

29/4-70

Б-399

ОБЪЕДИНЕННЫЙ  
ИНСТИТУТ  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

P9 - 5310



Ю.Д. Безногих, М.А. Воеводин, Л.П. Зиновьев

ЛАБОРАТОРИЯ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

МОДИФИЦИРОВАННЫЙ ПЛОСКИЙ ПОЛЮС  
ДЛЯ ЖЕСТКОФОКУСИРУЮЩЕГО КАНАЛА  
ЛИНЕЙНОГО УСКОРИТЕЛЯ ИОНОВ

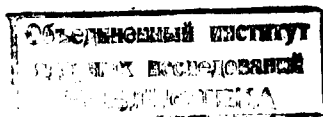
1970

P9 - 5310

Ю. Д. Безногих, М. А. Воеводин, Л. П. Зиновьев

**МОДИФИЦИРОВАННЫЙ ПЛОСКИЙ ПОЛЮС  
ДЛЯ ЖЕСТКОФОКУСИРУЮЩЕГО КАНАЛА  
ЛИНЕЙНОГО УСКОРИТЕЛЯ ИОНОВ**

Направлено в ПТЭ



## 1. В в е д е н и е

На магнитные квадрупольные линзы, используемые в трубках дрейфа протонного линейного ускорителя в качестве фокусирующих систем, накладывают ряд требований, к которым в первую очередь следует отнести:

1. Получение больших градиентов магнитного поля (порядка 5-6 т. эрст/см) в апертуре осевого канала линейного ускорителя, при ограниченном размере внешнего диаметра линз.

2. Получение минимальных искажений магнитного поля в апертуре линзы или, что то же самое, получение постоянства градиента магнитного поля по радиусу апертуры.

Нелинейность градиента по радиусу апертуры линз, в случае их применения в жестко-фокусирующем канале линейного ускорителя, приводит к непоправимым деформациям фазового объема пучка, т.к. частоты поперечных колебаний частиц с разными амплитудами получаются различными. Практически это эквивалентно увеличению фазового объема пучка, что всегда приводит к нежелательному ухудшению параметров ускоряемого пучка, а в случае недостаточной пропускной способности жестко-фокусирующего канала - и к его потерям /1,2/.

Наиболее подходящим, с точки зрения применения в квадрупольных линзах трубок дрейфа протонных линейных ускорителей, является плоский полюс /3,4/, который наиболее полно удовлетворяет указанным выше требованиям.

Плоский полюс прост в изготовлении, и благодаря отсутствию в поле 6-ой гармоники позволяет получить сравнительную малую нелинейность градиента в рабочей апертуре жестко-фокусирующего канала линейного ускорителя.

В данной работе рассмотрен модифицированный плоский полюс <sup>/5/</sup>, отличающийся тем, что на плоской его части имеется выступ вполне определенных размеров. Благодаря этому модифицированный полюс позволяет компенсировать не только 6-ю, но и 10-ю гармонику в спектре компонент магнитного поля квадрупольной линзы.

Известно, что в квадрупольной линзе, обладающей четырьмя осями симметрии, нелинейность магнитного поля определяется наличием в поле 6-й, 10-й, 14-й и т.д. гармоник <sup>/1,3/</sup>. Причем основной гармоникой, определяющей магнитное поле линзы, является 2-я гармоника.

Магнитное поле в апертуре квадрупольной линзы удовлетворяет уравнениям статики:

$$\operatorname{rot} \vec{B} = 0, \quad \operatorname{div} \vec{B} = 0.$$

Если рассматривать длинную линзу, т.е. пренебречь краевыми эффектами, то поле в апертуре такой линзы можно записать уравнением Лапласа

$$\frac{\partial^2 F}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial F}{\partial r} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 F}{\partial \phi^2} = 0, \quad (1)$$

где  $F$  - магнитный потенциал статического поля линзы;  $r, \phi$  - радиус и угол в полярных координатах.

