) + a^1(A_0B_1+A_1B_0 + A_1B_2+A_2B_1+A_2B_2) + a^2(A_0B_2+A_1B_1+A_2B_0+A_2B_2)$.

Обозначив коэффициенты при a^0, a^1 и a^2 соответственно через C_0, C_1 и C_2 , получим

$$C_0 = A_0B_0 + A_1B_2 + A_2B_1; C_1 = A_0B_1 + A_1B_0 + A_1B_2 + A_2B_1 + A_2B_2, \quad (I)$$

$$C_2 = A_0B_2 + A_1B_1 + A_2B_0 + A_2B_2.$$

На рис. I2 приведена таблица умножения двух элементов в поле Галуа $GF(2^3)$. Принципиальная схема умножения двух элементов приведена на рис. I3. При $A=B$ из выражений (I) можно получить выражения для возведения элемента поля $GF(2^3)$ в квадрат

$$C_{02} = A_0A_0 + A_1A_2 + A_2A_1 = A_0; C_{21} = A_0A_1 + A_1A_2 + A_2A_1 + A_2A_2 = A_2$$

$$C_{22} = A_0A_2 + A_1A_1 + A_2A_0 + A_2A_2 = A_1 + A_2.$$

Путем итерации можно получить выражения для возведения элемента A в куб, т.к. $A^3 = AA^2$:

$$C_{03} = A_0 + A_1 + A_2 + A_1A_2; C_{13} = A_0A_1 + A_0A_2 + A_1; C_{23} = A_0A_1 + A_2$$

и т.д. вплоть до шестой степени. Так, элемент в седьмой степени равен единичному элементу: $(a^1)^7 = (a^2)^7$ и т.д.

Взяв выражения для умножения двух элементов поля и возведения в степень как исходные, можно получить выражения для одновременного возведения в степень и умножения двух элементов:

$$BA_0^2 = A_0B_0 + A_2B_2 + A_1B_1 + A_2B_1$$

$$BA_1^2 = A_0B_1 + A_2B_0 + A_1B_1 + A_1B_2 + A_2B_1$$

$$BA_2^2 = A_0B_2 + A_2B_1 + A_1B_0 + A_1B_2 + A_2B_2$$

$$BA_0^3 = A_0B_0 + A_1B_0 + A_2B_0 + A_1A_2B_0 + A_0A_1B_2 + A_0A_2B_2 + A_1B_2 + A_0B_1 + A_2B_1$$

$$BA_1^3 = A_0B_1 + A_1B_1 + A_1A_2B_1 + A_0A_1B_0 + A_0A_2B_0 + A_0A_2B_2 + A_1B_2 + A_0A_1B_1 + A_2B_0$$

$$BA_2^3 = A_0B_2 + A_1B_2 + A_1A_2B_2 + A_0A_1B_1 + A_0A_2B_1 + A_1B_1 + A_0A_1B_0 + A_0A_1B_2 + A_2B_0,$$

и так далее, вплоть до 6 степени.

Например, пусть даны элементы $B=a^3=110$ и $A=a^5=111$. Необходимо вычислить BA^3 . Имеем $B_0=1; B_1=1; B_2=0; A_0=1; A_1=1$ и $A_2=1$. Подставляя эти коэффициенты в выражения для вычисления BA^3 , получим $BA_0^3=0; BA_1^3=0; BA_2^3=1$. В результате получаем элемент $a^4=001$; так как $(a^5)^3 = a^{15} = (a^7)^2 \cdot a^1 = (a^0)^2 \cdot a^1 = a^1$ и $a^3 \cdot a^1 = a^4$.

