

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
ДУБНА

P2-85-903

А.С.Пак*, А.В.Тарасов

СЕЧЕНИЯ ВОЗБУЖДЕНИЯ И ИОНИЗАЦИИ
РЕЛЯТИВИСТСКИХ ПОЗИТРОНИЕВ
ПРИ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ С АТОМАМИ

Направлено в журнал "Ядерная физика"

* Институт физики высоких энергий АН КазССР

1985

Для теоретического анализа особенностей процессов взаимодействия релятивистских позитрониев (A_{ze}) с веществом необходимо знать ряд параметров, таких, как полное сечение, сечения возбуждения дискретных уровней, сечение ионизации при взаимодействии с атомами. Расчеты полных сечений и сечений возбуждения дискретных уровней были посвящены работам [1-3]. Однако в этих работах рассчитана лишь когерентная часть сечений $\tilde{\sigma}_{coh}$, то есть сечения процессов, в которых атомы мишени остаются в основном состоянии. Эта часть сечения, как известно, пропорциональна Z^2 (Z - заряд ядра атома). Некогерентная же часть сечения $\tilde{\sigma}_{inc}$, связанная с возбуждением и развалом атомов мишени, пропорциональна Z и, видимо, на этом основании считалась малой по сравнению с когерентной. Однако, как показано в работе [4], по крайней мере для легких элементов, величины $\tilde{\sigma}_{coh}$ и $\tilde{\sigma}_{inc}$ сравнимы между собой, а для элементов с большими значениями Z отношение $\tilde{\sigma}_{inc}/\tilde{\sigma}_{coh}$ существенно превышает Z^{-1} . В настоящей работе исследуется Z -зависимость отношения $\tilde{\sigma}_{inc}/\tilde{\sigma}_{coh}$ для сечений возбуждения дискретных уровней, даны оценки сечений возбуждения состояний с данным значением орбитального квантового числа, просуммированных по всем значениям главного квантового числа. Это дает возможность с высокой степенью точности оценить полное сечение возбуждения дискретных уровней и из соотношения $\tilde{\sigma}_{tot} = \tilde{\sigma}_{inc} + \tilde{\sigma}_{coh}$ найти значение сечения ионизации.

Амплитуда взаимодействия релятивистского позитрония с атомом в однофотонном приближении имеет вид

$$F_{if,IF}(q) = \frac{2\alpha}{q^2} \tilde{S}_{if}(q) \cdot S_{IF}(q), \quad (1)$$

где α - постоянная тонкой структуры; q - четырехмерная передача импульса, совпадающая при высоких энергиях с поперечной; $i(I), f(F)$ - начальное и конечное состояния позитрония (атома); $\tilde{S}_{if} = \langle i | e^{i\vec{q}\cdot\vec{r}_e} e^{-i\vec{q}\cdot\vec{r}_p} | f \rangle$, $S_{IF} = \langle I | Z^{-1} \sum_{n=1}^{\infty} e^{i\vec{q}\cdot\vec{r}_n} | F \rangle$ - переходные формфакторы позитрония и атома; $\pm \vec{r}_{e,p}$ - координаты электрона и позитрона в позитронии; \vec{r}_n - координаты электронов в атоме. Полное сечение взаимодействия A_{ze} с атомом с переходом позитрония из основного в возбужденное состояние f равно

$$\tilde{\sigma}^{tot} = 4\pi\alpha^2 \int \frac{d^4q}{q^4} |\tilde{S}_{if}(q)|^2 \sum_F |S_{IF}(q)|^2. \quad (2)$$



Суммируя по конечным состояниям атома с использованием условия полноты

$$\sum_F |F\rangle \langle F| = 1, \quad (3)$$

получим
$$\sigma^{tot} = 4\pi a^2 \int \frac{dq^2}{q^4} \left\{ Z^2 [1-F(q)]^2 + Z [1-F(q)] \right\} / |\tilde{S}_{i,f}(q)|^2, \quad (4)$$

где $F(q) = \int |\varphi(\bar{z}_1 \dots \bar{z}_z)|^2 e^{i\bar{q}\bar{z}} d\bar{z}_1 \dots d\bar{z}_z$ - формфактор атома; $\varphi(\bar{z}_1 \dots \bar{z}_z)$ - волновая функция основного состояния. В (4) часть, пропорциональная Z^2 , - сечение когерентного взаимодействия, а часть, пропорциональная Z , - сечение некогерентного взаимодействия. В приложении получено выражение для переходного формфактора позитрония общего вида, то есть соответствующего переходу позитрония из основного состояния в произвольное (разрешенное) возбужденное состояние.

