СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

Р2 - 5078

А.В. Тарасов, Ч. Цэрэн

ДВУКРАТНОЕ РАССЕЯНИЕ В ПРОЦЕССАХ КВАЗИУПРУГОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ π-МЕЗОНОВ С ДЕЙТРОНАМИ

ЛАБОРАТОРИЯ ЯДЕРНЫХ ПРОБЛЕМ

1970

Р2 - 5078

А.В. Тарасов, Ч. Цэрэн

ДВУКРАТНОЕ РАССЕЯНИЕ В ПРОЦЕССАХ КВАЗИУПРУГОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ π-МЕЗОНОВ С ДЕЙТРОНАМИ

При рассмотрении взаимодействия элементарных частиц с ядрами зачастую используется приближение, в котором амплитуда такого взаимодействия представляется в виде суммы амплитуд взаимодействия частицы с каждым из нуклонов ядра. Это так называемое приближение однократного рассеяния, называемое также иногда импульсным. Известно, однако, что эффекты последовательного рассеяния частицы несколькими нуклонами - многократное рассеяние - играют, вообще говоря, существенную роль, в ряде случаев даже превосходя эффекты однократного рассеяния. Многократное рассеяние π -мезонов и нуклонов легкими ядрами при высоких энергиях интенсивно исследовалось в целой серии работ /3-11/ в рамках теории Глаубера /1,2/.

При промежуточных энергиях роль двукратного рассеяния во взаимодействии нуклонов с дейтроном изучалась Эвереттом /12/. Упругое πd-рассеяние с учётом эффектов перерассеяния при энергиях π -мезонов до 300 Мэв рассматривалось в работах /13,14/.

В настоящей работе изучается вклад амплитуд двукратного рассеяния в сечение квазиупругого рассеяния π -мезонов дейтронами и сечение перезарядки π -мезонов на дейтронах в той же области энергии.

§1. Структура сечения процессов $\pi d \to \pi NN$ в приближении двукратного рассеяния

Основные методы расчёта сечений процессов типа $\pi d \to \pi NN$ и используемые приближения продемонстрируем на примере процесса квазиупругого рассеяния пионов дейтронами $\pi d \to \pi p n$.

Прежде всего, принимая во внимание, что нуклоны в дейтроне в основном покоятся, будем пренебрегать зависимостью амплитуд πN -взаимодействия, входящих в выражение для матричного элемента реакции $\pi d \to \pi pn$, от импульсов нуклонов в дейтроне, т.е. будем считать, что рассеяние (и перерассеяние) происходит на покоящихся нуклонах. Кроме того, в рассматриваемой области энергий можно пренебречь кинетической энергией нуклонов по сравнению с кинетической энергией пионов всюду в энергетических знаменателях (пропагаторах) и законе сохранения энергии, что соответствует рассмотрению процессов $\pi d \to \pi NN$ в статическом приближении.

С учётом сделанных замечаний амплитуда F процесса $\pi^+ d \to \pi^+ p n$, например, включающая эффекты двукратного рассеяния в л.с. , , записывается в виде

$$
\begin{aligned}
F(\vec{k},\vec{q},\vec{p},\vec{n}) = {} & f_p(\vec{k},\vec{q})\,\phi(\vec{n}) + f_n(\vec{k},\vec{q})\,\phi(\vec{p}) - \\
& - \frac{1}{(2\pi)^2}\int \frac{f_n(\vec{k}-\vec{p},\vec{q})\, f_p(\vec{k},\vec{k}-\vec{p})\,\phi(\vec{\Delta})\,d\vec{\Delta}}{\epsilon(\vec{k}-\vec{p}-\vec{\Delta})[\epsilon(\vec{k})-\epsilon(\vec{k}-\vec{p}-\vec{\Delta})+i0]} - \\
& - \frac{1}{(2\pi)^2}\int \frac{f_p(\vec{k}-\vec{n},\vec{q})\, f_n(\vec{k},\vec{k}-\vec{n})\,\phi(\vec{\Delta})\,d\vec{\Delta}}{\epsilon(\vec{k}-\vec{n}-\vec{\Delta})[\epsilon(\vec{k})-\epsilon(\vec{k}-\vec{n}-\vec{\Delta})+i0]} - \\
& - \frac{1}{(2\pi)^2}\int \frac{f_{cp}(\vec{k}-\vec{p},\vec{q})\, f_{cn}(\vec{k},\vec{k}-\vec{p})\,\phi(\vec{\Delta})\,d\vec{\Delta}}{\epsilon(\vec{k}-\vec{p}-\vec{\Delta})[\epsilon(\vec{k})-\epsilon(\vec{k}-\vec{p}-\vec{\Delta})+i0]} .
\end{aligned}
\tag{1}
$$

