ЯФ, 1970, т.12, вып.5, с.923-926
Б-447
13/IV-70

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

Р4 - 5000

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

В.Б. Беляев, Е. Вжеционко, А.Л. Зубарев

ВЫЧИСЛЕНИЕ ДЛИН n-d РАССЕЯНИЯ С "РЕАЛИСТИЧЕСКИМИ" ПОТЕНЦИАЛАМИ

1970

8271/2 48

P4 - 5000

В.Б. Беляев, Е. Вжециoнко*, А.Л. Зубарев**

ВЫЧИСЛЕНИЕ
ДЛИН n-d РАССЕЯНИЯ
С "РЕАЛИСТИЧЕСКИМИ" ПОТЕНЦИАЛАМИ

Направлено в ЯФ

* ИЯИ, Варшава.

** Ташкентский государственный
университет.

Целью работы является получение величин дублетной и квартетной длин рассеяния путем решения уравнений Фаддеева с локальными нуклон-нуклонными потенциалами, описывающими $^{3}S_{1}$ - и $^{1}S_{0}$ -фазы в интервале энергий от 0 до 300-400 Мэв. Предшествующие излагаемым здесь расчеты длин $n-d$ рассеяния можно условно разбить на две группы: 1) расчеты с "реалистическими" NN потенциалами, выполненные приближенно, а именно - вариационным методом /1/; 2) расчеты с упрощенными потенциалами, выполненные предложенными в последние годы более корректными методами /2/. Под "упрощенными" здесь понимаются потенциалы, описывающие S -фазы только в пределе "effective range". Ясно, что попытки получить длины $n-d$ рассеяния в таких подходах содержат в себе элемент случайности; в первом случае он содержится в процедуре выбора пробной функции, во втором - в предположении о достаточности упрощенного потенциала для описания длин $n-d$ рассеяния.

Излагаемые расчеты основываются на регулярной процедуре, свободной, по крайней мере, от перечисленных выше недостатков /3/. Суть процедуры состоит в сепарабельном представлении 2-частичной t - матрицы вне массовой поверхности, имеющем для центральных сил произвольной формы следующий вид:

$$t_{\ell}^{(N)}(k,k',z) = \sum_{i,j=1}^{N} [(C^{\ell}(z))^{-1}]_{ij} V_{\ell}(k,s_i) V_{\ell}(s_j,k'), \qquad (1)$$

где $V_{\ell}(k,k')$ – ℓ-я гармоника фурье-образа потенциала, а

$$C_{ij}^{\ell}(z) = V_{\ell}(s_i,s_j) + 8\pi\mu_{12} I_{ij}^{\ell}(z),$$

$$I_{ij}^{\ell}(z) = \int_0^{\infty} \frac{V_{\ell}(k,s_i) V_{\ell}(k,s_j)}{k^2 - 2\mu_{12} z - i\epsilon} k^2\, dk.$$

Для t-матрицы, имеющей вид (1), уравнения Фаддеева, как известно, переходят в систему N одномерных интегральных уравнений, которая для случая рассеяния бесспиновой частицы на связанном состоянии двух других имеет вид:

$$F_n(p) = \frac{4}{3}\pi \frac{V(\frac{p}{2},s_n) \sum_{i=1}^{N} V(p,s_i) C_i}{\alpha^2 + p^2} - 4\pi m \int_0^{\infty} \sum_{i=1}^{N} K_{ni}(p,p') F_i(p') p'^2 dp'. \qquad (2)$$

(Здесь и ниже мы ограничиваемся S-состоянием по парному взаимодействию). Ядра уравнений $K_{ni}(p,p')$ задаются следующим образом:

$$K_{ni}(p,p') \equiv \sum_{m=1}^{N} C_{mi} (z - \frac{3}{4}\frac{p'^2}{m}) \int_0^{\pi} \frac{V(s_n, |\frac{\vec{p}'}{2} + \vec{p}'|) V(s_m, |\frac{\vec{p}'}{2} + \vec{p}'|)}{p^2 + p'^2 + \vec{p}\vec{p}' + \alpha^2} \sin\Theta\, d\Theta,$$

$$\sum_{i=1}^{N} C_i C_{ij} (z = -\frac{\alpha^2}{2\mu}) = 0, \quad \sum_{ij} C_i C_j \left[-\frac{\partial}{\partial(\alpha^2)} I_{ij} (z = -\frac{\alpha^2}{2\mu})\right] = 1,$$

$$z = -\frac{\alpha^2}{2\mu},$$

$$\cos\Theta = \frac{\bar{p}\,\bar{p}'}{p\,p'}.$$

Длина рассеяния определяется выражением

$$a = \sum_{i=1}^{N} C_i F_i(0).$$

Уравнения (2) решались для потенциала Юкавы, имеющего одно связанное состояние с энергией 2,2 Мэв. Расчет проводился для t -матриц 4 видов: $t^{(1)}, \dots, t^{(4)}$.