Решение этого уравнения с использованием свойства квадрупольных линз (наличие четырех осей симметрии) имеет вид:

$$F(r, \phi) = \sum_{n=0}^{\infty} a_{2(2n+1)} r^{2(2n+1)} \sin 2(2n+1) \phi. \quad (2)$$

Отсюда

$$\begin{aligned}
 B_{\phi,r} &= \frac{1}{r} \frac{\partial F}{\partial \phi} = 2a_2 r \cos 2\phi + 6a_6 r^5 \cos 6\phi + \\
 &+ 10a_{10} r^9 \cos 10\phi + 14a_{14} r^{13} \cos 14\phi + \dots = \\
 &= B_2 \cos 2\phi + B_6 \cos 6\phi + B_{10} \cos 10\phi + B_{14} \cos 14\phi + \dots,
 \end{aligned} \tag{3}$$

где  $B_2$  - амплитуда основной гармоники,  $B_6, B_{10}, B_{14}$  - амплитуда высших гармоник, вносящих нелинейность в магнитное поле.

Величина амплитуды  $n$ -ой гармоники из (2) определится:

$$B_{2(2n+1)} = 2(2n+1)a_{2(2n+1)} r^{4n+1} \tag{4}$$

Отсюда видно, что амплитуды гармоник в большой степени зависят от радиуса, и чем выше порядок гармоники, тем сильнее эта зависимость.

Поэтому для удобства рассмотрения величины той или иной гармоники безотносительно к радиусу, полезно ввести коэффициенты, не зависящие от него.

Выражение совокупности амплитуд гармоник с помощью таких коэффициентов можно записать следующим образом /2/:

$$B(r) = H(r) = G_0 (r + h_5 r^5 + h_9 r^9 + h_{13} r^{13} + \dots), \tag{5}$$

где  $G_0$  - градиент магнитного поля в центре линзы и

$$h_n = \frac{H_{n+1}}{G_0 r^n}. \tag{6}$$

Нелинейность магнитного поля в апертуре трубки дрейфа оценивалась по формуле:

$$\Delta \% = \frac{\Delta H}{H_0} = \frac{|H_6| + |H_{10}| + |H_{14}|}{H_2} \cdot 100\% \quad (7)$$

## II. Исследование плоского полюса

Форма профиля плоского полюса представлена на рис. 1. С точки зрения изготовления такой профиль прост, и с ним можно получать большие градиенты магнитного поля в апертуре дрейфовых трубок. Основными параметрами плоского полюса являются: ширина плоской его части (размер "с") и угол наклона образующей полюса в его плоской части (угол  $\alpha$ ).

В работе <sup>/3/</sup> дано теоретическое обоснование величины плоской части полюса, при которой отсутствует 6-я гармоника поля. При этом было отмечено, что плоский полюс не может одновременно при любых размерах "с" обратить в нуль 6-ю и 10-ю гармоники.

В работе <sup>/4/</sup> приведена зависимость величины коэффициента 6-й гармоники поля от изменения ширины плоской части полюса в небольших пределах. Эта зависимость позволяет судить о необходимой точности изготовления профиля полюса с подавленной 6-й гармоникой. О 10-й гармонике поля было известно, что ее величина слабо зависит от ширины плоской части полюса в области  $s_{\text{опт}}$ . Кроме того, в работе <sup>/3/</sup> автор, исследуя гиперболический полюс, пришел к выводу, что наклон прямолинейной образующей полюса в точке обрыва гиперболы слабо влияет на величину нелинейности поля.

Авторами данной работы при исследовании плоского полюса были определены некоторые другие соотношения, характерные для этого полюса:

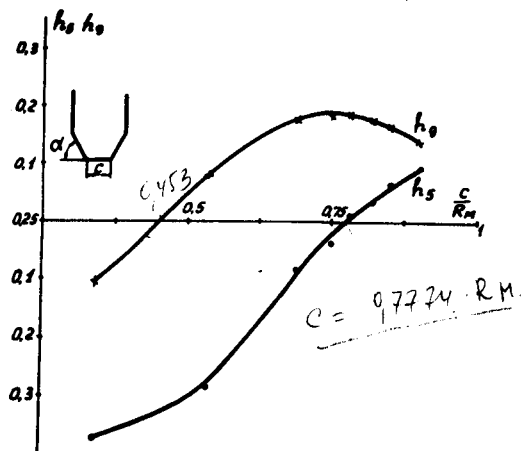


Рис. 1. Зависимость коэффициентов 6-й ( $h_6$ ) и 10-й ( $h_{10}$ ) гармоник поля от отношения  $\frac{c}{R_m}$ .