В формуле (1) величины f_n , f_p , f_{cn} , f_{cp} представляют амплитуды процессов $\pi^+ n \to \pi^+ n$, $\pi^+ p \to \pi^+ p$, $\pi^+ n \to \pi^0 p$, $\pi^0 p \to \pi^+ n$ соответственно, нормированные условием $|f|^2 = \dfrac{d\sigma}{d\Omega_q}$; величины $\phi(\vec{p})$, $\phi(\vec{n})$, $\phi(\vec{\Delta})$ – фурье-образы волновой функции дейтрона, нормированные на единицу ,

$$\int |\phi(\vec{\Delta})|^2 \, d\vec{\Delta} = 1; \tag{2}$$

наконец, $\vec{k}$, $\vec{q}$ – импульсы π -мезона до и после рассеяния, причем в статическом приближении $|\vec{q}|=|\vec{k}|$; $\vec{p}$, $\vec{n}$ – импульсы протона и нейтрона в конечном состоянии; $\epsilon(\vec{k}) = \sqrt{k^2+m_\pi^2}$ – энергия пиона с импульсом $\vec{k}$ и т.д.

Рассмотрим дифференциальное сечение

$$\frac{d\sigma}{d\Omega_q}(\pi^+ d \to \pi^+ p n) = \int |F|^2 \delta(\vec{p}+\vec{n}+\vec{q}-\vec{k})\, d\vec{p}\, d\vec{n}. \tag{3}$$

Вклад амплитуд однократного рассеяния в сечение (3) вычисляется тривиально и равен

$$\frac{d\sigma_{1,1}}{d\Omega_q} = |f_p|^2 + |f_n|^2 + 2\mathrm{Re}\, f_p f_n^* \, S(\vec{q}-\vec{k}), \tag{4}$$

где

$$S(\vec{x}) = \int \phi^*(\vec{x}-\vec{\Delta})\,\phi(\vec{\Delta})\, d\vec{\Delta} = \int |\phi(\vec{r})|^2 e^{i\vec{k}\vec{r}}\, d\vec{r} \quad - \tag{5}$$

– формфактор дейтрона.

Довольно просто получить выражение для интерференции амплитуд однократного и двукратного рассеяния.

Рассмотрим, например, интерференцию первого и третьего слагаемых амплитуды F в (3):

$$-\frac{1}{(2\pi)^2} 2\mathrm{Re} \int \{ \delta(\vec{p}+\vec{n}-\vec{q}-\vec{k})\,\phi^*(\vec{n})\, f_p^*(\vec{k},\vec{q}) \times$$
$$\times \int \frac{f_n(\vec{k}-\vec{p},\vec{q})\, f_p(\vec{k},\vec{k}-\vec{p})\,\phi(\vec{\Delta})\, d\vec{\Delta}}{\epsilon(\vec{k}-\vec{p}-\vec{\Delta})\,[\epsilon(\vec{k})-\epsilon(\vec{k}-\vec{p}-\vec{\Delta})+i0]} \}\, d\vec{p}\, d\vec{n} \equiv \tag{6}$$

$$\equiv -\frac{2\mathrm{Re}}{(2\pi)^2} \int \{ \phi^*(\vec{n})\, f_p(\vec{k},\vec{q}) \int \frac{f_n(\vec{q}+\vec{n},\vec{q})\, f_p(\vec{k},\vec{q}+\vec{n})\,\phi(\vec{\Delta})\, d\vec{\Delta}}{\epsilon(\vec{q}+\vec{n}-\vec{\Delta})\,[\epsilon(\vec{k})-\epsilon(\vec{q}+\vec{n}-\vec{\Delta})+i0]} \}\, d\vec{n}.$$

Поскольку величины $\phi(\vec{n})$, $\phi(\vec{\Delta})$ довольно быстро убывают с ростом своих аргументов, основной вклад в интегрирование по $d\vec{n}\,d\vec{\Delta}$ в (6) дает область $\vec{\Delta}, \vec{n} \approx 0$.