Таблица 1

N	1	2	3	4
a (fm)	46,3	12,8	11,8	11,0

Из таблицы видно, что разложение (1) обеспечивает довольно быструю сходимость для 3-частичной длины рассеяния. Заметим, что величина $\frac{a_{N-1} - a_N}{a_N}$ порядка $\sqrt{\chi^2}$ для $N = 3,4$, где

$$\chi^2 = \frac{\int |V(k,k') - \tilde{\tilde{V}}(k,k')|^2 \, dk\, dk'}{\int V^2(k,k')\, dk\, dk'} = 3 \cdot 10^{-3},$$

а $\tilde{\tilde{V}}(k,k')$ - приближенный потенциал, дающий для t -матрицы выражение (1) с $N=4$, т.е. точность вычисления 3-частичной длины рассеяния практически совпадает с точностью аппроксимации локального потенциала $V(k,k')$ приближенным потенциалом $\tilde{\tilde{V}}(k,k')$.

В случае частиц со спином решались следующие системы одномерных уравнений:

$J = 1/2$

$$F_n^{1/2}(p) = \frac{\pi}{3} \frac{V^t\left(\frac{p}{2}, s_n\right) \sum_{i=1}^{N} C_i \, V^t(p, s_i)}{a^2 + p^2} - \pi m \int_0^\infty \sum_{j=1}^{N} \left(K_{nj}^{tt}(p,p') F_j^{1/2}(p') + 3 K_{nj}^{ts}(p,p') G_j^{1/2}(p') \right) p'^2 \, dp', \tag{3}$$

$$G_n^{1/2}(p) = \pi \frac{V^s\left(\frac{p}{2}, s_n\right) \sum_{i=1}^{N} C_i \, V^t(p, s_i)}{a^2 + p^2} - \pi m \int_0^\infty \sum_{j=1}^{N} \left(K_{nj}^{ss}(p,p') C_j^{1/2}(p') + 3 K_{nj}^{st}(p,p') F_j^{1/2}(p') \right) p'^2 \, dp',$$

$J = 3/2$,

$$F_n^{3/2}(p) = -\frac{2}{3}\pi \frac{V^t(\frac{p}{2},s_s)\sum_{i=1}^{N} C_i V^t(p,s_s)}{a^2+p^2} + 2\pi m\int_0^{\infty}\sum_{j=1}^{N} K_{nj}^{tt}(p,p')F_j^{3/2}(p')p'^2dp', \qquad (4)$$

Здесь $K_{nj}^{\lambda\lambda'}(p,p')$ имеют вид

$$K_{nj}^{\lambda\lambda'}(p,p') \equiv \sum_{m=1}^{N} C_{mj}^{\lambda'}\left(z-\frac{3}{4}\frac{p'^2}{m}\right)\int_0^{\pi}\frac{V^{\lambda}(s_n,|\frac{\vec{p}}{2}+\vec{p}'|)V^{\lambda'}(s_m,|\vec{p}+\frac{\vec{p}'}{2}|)}{p^2+p'^2+\vec{p}\vec{p}'+a^2}\sin\Theta\, d\Theta .$$

Расчет проводился для локальных потенциалов.

1) Потенциал Морзе /4/ (описывает $^3S_1$ – и $^1S_0$ – фазы от 0 до 400 Мэв):

$$V^{s,t}(r) = V_0^{s,t}\left[e^{-2(r-r_0^{s,t})/a^{s,t}} - 2e^{-(r-r_0^{s,t})/a^{s,t}}\right]; \qquad (5)$$

2) потенциал Mulpliet и J.M. Tjon /5/ (описывает $^3S_1$ – и $^1S_0$ – фазы от 0 до 300 Мэв):

$$V^{s,t}(r) = \lambda_1^{s,t}\frac{e^{-\mu_1^{s,t}r}}{r} + \lambda_2^{s,t}\frac{e^{-\mu_2^{s,t}r}}{r}. \qquad (6)$$

Заметим, что синглетный потенциал (5) описывает $^1S_0$ –фазу со значением синглетного эффективного радиуса равным $r_s = 2{,}44$ fm и длиной рассеяния $a_s = -23{,}68$ fm, в то время как синглетный потенциал (6) описывает $^1S_0$ – фазу со значением $r_s = 2{,}80$ fm, $a_s = -23{,}68$ fm. Так как рассеяние в синглетном и триплетном состояниях является независимым, то выражения (5) и (6) фактически представляют 4 эффективных потенциала, поэтому расчет проводился также для комбинаций $\tilde{\tilde{V}}_5^s$, V_6^t и $\tilde{\tilde{V}}_5^s$, V_5^t (потенциал $\tilde{\tilde{V}}_5^s$ описывает $^1S_0$ –фазу со значением $r_s = 2{,}80$ fm , $a_s = -17$ fm). Результаты расчета приведены в таблице 2.