При небольших величинах m операции умножения и возведения в степень можно реализовать при помощи обычных микросхем. На рис. I3 в качестве примера приведена принципиальная схема умножения двух элементов в поле Галуа $GF(2^3)$.

| + | a^0 | a^1 | a^2 | a^3 | a^4 | a^5 | a^6 |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| a^0 | 0 | a^3 | a^6 | a^1 | a^5 | a^4 | a^2 |
| a^1 | a^3 | 0 | a^4 | a^0 | a^2 | a^6 | a^5 |
| a^2 | a^6 | a^4 | 0 | a^5 | a^3 | a^1 | a^0 |
| a^3 | a^1 | a^0 | a^5 | 0 | a^6 | a^2 | a^4 |
| a^4 | a^5 | a^2 | a^1 | a^6 | 0 | a^0 | a^3 |
| a^5 | a^4 | a^6 | a^3 | a^2 | a^0 | 0 | a^1 |
| a^6 | a^2 | a^5 | a^0 | a^4 | a^3 | a^1 | 0 |

Рис.11. Таблица сложения двух элементов в поле Галуа $GF(2^3)$.

| X | a^0 | a^1 | a^2 | a^3 | a^4 | a^5 | a^6 |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| a^0 | a^0 | a^1 | a^2 | a^3 | a^4 | a^5 | a^6 |
| a^1 | a^1 | a^2 | a^3 | a^4 | a^5 | a^6 | a^0 |
| a^2 | a^2 | a^3 | a^4 | a^5 | a^6 | a^0 | a^1 |
| a^3 | a^3 | a^4 | a^5 | a^6 | a^0 | a^1 | a^2 |
| a^4 | a^4 | a^5 | a^6 | a^0 | a^1 | a^2 | a^3 |
| a^5 | a^5 | a^6 | a^0 | a^1 | a^2 | a^3 | a^4 |
| a^6 | a^6 | a^0 | a^1 | a^2 | a^3 | a^4 | a^5 |

Рис.12. Таблица умножения двух элементов в поле Галуа $GF(2^3)$.

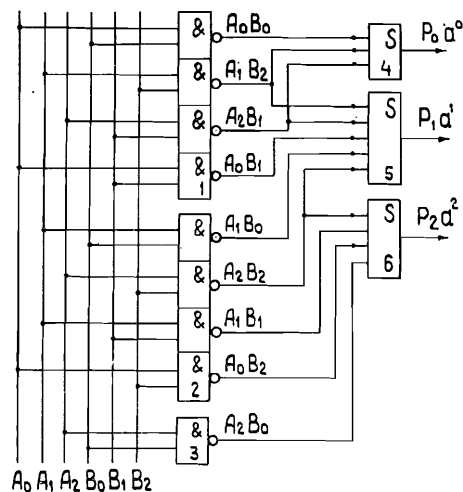


Рис.13. Принципиальная схема умножения двух элементов в поле Галуа $GF(2^3)$. Микросхемы: 1+3 - К500ЛМ102, 4+6 - К500ИЕ160.

Если для вычислений использовать ПЗУ, то необходимое число входов N равно: $N = m \cdot S$, где m - степень неприводимого полинома, над которым образуется поле, S - число различных элементов, которое входит в вычисляемое выражение.

Приложение 2

Теоретические основы МСС

Алгоритм работы МСС основан на следующем свойстве матрицы L_t [14,15].

Матрица размерности $t \times t$

$$L_t = \begin{pmatrix} S_1 & 1 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ S_3 & S_2 & S_1 & 1 & \dots & 0 \\ S_5 & S_4 & S_3 & S_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ S_{2t-1} & S_{2t-2} & S_{2t-3} & S_{2t-4} & \dots & S_t \end{pmatrix}$$

невырождена, если степенные симметрические функции S_i зависят от t или $t+1$ элементов поля, и вырождена, если S_i зависят от меньшего, чем $t-1$, числа различных элементов поля. Практически это значит, что для определения величины t нужно вычислять определитель L_t при фиксированном значении величины t . Выражения для определителя L_t при $t = 1, 2, 3$ и 4 приведены в таблице.