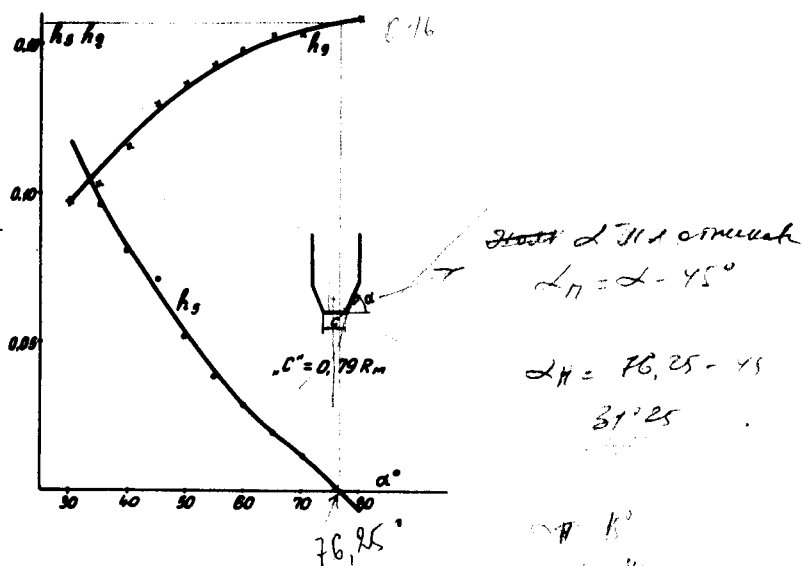


Рис. 2. Зависимость коэффициентов 6-й ( $h_6$ ) и 10-й ( $h_{10}$ ) гармоник поля от угла  $\alpha$ .

а) при определенном соотношении  $\frac{c}{R_M}$  (рис. 1) полностью исчезает 10-я гармоника поля ( $c$  - размер плоской части полюса,  $R_M$  - радиус магнитной апертуры). При этом величина 6-й гармоники имеет большее значение, чем величина 10-й при  $c = c_{\text{опт}}$  для подавленной 6-й гармоники.

б) коэффициенты при 6-й и 10-й гармониках поля  $h_6$  и  $h_{10}$  каждый в отдельности зависят от угла  $\alpha$  (рис. 2). Общая же нелинейность, определяемая суммой 6-й и 10-й гармоник, слабо зависит от угла  $\alpha$ .

в) из рис. 2 следует, что при изменении угла  $\alpha$  величина  $c_{\text{опт}}$  при которой отсутствует в поле 6-я гармоника, будет, по-видимому, также изменяться.

г) исследование распределения величины 6-й и 10-й гармоник вдоль оси линзы показывает, что характер этого распределения на краях линзы отличен от распределения в центре линзы, где краевые эффекты отсутствуют. Зависимость величин гармоник от радиуса вблизи края линзы значительно сложнее, чем та, которая вытекает из решения уравнения Лапласа для бесконечно длинной квадрупольной линзы (1). Было обнаружено, что на радиусе  $0,75 R_M$  вблизи края линзы выбросы 6-й гармоники при  $c = c_{\text{опт}}$  почти отсутствуют, а на радиусе  $0,915 R_M$  6-я гармоника в 5-6 раз превышала величину этой гармоники, измеренной на том же радиусе в середине осевой длины линзы.

### III . Исследование модифицированного плоского полюса

Из рис. 1 можно заметить, что при  $c < c_{\text{опт}}$  в поле исчезает 10-я гармоника. Отсюда можно сделать вывод о том, что наличие выступа на плоской части полюса приведет к существенному уменьшению в поле линзы 10-й гармоники. Действительно, эксперимент показал, что



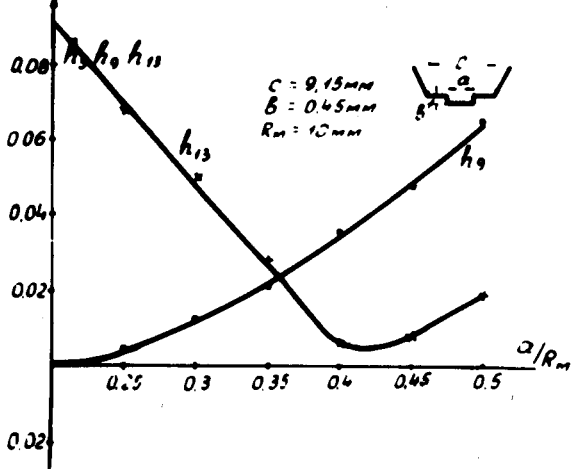


Рис. 3. Зависимость коэффициента 6-й ( $h_6$ ), 10-й ( $h_9$ ) и 14-й ( $h_{13}$ ) гармоник поля от ширины выступа  $a$  (при  $b=\text{const}$  и  $c=\text{const}$ ) для модифицированного плоского полюса.