Численные расчеты проводились с использованием атомных формфакторов в параметризации Томаса-Ферми-Мольера:

$$F(q) = \frac{0,35}{q^2 + \beta_1^2} + \frac{0,55}{q^2 + \beta_2^2} + \frac{0,1}{q^2 + \beta_3^2}, \quad (5)$$

$$\beta_1 = 0,3 \cdot Z^{1/2} / 0,885 a_0, \quad \beta_2 = 4\beta_1, \quad \beta_3 = 5\beta_2, \quad a_0 = 0,529 \text{ \AA}.$$

На рисунке для иллюстрации приведена зависимость от Z отношения $\sigma_{inc}/\sigma_{coh}$ для переходов из основного состояния в состояния (2,1), (3,1), (4,3).

Необходимость учета некогерентной части при расчете сечений возбуждения даже для достаточно больших значений Z очевидна. Отметим также, что результаты численных расчетов когерентной части совпадают с соответствующими результатами работ [1-3].

Используя асимптотическое выражение для переходного формфактора (П.7) при больших значениях n , нетрудно получить формулу для сечения перехода позитрония из основного состояния в состояние с определенным значением ℓ , просуммированного по всем значениям n :

$$\sum_{n=2}^{\infty} \sigma_{i,ne} = \sum_{n=2}^{N-1} \sigma_{i,ne} + \frac{\sigma_{i,ne} \cdot N^3}{2(N-1/2)^2}. \quad (6)$$

В таблице 1 приведены значения величин $\sigma_{coh}(\ell=1)$, $\sigma_{coh}(\ell=3)$ и соответствующие отношения $\sigma_{inc}/\sigma_{coh}$. Из таблицы видно, что, в основном, происходит возбуждение уровней с $\ell=1$. Сечения возбуждения уровней с $\ell=5$ подавлены по сравнению с $\sigma(\ell=1)$ на 7 порядков.

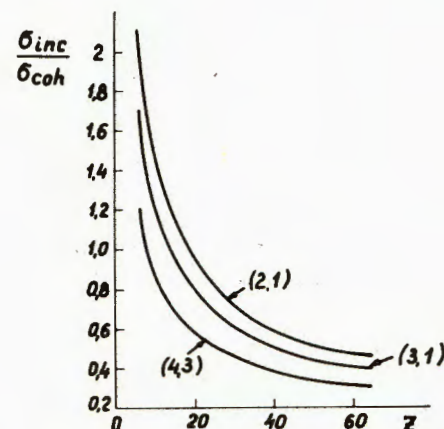
Таким образом, с высокой степенью точности можно положить $\sigma_{disc}^{tot} = \sigma(\ell=1)$. Это позволяет с той же степенью точности найти значения сечений ионизации из соотношения $\sigma_{ion} = \sigma^{tot} - \sigma_{disc}^{tot}$. Соответствующие значения приведены в таблице 2.

Таблица 1

Z	$\sigma_{coh}(\ell=1), \text{ см}^2$	$\sigma_{inc}/\sigma_{coh}$	$\sigma_{coh}(\ell=3), \text{ см}^2$	$\sigma_{inc}/\sigma_{coh}$
6	$8,89 \cdot 10^{-20}$	1,89	$5,051 \cdot 10^{-23}$	1,20
12	$1,99 \cdot 10^{-19}$	1,19	$1,39 \cdot 10^{-22}$	0,94
18	$3,27 \cdot 10^{-19}$	0,89	$2,55 \cdot 10^{-22}$	0,60
24	$4,50 \cdot 10^{-19}$	0,79	$3,62 \cdot 10^{-22}$	0,50
30	$6,02 \cdot 10^{-19}$	0,66	$4,69 \cdot 10^{-22}$	0,43
36	$7,43 \cdot 10^{-19}$	0,59	$5,76 \cdot 10^{-22}$	0,39
42	$8,59 \cdot 10^{-19}$	0,53	$6,53 \cdot 10^{-22}$	0,37
48	$10,1 \cdot 10^{-19}$	0,49	$7,81 \cdot 10^{-22}$	0,33