Таблица

Выражения для определителей L_t ($t = 1+4$)

| t | $\det L_t$ |
|-----|--|
| 1 | S_1 |
| 2 | $S_1^2 + S_3$ |
| 3 | $S_1^6 + S_1^3 S_3 + S_1 S_5 + S_3^2$ |
| 4 | $S_1^{10} + S_1 S_3 + S_1^5 S_5 + S_1^3 S_7 + S_1^2 S_3 S_5 + S_1 S_3^3 + S_3 S_7 + S_5^2$ |

Каждое из значений определителя вычисляется отдельно и анализируется на "0". В зависимости от результата анализа принимается решение. Причем количество слагаемых в каждом из выражений для L_t зависит от величины t и не зависит от числа входов n . Логические уравнения для мажоритарной схемы совпадений с алгебраической струк-

турой, содержащей n входов и t выходов, имеет вид:

Выход 1: $\det L_1 \vee \det L_2 \vee \dots \vee \det L_{t-1} \vee \det L_t \geq 1$

Выход 2: $\det L_2 \vee \dots \vee \det L_{t-1} \vee \det L_t \geq 2$

Выход 3:

⋮

Выход $t-1$

$\det L_{t-1} \vee \det L_t \geq t-1$

Выход t

$\det L_t \geq t$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Базиладзе С.Г., Нгуен Тхи Ша. Схемы совпадений наносекундного диапазона. ПТЭ, 1981, № 5, с.92-96.
2. Гуськов Б.Н., Калинин В.А., Крастев В.Р., Максимов А.Н., Никитюк Н.М. Быстродействующий параллельный счетчик. ПТЭ, 1984, № 6, с.91-94.
3. Н.М.Никитюк. Метод регистрации множественности в годоскопических системах с большим числом каналов регистрации. Препринт ОИЯИ, РЮ-86-73, Дубна, 1986.
4. Базиладзе С.Г. Быстродействующая ядерная электроника. "Энергоиздат", М., 1982, стр.60
5. Benjauthrit B., Reed I. On the fundamental structure of Galois switching functions, IEEE Transaction on Computers, 1978, vol. C-27, N 8, p.757.
6. Александров И.Н., Гайдамака Р.Н., Никитюк Н.М., Шириков В.П. Расчет переключательных функций, представленных элементами поля Галуа $GF(2^m)$. Препринт ОИЯИ, РЮ-84-865, Дубна, 1984.
7. Блейхат Р.Э. Алгебраические поля, обработка сигналов, контроль ошибок. ТИИЭР, 1985, т.73, № 5, стр. 30-53.
8. Вариченко Л.В., Лабунец В., Раков М.А. Абстрактные алгебраические системы и цифровая обработка сигналов. "Наукова думка", Киев, 1986, 247 стр.
9. Горден Г., Надич Н. Локализация неисправностей в микропроцессорных системах при помощи шестнадцатеричных ключевых кодов. Электроника, т.50, № 5, 1977, с.24-33.
10. Смирнов Н.И., Стручков А.А., Судовцев В.А. Диагностика неисправностей в цифровой радиоаппаратуре на БИС. Зарубежная радиоэлектроника, № 1, 1979, с.53-60.

11. Никитюк Н.М., Раджабов Р.С., Шафранов М.Д. Блок параллельного кодирования информации с многопроводных пропорциональных камер. ПТЭ, 1978, № 4, стр. 95-98.
12. Н.М.Никитюк. Метод синдромного кодирования и его применение для быстрого аппаратного отбора событий на основе спецпроцессоров, оперирующих в поле Галуа $GF(2^m)$. Препринт ОИЯИ, РИ-80-484, Дубна, 1980.
13. Никитюк Н.М. Процессор для определения координат частиц в координатной пропорциональной камере. Бюллетень ОИ, 1981, № 39, стр. 259. А.С. № 875408.
14. Питерсон У. Коды, исправляющие ошибки. "Мир", М., 1964, с.183.
15. Гайдамака Р.И., Калинин В.А., Никитюк Н.М., Шириков В.П. Новый способ построения мажоритарных схем совпадений. Препринт ОИЯИ, РИЗ-82-628, Дубна, 1982.
16. Калинин В.А., Никитюк Н.М. Устройство для отбора t ядерных частиц из N частиц. Бюллетень ОИ, 1984, № 47, стр.211, А.С. № 1075829.
17. Никитюк Н.М. Совмещенные операции в поле Галуа $GF(2^m)$ и их применение. Препринт ОИЯИ, РИ-87-54, Дубна, 1987.

Рукопись поступила в издательский отдел
16 апреля 1987 года.