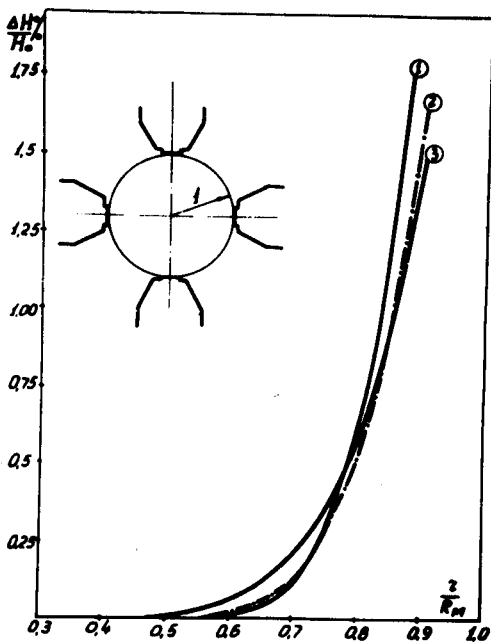


Рис. 4. Зависимость нелинейности поля от радиуса для модифицированного плоского полюса ( $c = 9,15 \text{ мм}$ ,  $b = 0,45 \text{ мм}$ ,  $R_M = 10 \text{ мм}$ ,  $a$  - параметр). Кривая 1 -  $a=0,2R_M$ , Кривая 2 -  $a=0,3R_M$ , Кривая 3 -  $a=0,4R_M$ .

при определенных значениях размеров  $a$ ,  $b$  и  $c$  (рис. 3) в поле линзы практически исчезает не только 6-я, но и 10-я гармоника. При этом следует отметить, что размер " $c$ " для этого случая будет несколько большим, чем  $c_{\text{опт}}$  для плоского полюса.

Было исследовано влияние вышеуказанных размеров модифицированного полюса на величины измеряемых гармоник.

Поведение гармоник при различной ширине выступа " $a$ " изображено на рис. 3. Из рис. 3 видно, что с уменьшением коэффициента 10-й гармоники ( $h_9$ ) при определенных размерах " $a$ " начинает быстро увеличиваться коэффициент 14-й гармоники ( $h_{13}$ ). В связи с этим, с целью определения оптимального варианта величина нелинейности магнитного поля по радиусу была рассчитана для трех значений размера " $a$ " (рис. 4).

а)  $a = 0,2 R_M$  - в этом случае нелинейность магнитного поля практически определялась лишь наличием 14-й гармоники  $h_{13} = 0,091$  (кривая 1).

б)  $a = 0,3 R_M$  - случай, когда присутствовали обе гармоники. При этом  $h_9 = 0,012$ ,  $h_{13} = 0,048$  (кривая 2).

в)  $a = 0,4 R_M$  - практически отсутствовала 14-я гармоника и нелинейность поля определялась величиной 10-й гармоники  $h_9 = 0,035$ ,  $h_{13} = 0,005$  (кривая 3).

Если учесть, что геометрическая апертура для трубок дрейфа составляет  $0,85 R_M$ , то из рис. 4 следует, что случай (когда ширина выступа составляет  $0,3 R_M$ ) является оптимальным, так как дает меньшую нелинейность магнитного поля в рабочей области апертуры линзы. Была отмечена слабая зависимость коэффициента 6-й гармоники от размера " $a$ ". В предыдущих рассмотренных случаях мы исключали наличие 6-й гармоники, т.к. ее удавалось практически свести до нуля соответствующим выбором размера " $c$ ".