Таблица 2

Z	6	12	18	24	30	36	42	48
$\sigma_{ion} \cdot 10^{19} \text{ см}^2$	6,39	15,57	20,88	38,78	52,26	66,94	83,11	99,61



Зависимость от Z отношения $\sigma_{inc}/\sigma_{coh}$ для переходов (2,1), (3,1), (4,3).

Наконец, используя соотношение (П.8), можно рассчитать суммарное сечение перехода позитрония из основного состояния в состояния с $\ell = 1, 3, 5, \dots$ как дискретного, так и непрерывного спектра.

Для мишени из атомов углерода расчеты дают $\sigma^{tot}(\ell=1) = 7,07 \cdot 10^{-19} \text{ см}^2$, $\sigma^{tot}(\ell=3) = 1,23 \cdot 10^{-19} \text{ см}^2$, $\sigma^{tot}(\ell=5) = 0,57 \cdot 10^{-19} \text{ см}^2$. Учитывая, что $\sigma^{tot} = 8,97 \cdot 10^{-19} \text{ см}^2/4$, видим, что полное сечение с большой степенью точности насыщается вкладом парциальных сечений с $\ell = 1, 3, 5$.

Авторы благодарят Л.И. Лапидуса, Л.Л. Неменова, С. Мрувичинского за обсуждения.

Приложение

Получим выражение для фактора перехода позитрония из основного состояния в произвольное состояние дискретного спектра:

$$\begin{aligned} \tilde{S}_{10 \rightarrow n\ell}(\eta) &= S_{10 \rightarrow n\ell}(\eta) = \langle i | e^{i\vec{q}\vec{z}/2} - e^{-i\vec{q}\vec{z}/2} | f \rangle = \\ &= \int \phi_{10}(\vec{z}) [e^{i\vec{q}\vec{z}/2} - e^{-i\vec{q}\vec{z}/2}] \phi_{n\ell}(\vec{z}) d\vec{z}. \end{aligned} \quad (\text{П.1})$$

Ось квантования выберем вдоль вектора \vec{q} . Подставляя в (П.1)

$$\begin{aligned} \phi_{10}(\vec{z}) &= R_{10}(z) Y_0^0, \quad R_{10} = 2e^{-z}, \quad Y_0^0 = \frac{1}{\sqrt{4\pi}}; \quad \phi_{n\ell}(\vec{z}) = R_{n\ell}(z) Y_\ell^m \\ Y_\ell^m &= \sqrt{\frac{2\ell+1}{4\pi}} \rho_{\ell m}(\theta, \varphi) \end{aligned}$$

и учитывая, что

$$\int Y_\ell^m e^{i\vec{q}\vec{z}/2} Y_\ell^m d\Omega = \sqrt{2\ell+1} J_{\ell+1/2}(z) \sqrt{\frac{2}{\pi k z}}, \quad (\text{П.2})$$

$$\int Y_\ell^m e^{-i\vec{q}\vec{z}/2} Y_\ell^m d\Omega = (-1)^\ell \sqrt{2\ell+1} J_{\ell+1/2}(kz) \sqrt{\frac{2}{\pi k z}}, \quad k = q_0, \quad q_0 = 0,529 \text{ \AA},$$

получим

$$S_{10 \rightarrow n\ell}(\eta) = 2\sqrt{\ell+1} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \int R_{10}(z) \frac{J_{\ell+1/2}(kz)}{\sqrt{kz}} R_{n\ell}(z) z^2 dz. \quad (\text{П.3})$$

Отметим, что в (П.3) ℓ принимает только нечетные значения.