Поэтому будем пренебрегать в (6) зависимостью от $\vec{n}$ амплитуд f, а в пропагаторах учтем лишь первые степени малых величин $\vec{n}$, $\vec{\Delta}$.

$$\{\epsilon(\vec{q}+\vec{n}-\vec{\Delta})[\epsilon(\vec{k})-\epsilon(\vec{q}+\vec{n}-\vec{\Delta})+i0]\}^{-1} \approx$$

$$\approx \{\epsilon(\vec{q})[\epsilon(\vec{k})-\epsilon(\vec{q})-\frac{\vec{q}(\vec{n}-\vec{\Delta})}{\epsilon(\vec{q})}+i0]\}^{-1} \equiv \tag{7}$$

$$\equiv -[\vec{q}(\vec{n}-\vec{\Delta})-i0]^{-1}.$$

Это позволяет представить (6) в виде

$$2\,\mathrm{Re}\{|f_p(\vec{k},\vec{q})|^2 f_n(\vec{q},\vec{q})\frac{1}{(2\pi)^2}\int\frac{\phi^*(\vec{n})\phi(\vec{\Delta})d\vec{n}\,d\vec{\Delta}}{\vec{q}(\vec{n}-\vec{\Delta})-i0}\}. \tag{8}$$

Нетрудно убедиться, что

$$\frac{1}{(2\pi)^2}\int\frac{\phi^*(\vec{n})\,\phi(\vec{\Delta})d\vec{n}\,d\vec{\Delta}}{\vec{q}(\vec{n}-\vec{\Delta})-i0}=$$

$$=\frac{i}{|\vec{q}|}\int|\phi(\vec{r})|^2\frac{d\vec{r}}{r^2}=\frac{i}{q}<\frac{1}{r^2}>_d. \tag{9}$$

Таким образом, учитывая (9) и равенство $\vec{q}=\vec{k}$, для (8) получим

$$-\mathrm{Im}\, f_n(\vec{q},\vec{q})\,|f(\vec{k},\vec{q})|^2\frac{1}{k}<\frac{1}{r^2}>_d. \tag{8'}$$

Применяя аналогичные приближения для вычисления остальных членов интерференции амплитуд однократного и двукратного рассеяния, получим для суммы этих членов

$$\frac{d\sigma_{1,2}}{d\Omega_q} = \frac{1}{k} < \frac{1}{r^2} >_d \ \mathrm{Im} \{ f_n(\vec{q},\vec{q}) \mid f_p(\vec{k},\vec{q}) \mid^2 +$$

$$+ \ f_p(\vec{q},\vec{q}) \mid f_n(\vec{k},\vec{q}) \mid^2 + f_p(\vec{k},\vec{k}) \mid f_n(\vec{k},\vec{q}) \mid^2 +$$

$$+ \ f_n(\vec{k},\vec{k}) \mid f_p(\vec{k},\vec{q}) \mid^2 + f_{cp}(\vec{q},\vec{q}) f_{cn}(\vec{k},\vec{q}) f^*_p(\vec{k},\vec{q}) + \tag{10}$$

$$+ f_{cn}(\vec{k},\vec{k}) f_{cp}(\vec{k},\vec{q}) f^*_n(\vec{k},\vec{q}) \}.$$

Перейдем теперь к вычислению вклада в $\frac{d\sigma}{d\Omega_q}$ квадрата амплитуды двукратного рассеяния (3-е, 4-е и 5-ое слагаемые в (1)).