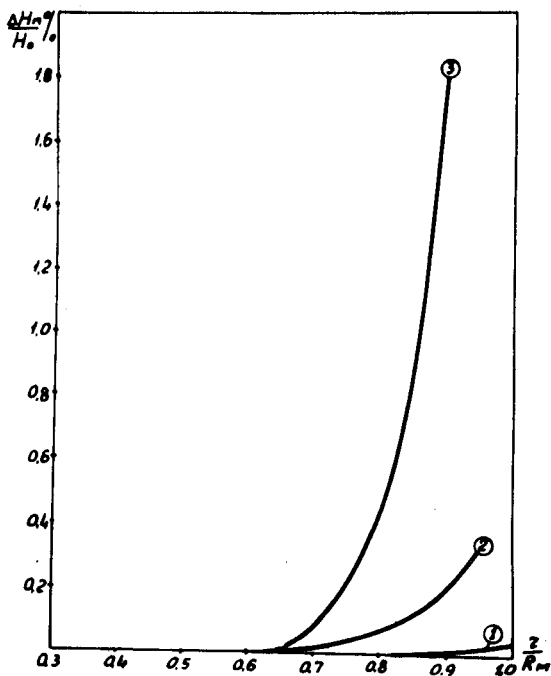


Рис. 5. Зависимость амплитуды высших гармоник от радиуса апертуры для модифицированного плоского полюса. Кривая 1 - для 6-й гармоники, кривая 2 - 10-й гармоники, кривая 3 - для 14-й гармоники.

Зависимость величин гармоник от размеров "b" и "c" такова:

а) размер "b" в основном оказывает влияние на величину 10-й гармоники, слабо - на 6-ю гармонику и практически не влияет на величину 14-й гармоники.

б) размер "c" в основном определяет величину 6-й гармоники и слабо влияет на 10-ю. На 14-ю гармонику размер практически влияния не оказывает.

При оптимальных соотношениях размеров "a", "b" и "c" нелинейность поля на радиусе  $0,75 R_M$  (рис. 5) по гармоникам составляет: по 6-й гармонике - 0,01% (кривая 1), по 10-й - 0,046% (кривая 2) и по 14-й - 0,2% (кривая 3). Таким образом, нелинейность магнитного поля в линзе с модифицированным плоским полюсом практически определяется наличием 14-й гармоники. Но, так как эта гармоника имеет небольшую величину в пределах рабочего радиуса и резко падает к центру линзы, то можно считать, что данный полюс имеет лучшие показатели по сравнению с плоским полюсом.

На рис. 6 представлена суммарная нелинейность магнитного поля в процентах в зависимости от радиуса апертуры. При этом радиус магнитной апертуры  $R_M$  как для плоского, так и для модифицированного плоского полюса принят за единицу. Если предположить, что допустимая нелинейность по полю не должна превышать 0,5%, то для плоского полюса рабочий радиус будет составлять  $0,63 R_M$ , а для модифицированного плоского полюса -  $0,79 R_M$ . Таким образом имеем выигрыш в увеличении рабочего радиуса на 25%. Аналогичным образом обстоит дело с нелинейностью градиента магнитного поля, представленного на рис. 7.

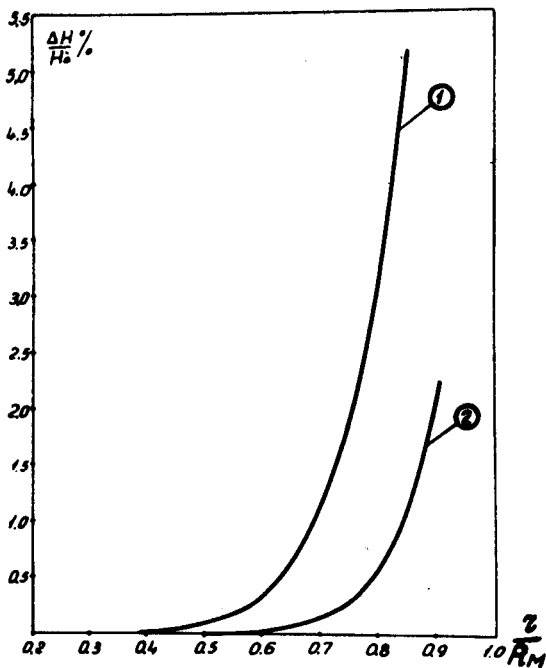


Рис. 6. Зависимость суммарной нелинейности поля от радиуса апертуры для плоского полюса (кривая 1) и для модифицированного плоского полюса (кривая 2).

