ЖТФ, 1971, т.41, вып. 6, с.1326-1328
12/V-70

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

P9 - 4996

ЛАБОРАТОРИЯ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКИ
И АВТОМАТИЗАЦИИ

В.Г. Маханьков, Б.Г. Щинов

АКУСТИЧЕСКИЕ НЕУСТОЙЧИВОСТИ СЛАБОТУРБУЛЕНТНОЙ ПЛАЗМЫ

1970

Р9 - 4996

В.Г. Маханьков, Б.Г. Щинов

АКУСТИЧЕСКИЕ НЕУСТОЙЧИВОСТИ СЛАБОТУРБУЛЕНТНОЙ ПЛАЗМЫ

Направлено в "Журнал технической физики"

В настоящее время большой интерес проявляется к взаимодействию в.ч. колебаний с плазмой (аномальной диссипации в.ч. колебаний в плазме и др.). В работе /1/ рассмотрены низкочастотные спектры слаботурбулентной плазмы в области частых кулоновских соударений. Там же было обнаружено, что в такой плазме возможно существование новых ветвей колебаний (квазиакустических) типа второго звука, которые в определенных условиях могут стать неустойчивыми. Однако при решении уравнения (2.12) работы /1/ в его правой части учитывались лишь члены первого порядка по энергии в.ч. колебаний W.

В виде условия пренебрежимости членами более высокого порядка по W выступал критерий (4.1), полученный из качественных соображений и являющийся достаточным, но не необходимым.

Здесь мы, следуя методу /2/, учтем отброшенные члены и, таким образом, получим результаты, свободные от указанного условия. Развитый в /2/ метод соответствует суммированию рядов теории возмущений по энергии турбулентности в последнем члене правой части уравнения (2.12). Этот член в пределе $\omega \gg \nu_e$ пропорционален интегралу столкновений частиц и турбулентных пульсаций. Используя довольно несложное обобщение предложенной в /2/ методики для случая в.ч. возмущений с $\omega \ll \nu_e$ (однако характерные частоты турбулентности $\omega_1 \approx \omega_{oe} \gg \nu_e$)

и результаты работы [1], получим уравнение для коррелятора в.ч. полей $< \tilde{\tilde{E}}^{(0)}_{k_1} \tilde{\tilde{E}}^{(1)}_{k-k_1} >$:

$$\tilde{\tilde{\epsilon}}\,(k-k_1) < \tilde{\tilde{E}}^{(0)}_{k_1} \tilde{\tilde{E}}^{(1)}_{k-k_1} > = \frac{e^2}{m_e^2} I_{k_1} \int dk_1' < \tilde{\tilde{E}}^{(0)}_{k_1'} \tilde{\tilde{E}}^{(1)}_{k-k_1} > \times$$

$$\times [\tilde{\tilde{\Sigma}}(k-k_1, k_1', -k_1, k-k_1') + \tilde{\tilde{\Sigma}}(k-k_1, k-k_1', -k_1, +k_1')] + \frac{k V_k^R}{\omega} \frac{(\vec{k}-\vec{k}_1, \vec{k}_1)}{|\vec{k}-\vec{k}_1| k_1} I_{k_1} . \quad (1)$$

Здесь $\tilde{\tilde{\epsilon}}\,(k_1) = \epsilon^{\ell}(k_1) - \frac{e^2}{m_e^2} \int I_{k_2} \tilde{\tilde{\Sigma}}(k_1, k_2, k_1, -k_2)\, d\vec{k}_2$,

$\tilde{\tilde{\Sigma}}(k, k_1, k_2, k_3) = \Sigma(k, k_1, k_2, k_3) + \Sigma(k, k_3, k_1, k_2) + \Sigma(k, k_2, k_3, k_1)$,

а S и Σ – поляризуемости второго порядка и третьего по полю.

Дальнейшее решение существенно зависит от положения максимума в спектре квазистационарной ленгмюровской турбулентности плазмы (т.е. от местоположения энергосодержащей области) [3,4]. В большом количестве практически интересных случаев (см. [4]) максимум в спектре W^{ℓ}_k находится в области волновых чисел $k \ll k_* = \frac{\omega_{pe} v_i}{3 v_e^2}$.

Вторым критическим значением на оси k_1 является значение $k_\nu = \frac{\nu_e}{v_{Te}}$, т.к. решение (1) существенно зависит от того количества энергии в.ч. колебания, которое поступает в область $k_1 < k_\nu$.

Рассмотрим здесь в целях наглядности наиболее простой и в то же время интересный случай $k_\nu \ll k_0 \ll k_*$, здесь k_0 – положение максимума в спектре ленгмюровской турбулентности. Тогда

$$\tilde{\tilde{\Sigma}}(k-k_1, k_1', -k_1, k-k_1') = - \frac{\omega_{pe}^2 \frac{T_e}{T_e + T_i}}{v_e^2 \omega_1 \omega_1' (\omega_1 - \omega)(\omega_1' - \omega)} , \quad (2)$$

и уравнение (1) превращается в алгебраическое уравнение для функций $\int < \tilde{\tilde{E}}^{(0)}_{k_1} \tilde{\tilde{E}}^{(1)}_{k-k_1} > d\vec{k}_1$, решение которого имеет вид

$$\int \langle \tilde{\tilde{E}}^{(0)}_{k_1} \tilde{\tilde{E}}^{(1)}_{k-k_1} \rangle dk_1 = \frac{k V^R_k}{\omega} \int \frac{(\vec{k}_1, \vec{k}-\vec{k}_1)}{k_1 |\vec{k}-\vec{k}_1|} \frac{I_{k_1}}{\tilde{\tilde{\epsilon}}(k-k_1)} dk_1 \times$$

$$\times \left[1 + \frac{1}{4\pi n_0 (T_e + T_i)} \int \frac{I_{k_1} dk_1'}{\tilde{\tilde{\epsilon}}(k-k_1')} \right]^{-1} \qquad (3)$$