Вклад, например, квадрата третьего слагаемого из (1) после введения переменной интегрирования $\vec{\ell} = \vec{k} - \vec{p}$ вместо $\vec{p}$ записывается как

$$\frac{1}{(2\pi)^4} \int d\vec{\ell} \ \{ \int \frac{\phi^*(\vec{\Delta}_1) f^*_p(\vec{k},\vec{\ell}) f^*_n(\vec{\ell},\vec{q}) \, d\vec{\Delta}_1}{\epsilon(\vec{\ell}-\vec{\Delta}_1) \, [\epsilon(\vec{k}) - \epsilon(\vec{\ell}-\vec{\Delta}_1) - i\,0]} \times$$

$$\times \int \frac{f_n(\vec{\ell},\vec{q}) f_p(\vec{k},\vec{\ell}) \phi(\vec{\Delta}_2) d\vec{\Delta}_2}{\epsilon(\vec{\ell}-\vec{\Delta}_2) [\epsilon(\vec{k}) - \epsilon(\vec{\ell}-\vec{\Delta}_2) + i\,0]} \} . \tag{11}$$

Снова учитывая, что основной вклад в интегралы по $d\vec{\Delta}_1$, $d\vec{\Delta}_2$ дает область $\vec{\Delta}_{1,2} \approx 0$, разложим величины $\epsilon(\vec{\ell}-\vec{\Delta})$ по степеням $\vec{\Delta}_{1,2}$ и учтем лишь наиболее сингулярные по $\vec{\Delta}_{1,2}$ члены:

$$\{ \epsilon(\vec{\ell}-\vec{\Delta}_1) \epsilon(\vec{\ell}-\vec{\Delta}_2) [\epsilon(\vec{k}) - \epsilon(\vec{\ell}-\vec{\Delta}_1) - i\,0][\epsilon(\vec{k}) - \epsilon(\vec{\ell}-\vec{\Delta}_2) + i\,0] \}^{-1} \equiv$$

$$\equiv [\epsilon(\vec{\ell}-\vec{\Delta}_1) - \epsilon(\vec{\ell}-\vec{\Delta}_2) + i0]^{-1} \, [\epsilon(\vec{\ell}-\vec{\Delta}_1) \epsilon(\vec{\ell}-\vec{\Delta}_2)]^{-1} \times$$

$$\times \{ [\epsilon(\vec{k}) - \epsilon(\vec{\ell}-\vec{\Delta}_1) - i\,0]^{-1} - [\epsilon(\vec{k}) - \epsilon(\vec{\ell}-\vec{\Delta}_2) + i0]^{-1} \} \approx$$

$$\approx [\vec{\ell}(\vec{\Delta}_2-\vec{\Delta}_1)+i0]^{-1}\epsilon^{-1}(\vec{\ell})\{[\epsilon(\vec{k})-\epsilon(\vec{\ell})-i0]^{-1}-$$

$$-[\epsilon(\vec{k})-\epsilon(\vec{\ell})+i0]^{-1}\}\equiv$$

$$\equiv[\vec{\ell}(\vec{\Delta}_2-\vec{\Delta}_1)+i0]^{-1}\epsilon^{-1}(\vec{\ell})\,2\pi i\,\delta[\epsilon(\vec{k})-\epsilon(\vec{\ell})]\equiv \tag{12}$$

$$\equiv[\vec{\ell}(\vec{\Delta}_2-\vec{\Delta}_1)+i0]^{-1}4\pi i\delta(\vec{k}^2-\vec{\ell}^2).$$

С учётом (12) и (9) выражение (11), как нетрудно убедиться, может быть представлено в виде:

$$\frac{1}{4\pi}\left\langle\frac{1}{r^2}\right\rangle_d\int d\Omega_\ell\,|f^*_p(\vec{k},\vec{\ell})|^2\,|f_n(\vec{\ell},\vec{q})|^2, \tag{11'}$$

где согласно (12) $|\vec{\ell}|=|\vec{k}|=|\vec{q}|$.