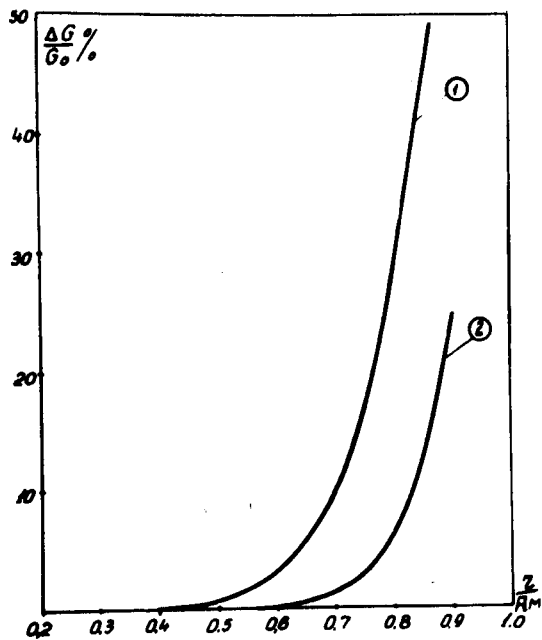


Рис. 7. Зависимость нелинейности градиента от радиуса апертуры для плоского полюса (кривая 1) и модифицированного плоского полюса (кривая 2).

#### IV . Методика измерения нелинейности магнитного поля в апертуре квадрупольной линзы

Особенность квадрупольных линз, применяемых в трубках дрейфа линейных ускорителей, состоит в том, что они имеют небольшие размеры. Пространственный объем, в котором сосредоточено магнитное поле линзы, мал, и поэтому оценка неравномерности поля методом прямого измерения величины поля  $H$  чрезвычайно затруднительна. Степень нелинейности магнитного поля в апертуре линзы определялась по методике, описанной в работах <sup>/4,6/</sup>. Отличительной особенностью этого метода является то, что на определенном радиусе измерялось не все поле в целом, а отдельные его компоненты (гармоники). Это возможно благодаря специальной конструкции измерительных катушек <sup>/8/</sup>.

При измерении высших гармоник поля на рабочих образцах линз, которые имеют апертуру порядка 20–30 мм, возникают трудности, связанные с нанесением гармонической плотности намотки на поверхности цилиндрической катушки. Однако измерение высших гармонических составляющих магнитного поля в апертуре квадрупольной линзы, обладающей четырьмя осями симметрии, существенно снижает требование к намотке измерительной катушки.

Действительно, наличие лишь 6-й, 10-й, 14-й и т.д. кратных гармоник в магнитном поле квадрупольной линзы позволяет отказаться от гармонической плотности намотки и применить намотку катушки с равномерным шагом. При этом измерительная катушка оказывается чувствительной ко всем высшим нечетнократным гармоникам магнитного поля, а они в квадрупольной линзе ничтожно малы. Для проверки этого утверждения были изготовлены две измерительные катушки на 6-ю гармонику поля макета квадрупольной линзы с апертурой 60 мм. Одна катушка имела гармоническую плотность намотки, другая – равномерную, с пе-

риодом, кратным 8-й гармонике. Результаты измерения имели расхождение в пределах 1%. Следует отметить, что использование измерительных катушек с равномерной плотностью намотки требует более точного совмещения центра измерительной катушки с центром квадрупольной линзы при их установке. В нашем случае эта точность была не хуже 0,05 мм и достигалась с помощью специального юстировочного устройства.

### V. О точности магнитных измерений

Точность определения величины гармонических составляющих магнитного поля зависела от многих факторов и прежде всего от конструкции измерительной катушки.

Величина  $n$ -ой гармоники определяется по формуле:

$$H_n = \frac{\Phi_{\text{изм.}}}{S_{\text{эфф.}}} = \frac{\Phi_{\text{изм.}} \cdot 10^8}{2D \ell N \sum_1^N \cos n \alpha_i} \quad [ \text{эрт.} ]. \quad (8)$$

где  $\Phi_{\text{изм.}}$  - показания веберметра,  $S_{\text{эфф.}}$  - эффективная площадь измерительной катушки,  $D, \ell$  - диаметр и длина цилиндрической катушки,  $N$  - число пазов (витков) на длине дуги,  $\alpha_i$  - угловая координата  $i$ -го паза в цилиндрической системе координат.