Используя для $R_{n\ell}(z)$ интегральное представление вида

$$\begin{aligned} R_{n\ell}(z) &= \frac{2}{n^{\ell+2} (2\ell+1)!} \sqrt{\frac{(n+\ell+1)!}{(n-\ell)!}} (2z) e^{-\frac{z}{2}} F(-n+\ell+1, 2\ell+2, \frac{2z}{n}) = \\ &= \frac{2}{n^{3/2} (2z)^{3/2} \sqrt{(n-\ell)! (n+\ell+1)!}} e^{z/2} \int_0^\infty e^{-t} t^{n-1/2} J_{2\ell+1}(2\sqrt{zt}) dt, \end{aligned}$$

получим

$$S_{10 \rightarrow n\ell}(\eta) = \frac{8\sqrt{2\ell+1}}{n^{3/2}} \sqrt{\frac{\pi}{2}} (k(n-\ell)! (n+\ell+1)!)^{-1/2} \cdot$$

$$\left(-\frac{2}{\partial \lambda}\right) \int dt e^{-z} t^{n-1/2} \int e^{-\lambda z} J_{\ell+1/2}(kz) J_{2\ell+1}(2\sqrt{\frac{zt}{n}}) dt. \quad (\text{П.4})$$

Интегралы по z и t в (П.4) табличные [5]:

$$\begin{aligned} \int_0^\infty e^{-\lambda t} J_{2\ell+1}(2\sqrt{\frac{zt}{n}}) \cdot J_{\ell+1/2}(kz) dz &= \\ &= \exp[-2t\lambda/n(\lambda^2+k^2)] \cdot \frac{J_{\ell+1/2}\left(\frac{2tk}{n(\lambda^2+k^2)}\right)}{\sqrt{\lambda^2+k^2}}, \\ \int_0^\infty t^{n-1/2} \exp[-t-2t\lambda/n(\lambda^2+k^2)] \cdot J_{\ell+1/2}\left(\frac{2tk}{n(\lambda^2+k^2)}\right) dt &= \end{aligned} \quad (\text{П.5})$$

$$= \frac{\left(\frac{x}{\delta}\right)^{\ell+1/2} \Gamma(n+\ell+1)}{\delta^{n+1/2} \Gamma(\ell+3/2)} \left(1+\frac{x^2}{2\delta^2}\right)^{-n} F(\alpha, \beta, \gamma; z),$$

где $x = 1 + 2\lambda/n(\lambda^2+k^2)$, $\delta = 2k/n(\lambda^2+k^2)$,

$$\alpha = \frac{-n+\ell+1}{2}, \quad \beta = \frac{-n+\ell+2}{2}, \quad \gamma = \ell + \frac{3}{2}, \quad z = -\frac{4k^2}{[n(1+k^2) - 1]^2}.$$

Подставляя (П.5) в (П.4) и учитывая, что $\frac{d}{dz} F(\alpha, \beta, \gamma; z) = \frac{\alpha \cdot \beta}{\gamma} F(\alpha+1, \beta+1, \gamma+1; z)$, получим

$$\begin{aligned} S_{10 \rightarrow n\ell}(\eta) &= \frac{8\sqrt{\pi(2\ell+1)}}{\Gamma(\ell+3/2)} \sqrt{\frac{(n-\ell)!}{(n-\ell-1)!}} \left[\frac{k^\ell [k^2+1-n^2]}{k^2 + \left(\frac{1+n}{n}\right)^2} \right]^{n-1} \\ & \cdot \left\{ \frac{(nk^2+n+n^{-2})^{-\ell-2}}{k^2 + \left(\frac{1+n}{n}\right)^2} + 2\ell+1 \right\} \cdot F(\alpha, \beta, \gamma; z) + \\ & + \frac{4\alpha\beta z}{\gamma} F(\alpha+1, \beta+1, \gamma+1; z). \end{aligned} \quad (\text{П.6})$$

При больших значениях n имеем

$$\lim_{n \rightarrow \infty} n^{3/2} S_{10 \rightarrow n\ell}(\eta) = \frac{16\sqrt{2\ell+1}}{\sqrt{k(k^2+1)^{1/2}}}. \quad (\text{П.7})$$

$$\left[\frac{(\ell+2)k^\ell + \ell}{k^2+1} j_\ell(u) - u j_{\ell+1}(u) \right] \exp\left(-\frac{u}{k^2+1}\right), \quad u = \frac{2k}{k^2+1}.$$