Таблица 2

V	V_5^s, V_5^t	V_6^s, V_6^t	$\tilde{\tilde{V}}_5^s, V_5^t$	$\tilde{\tilde{V}}_5^s, V_6^t$	Эксперимент
^2a (fm)	0,54	1,15	1,33	1,19	$0{,}15 \pm 0{,}05$ /6/ $0{,}48 \pm 0{,}05$ /7/
^4a (fm)	6,35	6,37			$6{,}46 \pm 0{,}05$ /7/ $6{,}13 \pm 0{,}04$ /6/
E_T (Мэв)	9,12	8,56	8,10		8,48

Сравнение теоретических результатов для дублетной длины подтверждает вывод, сделанный в работе /2c/, о сильной зависимости этой величины от синглетного эффективного радиуса. Квартетная длина рассеяния, как и следовало ожидать, оказалась практически нечувствительной к форме парного потенциала.

Обратимся теперь к экспериментальным данным по длинам рассеяния ^2a и ^4a. В настоящее время имеется 2 набора экспериментальных значений (см. последний столбец, таблица 2) величин ^2a и ^4a. Последний набор более близок к теоретическим значениям, рассчитанным с потенциалом (5) (при $r_s = 2{,}44$ fm). Однако расчет энергии связи /3c/ ядра ^3H и электромагнитных формфакторов /8/ этого ядра, выполненный с потенциалом (5), обнаруживает худшее согласие с экспериментом, чем аналогичный расчет с потенциалом (6). Таким образом, несмотря на предпочтительность потенциала (6) перед потенциалом (5), необходимо констатировать, что оба эти потенциала не дают одновременного описания энергии связи ^3H, дублетной длины, электромагнитных и слабых формфакторов ядер ^3He и ^3H. Имеющееся расхождение можно пытаться устранить следующими способами:

1) изменением формы эффективного парного потенциала; 2) отказом от понятия эффективного потенциала, действующего только в s -состоянии, и введением совокупности центрального и тензорного взаимодействий (здесь следует заметить, что переход от эффективного потенциала к совокупности центральный плюс тензорный приводит в приближении Ямагучи /9/ к одновременному и существенному убыванию энергии связи ^3H и алгебраическому возрастанию дублетной длины рассеяния, отсюда следует, что расхождение между этими величинами может даже увеличиться); 3) введением 3-частичных сил или их аналога; 4) нарушением изотопической инвариантности в синглетном состоянии.

Некоторые из этих возможностей будут исследоваться в последующих публикациях.

Авторы выражают благодарность В.Н.Ефимову за интерес к работе.

Литература

1. L.M. Delves, J.N. Lyness and J.M. Blatt. Phys.Rev.Lett., 12, 542 (1964);
   T.G. Pett. Phys.Lett., 24B, 25 (1967);
   L.M. Devles, J.M. Blatt, I. Pask and B. Davies. Phys.Lett., 28B, 472 (1969).
2. a) V.N. Efimov. Compt.Rend.Congres Intern.Phys.Nucl, VII, Paris, 1964.

   b) Л.Д. Фаддеев. Доклад на 5-ой Международной конференции по физике электронных и ат. столкновений, "Наука", Ленинград, 1967.
   c) J.S. Ball and D.Y. Wong. Phys.Rev., 169, 1362 (1968).
   d) A.G. Sitenko, V.F. Kharchenko, N.M. Petrov. Phys.Lett., 1968, 28B, 308.
   e) А.Г. Ситенко, В.Ф. Харченко. Препринт ИТФ-68-11, Киев, 1968.
   f) Y.E. Kim, J. Math. Phys., 10, 1491 (1969).

3. a) В.Б. Беляев, Е.Вжеционко. Препринт ОИЯИ, Р4-4144, Дубна, 1968.

b) Б. Ахмадходжаев, В.Б. Беляев, Е. Вжеционко. ЖЭТФ (письма), 9в, 2, стр. 557(1969).

c) Б. Ахмадходжаев, В.Б. Беляев, Е. Вжеционко. ЯФ, т.11, в5 (1970).

4. G. Darewych, A.E.S. Green. Phys.Rev., 164, 1324 (1967).

5. R.A.Malfliet and J.A.Tjon. Nucl. Phys., A127, 161 (1969).

6. W.T. Van Oers and J.D. Seagrave. Phys.Lett., 24B, 562 (1967).

7. L. Koster and H. Ungerer. Z. Phys., B219, H.3 (1969).

8. Б. Ахмадходжаев, В.Б. Беляев, Е. Вжеционко. Препринт ОИЯИ, Р4-4986, Дубна, 1970.

9. А.Г. Ситенко, В.Ф. Харченко. ЯФ, 1, 994(1965).

Рукопись поступила в издательский отдел
24 марта 1970 года.