Максимальная погрешность определения величины поля  $H$  зависит от следующих компонент:

$$\frac{\Delta H}{H} = \frac{\Delta \Phi_{\text{изм.}}}{\Phi_{\text{изм.}}} + \frac{\Delta D}{D} + \frac{\Delta \ell}{\ell} + \frac{\Delta \alpha}{\alpha} n \sum_1^N \cos n \alpha_i$$

Каждое слагаемое в отдельности определяется точностью используемых измерительных инструментов. Так, величина  $\frac{\Delta \Phi_{\text{изм.}}}{\Phi_{\text{изм.}}} = 2,5\%$  определяется точностью измерения веберметра типа Ф-18.  $\frac{\Delta D}{D} = 0,05\%$  - точностью изготовления цилиндрической измерительной катушки. Точность



при определении длины катушек равна  $\frac{\Delta \ell}{\ell} = 2,5\%$  - для катушек длиной 20 мм и  $\frac{\Delta \ell}{\ell} = 10\%$  - для катушек длиной 5 мм.

Столь высокие погрешности связаны с наличием лобовых частей, образующихся из-за наложения друг на друга витков при намотке измерительной катушки.

Максимальная погрешность в определении угловых координат паза (витка) составляет:

4% - для 14-й гармоники

2,5% - для 10-й гармоники

1,5% - для 6-й гармоники .

Следует отметить, что витки измерительной катушки укладывались в специально сделанные пазы. Паз размером 0,1x0,1 мм наносился с точностью 10 угловых секунд с помощью оптической головки.

Общая погрешность в определении высших гармоник составляла:

$$\delta N_8 = 6,5\%, \delta N_{10} = 7,5\%, \delta N_{14} = 9\%.$$

Если учесть, что основная (вторая) гармоника магнитного поля квадрупольной линзы примерно в 100 раз превышает любую из величин высших гармоник, то точность в определении нелинейности магнитного поля повышается на два порядка и составляет  $\approx 0,2\%$ .

Измерительные катушки длиной в 5 мм использовались лишь для относительных измерений (например, для измерения поля вдоль оси линзы).

## VI . Заключение

1. Модифицированный плоский полюс по сравнению с плоским полюсом дает возможность существенно расширить "рабочий" радиус апертуры линзы без увеличения габаритов самой линзы (рис. 6,7).

Так как этот вопрос особенно актуален при проектировании жесткофокусирующих каналов в линейных ускорителях (ввиду ограниченности внешнего диаметра линз), то модифицированный плоский полюс может быть рекомендован для квадрупольных линз линейных ускорителей. В частности, модифицированный плоский полюс принят для строящегося в ЛВЭ ОИЯИ линейного ускорителя с жесткой фокусировкой на 20 Мэв.

2. Детальное исследование нелинейности магнитного поля в апертуре линз с модифицированным плоским полюсом показало, что в широких пределах изменения радиуса магнитной апертуры  $R_M$ , величины 6-й и 10-й гармоник сведены практически до нуля при следующих соотношениях основных размеров (рис. 3).

$$\begin{aligned} a &= 0,3 R_M \\ b &= 0,054 R_M \\ c &= 0,952 R_M. \end{aligned}$$

Авторы данной работы считают своим приятным долгом выразить благодарность Д.И. Шерстянову, П.Г. Серобабе, В.И. Хренову, принимавшим участие в проведении магнитных измерений.

#### Л и т е р а т у р а

1. И.М. Капчинский. Динамика частиц в линейных резонансных ускорителях. Атомиздат, 1966.
2. И.М. Капчинский, В.К. Плотников. Магнитные квадрупольные линзы для линейного ускорителя с пролетными трубками. ПТЭ, 3, 15 (1963).
3. В.К. Плотников. О выборе формы полюсов квадрупольных линз. ПТЭ, №2, 1962.
4. Е.Н. Данильцев, В.К. Плотников. Магнитные квадрупольные линзы для линейного ускорителя с пролетными трубками. ПТЭ, №3, 1963.

5. Ю.Д. Безногих, М.А. Воеводин, Л.П. Зиновьев. О выборе профиля полюсов квадрупольных линз для жесткофокусирующего канала протонных линейных ускорителей. Совещание по формированию пучков заряженных частиц высоких энергий. Препринт ОИЯИ (сборник аннотаций), 9-3582, Дубна, 1967.
6. Н.Н. Греков, Л.П. Рябов, Л.Л. Гольдин. Измерение поля магнитов ускорителей с жесткой фокусировкой. ПТЭ, №2, 1956.

Рукопись поступила в издательский отдел  
5 августа 1970 года.