Здесь следует оговориться, что в том случае, когда положение максимума в спектре ленгмюровской турбулентности определяется неравенством $k_0 \gg k_\nu$, уравнения (2.12) работы /1/ получены недостаточно точно и следует учесть член $-\tilde{\tilde{\pi}}^{(0)}_{e,\alpha\beta} (\partial \tilde{\tilde{V}}^{(1)}_{e\alpha} / \partial x_\beta)$ в уравнении переноса тепла (см. формулу (2.6) /1/). Это приводит к перенормировке величины β, см. /1/ (на множитель $(k_0 v_e^2 / \nu_e)\kappa$, κ – численный коэффициент порядка единицы).

Итак, используя (3) и сделанное замечание, получим вместо β работы /1/

$$\tilde{\tilde{\beta}} = -\frac{i k_0^2 \Lambda_e e^2 v_e^2}{8\pi^2 \kappa \Omega_e \omega_e m_e^2 \omega \nu_e} \times \frac{d}{1 - \dfrac{d}{4\pi n_0 (T_e + T_i)}}, \qquad (4)$$

где

$$d = \int \frac{(\vec{k} \frac{\partial}{\partial \vec{k}_1}) N^{\ell}_{\vec{k}_1}}{\omega - \vec{k} \vec{v}_g} d\vec{k}_1 .$$

$N^{\ell}_{\vec{k}_1}$ – число в.ч. плазмонов.

Подставляя выражение (4) в уравнение x/

$$\epsilon^N (\omega, \vec{k}, W^{\ell}_{\vec{k}}) = 0,$$

---

x/ Диэлектрическая проницаемость $\epsilon^N(\omega, \vec{k}, W^{\ell}_{\vec{k}})$ определяется формулой (2.15) работы /1/, где β должно быть заменено величиной $\tilde{\tilde{\beta}}$.

в пределе $\frac{m_e}{m_i}\nu_e \ll \omega \ll k^2 v_e^2/\nu_e$

имеем

$$\omega^2=\frac{1}{2}(\omega_s^2+k^2v_0^2-k^2v_{\approx}^2)\pm\frac{1}{2}\sqrt{(\omega_s^2+k^2v_0^2-k^2v_{\approx}^2)^2+4k^2v_{\approx}^2\frac{m_e}{m_i}\times k_0^2v_e^2\frac{T_e+T_i}{T_e}-4k^2v_0^2\omega_s^2}\,, \tag{5}$$

$$v_{\approx}^2=\frac{3}{1}\frac{W^{\ell}}{n_0(T_e+T_i)}v_e^2\,,\quad v_0=3\frac{k_0}{\omega_{pe}}v_e^2\,.$$

Из этого выражения следует, что н.ч. возмущения становятся неустойчивыми при

$$\frac{W^{\ell}}{n_0T_e}>9\left(\frac{k}{k_0}\right)^2\left(\frac{k_0v_e}{\omega_{pe}}\right)^2\simeq W^{\ell}_{kp}(\nu)<\left(\frac{k}{k_0}\right)^2\frac{m_e}{m_i}, \tag{6}$$

что в $(k/k_0)^2$ раз меньше, чем в пределе $\omega \gg \nu_e$ /2/. Сравнивая (5) с решением (3.11) работы /1/, полученным разложением по энергии в.ч. поля W^{ℓ}, видим, что существенное различие между ними возникает при $k^2v_{\approx}^2>\frac{m_e}{m_i}k_0^2v_e^2$ или

$$\frac{W}{n_0T_e}>\frac{m_e}{m_i}\left(\frac{k_0}{k}\right)^2. \tag{7}$$

Таким образом, в рассматриваемом случае вместо критерия (4.1) возникает условие (7), которое показывает, что лишь при весьма значительном уровне турбулентности необходимо учитывать члены более высоких порядков по W^{ℓ}.

Здесь необходимо отметить, что критерий (7) весьма чувствителен к виду спектра ленгмюровской турбулентности и в случае $k_0\to k_\nu$ становится более мягким. Поэтому, если максимум спектра турбулентности

W_k лежит вблизи k_ν, когда на его формировании существенно сказываются кулоновские соударения, при вычислении диэлектрической проницаемости слаботурбулентной плазмы в области низких частот необходимо учитывать члены более высоких порядков по W^ℓ.

Литература

1. В.Г. Маханьков, Б.Г. Щинов. ЖЭТФ, 57, 877 (1969).
2. В.Н. Цытович. ЖЭТФ, 57, №7 (1969).
3. С.Б. Пикельнер, В.И. Цытович. ЖЭТФ, 55, 977 (1968);
   Е.П. Жидков, В.Г. Маханьков, В.Н. Цытович, Чой Зай Хен. Препринт ОИЯИ, Р9-4464, Дубна, 1969;
   Plasma Phys., 12, N3 (1970).
4. В.А. Липеровский, В.Н. Цытович. ЖЭТФ, 57, 1252 (1969).

Рукопись поступила в издательский отдел
19 марта 1970 года.