Пусть в выражении (П.2) $R_{n\ell}(z)$ - радиальная часть волновой функции позитрония как дискретного, так и непрерывного спектра. В выражении для сечения входит величина $|S_{n\ell}(\eta)|^2$. Найдем $\sum_n |S_{n\ell}(\eta)|^2$.

$$\sum_n |S_{n\ell}(\eta)|^2 = \sum_{n=1}^\infty \left[2\sqrt{2\ell+1} \sqrt{\frac{\pi}{2}} \int R_{10}(z) \frac{J_{\ell+1/2}(kz)}{\sqrt{kz}} R_{n\ell}(z) z^2 dz \right]^2.$$

Используя условие полноты для радиальных частей волновых функций,

$$\sum_{n=1}^{\infty} R_{ne}(z) R_{ne}(z') = \frac{\delta(z-z')}{z^2},$$

получаем

$$\sum_{n=1}^{\infty} |S_{ne}(q)|^2 = 4(2e+1) \frac{\pi}{2} \int_{R_0}^2 R_{ne}^2(z) \frac{J_{e+\frac{1}{2}}^2(kz)}{kz} z^2 dz = \quad (\text{П.8})$$

$$= - \frac{16(2e+1)}{k^4} \frac{d}{dz} Q_e(z), \quad z = 1 + \frac{z}{k^2}.$$

Литература

1. Коцинян А.М. Препринт ЕИИ-400/7/80, Ереван, 1980.
2. Дульян Л.С., Коцинян А.М. ЯФ, 37, 1983, 137.
3. Mrówczyński S. JINR, E2-85-834, Dubna, 1985.
4. Pak A.C., Saakian S.B., Tarasov A.V. JINR, E2-85-882, Dubna, 1985.
5. Градштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. ФМЛ, Москва, 1963.

Рукопись поступила в издательский отдел

17 декабря 1985 года.

Вниманию организаций и лиц, заинтересованных в получении публикаций Объединенного института ядерных исследований

Принимается подписка на препринты и сообщения Объединенного института ядерных исследований.

Установлена следующая стоимость подписки на 12 месяцев на издания ОИЯИ, включая пересылку, по отдельным тематическим категориям:

ИНДЕКС	ТЕМАТИКА	Цена подписки на год
1.	Экспериментальная физика высоких энергий	10 р. 80 коп.
2.	Теоретическая физика высоких энергий	17 р. 80 коп.
3.	Экспериментальная нейтронная физика	4 р. 80 коп.
4.	Теоретическая физика низких энергий	8 р. 80 коп.
5.	Математика	4 р. 80 коп.
6.	Ядерная спектроскопия и радиохимия	4 р. 80 коп.
7.	Физика тяжелых ионов	2 р. 85 коп.
8.	Криогеника	2 р. 85 коп.
9.	Ускорители	7 р. 80 коп.
10.	Автоматизация обработки экспериментальных данных	7 р. 80 коп.
11.	Вычислительная математика и техника	6 р. 80 коп.
12.	Химия	1 р. 70 коп.
13.	Техника физического эксперимента	8 р. 80 коп.
14.	Исследования твердых тел и жидкостей ядерными методами	1 р. 70 коп.
15.	Экспериментальная физика ядерных реакций при низких энергиях	1 р. 50 коп.
16.	Дозиметрия и физика защиты	1 р. 90 коп.
17.	Теория конденсированного состояния	6 р. 80 коп.
18.	Использование результатов и методов фундаментальных физических исследований в смежных областях науки и техники	2 р. 35 коп.
19.	Биофизика	1 р. 20 коп.

Подписка может быть оформлена с любого месяца текущего года.

По всем вопросам оформления подписки следует обращаться в издательский отдел ОИЯИ по адресу: 101000 Москва, Главпочтамт, п/я 79.

НЕТ ЛИ ПРОБЕЛОВ В ВАШЕЙ БИБЛИОТЕКЕ?

Вы можете получить по почте перечисленные ниже книги, если они не были заказаны ранее.

D17-81-758	Труды II Международного симпозиума по избранным проблемам статистической механики. Дубна, 1981.	5 р. 40 к.
P18-82-117	Труды IV совещания по использованию новых ядерно-физических методов для решения научно-технических и народнохозяйственных задач. Дубна, 1981.	3 р. 80 к.
D2-82-568	Труды совещания по исследованиям в области релятивистской ядерной физики. Дубна, 1982.	1 р. 75 к.
D9-82-664	Труды совещания по коллективным методам ускорения. Дубна, 1982.	3 р. 30 к.
D3,4-82-704	Труды IV Международной школы по нейтронной физике. Дубна, 1982.	5 р. 00 к.
D11-83-511	Труды совещания по системам и методам аналитических вычислений на ЭВМ и их применению в теоретической физике. Дубна, 1982.	2 р. 50 к.
D7-83-644	Труды Международной школы-семинара по физике тяжелых ионов. Алушта, 1983.	6 р. 55 к.
D2,13-83-689	Труды рабочего совещания по проблемам излучения и детектирования гравитационных волн. Дубна, 1983.	2 р. 00 к.
D13-84-63	Труды XI Международного симпозиума по ядерной электронике. Братислава, Чехословакия, 1983.	4 р. 50
D2-84-366	Труды 7 Международного совещания по проблемам квантовой теории поля. Алушта, 1984.	4 р. 31
D1,2-84-599	Труды VII Международного семинара по проблемам физики высоких энергий. Дубна, 1984.	5 р. 50
D17-84-850	Труды III Международного симпозиума по избранным проблемам статистической механики. Дубна, 1984. /2 тома/	7 р. 75
D10,11-84-818	Труды V Международного совещания по проблемам математического моделирования, программированию и математическим методам решения физических задач. Дубна, 1983	3 р. 51
	Труды IX Всесоюзного совещания по ускорителям заряженных частиц. Дубна, 1984 /2 тома/	13 р. 50
D4-85-851	Труды Международной школы по структуре ядра, Алушта, 1985.	3 р. 7.

Заказы на упомянутые книги могут быть направлены по адресу:
101000 Москва, Главпочтамт, п/я 79
Издательский отдел Объединенного института ядерных исследований

Пак А.С., Тарасов А.В.

P2-85-903

Сечения возбуждения и ионизации релятивистских позитрониев при взаимодействии с атомами

Работа посвящена расчету полных сечений возбуждения и ионизации релятивистских позитрониев при взаимодействии с атомами. Расчеты проводятся в рамках потенциального подхода в борновском приближении. Исследована зависимость отношения некогерентной части сечения возбуждения σ_{inc} к когерентной σ_{coh} от Z-заряда ядра атома-мишени. Показана важность учета σ_{inc} при расчете полных сечений. В результате численных расчетов установлено, что при возбуждении дискретных состояний позитроний переходит, в основном, в состояния с $\ell = 1$, а переходы в состояния с $\ell > 1$ ведут к развалу. Вычислено полное сечение возбуждения, что дало возможность из соотношения $\sigma_{ion} = \sigma_{tot} - \sigma_{discr}$ найти сечение ионизации. Представлены результаты численных расчетов.

Работа выполнена в Лаборатории ядерных проблем ОИЯИ.

Препринт Объединенного института ядерных исследований. Дубна 1985

Перевод О.С.Виноградовой

Пак А.С., Тарасов А.В.

P2-85-903

Cross Sections of Excitation and Ionization of Relativistic Positronia in Interactions with Atoms

Total cross sections of excitation and ionization of relativistic positronia in interactions with atoms are calculated. Calculations have been performed in the frameworks of potential approach in the Born approximation. The ratio of incoherent part of excitation cross section (σ_{inc}) to the coherent one (σ_{coh}) is investigated in dependence of Z—the charge of nucleons of target atom. When calculating total cross sections the importance of the account of σ_{inc} is emphasized. It is shown as a result of numerical calculations that when exciting discrete states positronium passes mainly to the states with $\ell=1$, whereas transitions to the states with $\ell>1$ lead to the break up. The total excitation cross section is calculated that provides the ionization cross section from the relation $\sigma_{ion} = \sigma_{tot} - \sigma_{discr}$. The results of numerical calculations are presented.

The investigation has been performed at the Laboratory of Nuclear Problems, JINR.

Communication of the Joint Institute for Nuclear Research. Dubna 1985