К аналогичным видам приводит вычисление вклада квадратов четвертого и пятого слагаемых в (1) а также интерференции третьего и пятого слагаемых. Интерференция третьего с четвертым и четвертого с пятым слагаемых амплитуды (1) имеет несколько отличную от (11') структуру. Вводя вместо переменных интегрирования $\vec{p}$, $\vec{n}$ переменные $\vec{\ell}=\vec{k}-\vec{p}$, $\vec{m}=\vec{k}-\vec{n}$ – импульсы π -мезона в промежуточных состояниях, – получим, например, для вклада интерференции третьего и четвертого слагаемых формулу вида

$$\frac{2\,\mathrm{Re}}{(2\pi)^4}\int\delta(\vec{\ell}+\vec{m}-\vec{q}-\vec{k})\{\int\frac{\phi^*(\vec{\Delta}_2)f_p^*(\vec{k},\vec{\ell})f_n^*(\vec{\ell},\vec{q})d\vec{\Delta}_2}{\epsilon(\vec{\ell}+\vec{\Delta}_2)[\epsilon(\vec{k})-\epsilon(\vec{\ell}+\vec{\Delta}_2)-i0]}\times \tag{13}$$

$$\times\int\frac{f_p(\vec{m},\vec{q})f_n(\vec{k},\vec{m})\phi(\vec{\Delta}_1)d\vec{\Delta}_1}{\epsilon(\vec{m}+\vec{\Delta}_1)[\epsilon(\vec{k})-\epsilon(\vec{m}+\vec{\Delta}_1)+i0]}\}\,d\vec{\ell}\,d\vec{m}.$$

Ясно, что существенная область интегрирования в (13) определяется равенствами $\vec{\Delta}_{1,2} \approx 0$, $\epsilon(\vec{\ell}) = \epsilon(\vec{k})$, $\epsilon(\vec{m}) = \epsilon(\vec{k})$. Поэтому приближенно заменим (13) на

$$2\,\mathrm{Re}\{[\int \delta(\vec{\ell} + \vec{m} - \vec{k} - \vec{q})\,\delta(k^2 - \ell^2)\,\delta(k^2 - m^2)\, f^*_p(\vec{k}, \vec{\ell})\, f^*_n(\vec{\ell}, \vec{q}) \times$$

$$\times f_p(\vec{m}, \vec{q}) f_n(\vec{k}, \vec{m})\, d\vec{m}\, d\vec{\ell}\,][\int \delta(\vec{\ell} + \vec{m} - \vec{k} - \vec{q})\,\delta(k^2 - \ell^2)\,\delta(k^2 - m^2)\, d\vec{m}\, d\vec{\ell}]^{-1}\} \times \qquad (13')$$

$$\times \{ \frac{1}{(2\pi)^4} \int \delta(\vec{\ell} + \vec{m} - \vec{k} - \vec{q}) \times$$

$$\times \frac{\phi^*(\vec{\Delta}_2)\ \ \phi(\vec{\Delta}_1)\ \ d\vec{\Delta}_1\, d\vec{\Delta}_2\, d\vec{m}\, d\vec{\ell}}{\epsilon(\vec{m} + \vec{\Delta}_1)\,\epsilon(\vec{\ell} + \vec{\Delta}_2)[\epsilon(\vec{k}) - \epsilon(\vec{m} + \vec{\Delta}_1) + i0][\epsilon(\vec{k}) - \epsilon(\vec{\ell} + \vec{\Delta}_2) - i0]} \} .$$

Выражение в первых фигурных скобках в (13') может быть записано в виде

$$\frac{1}{2\pi} \int f^*_p(\vec{k}, \vec{a} + \vec{b})\, f^*_n(\vec{a} + \vec{b}, \vec{q})\, f_p(\vec{a} - \vec{b}, \vec{q})\, f_n(\vec{k}, \vec{a} - \vec{b})\, d\vec{\nu},$$

где $\vec{a} = \frac{\vec{k} + \vec{q}}{2}$, $\vec{b} = \left|\frac{\vec{k} - \vec{q}}{2}\right| \vec{\nu}$, $\vec{\nu}$ – единичный вектор в плоскости, оротогональной вектору $\vec{k} + \vec{q}$. Выражение во вторых фигурных скобках в (13') после приближенной замены

$$\{2\,\epsilon(\vec{m} + \vec{\Delta}_1)\,[\epsilon(\vec{k}) - \epsilon(\vec{m} + \vec{\Delta}_1) + i0]\}^{-1} \approx$$

$$\approx \{[\epsilon(\vec{m} + \vec{\Delta}_1) + \epsilon(\vec{k})][\epsilon(\vec{k}) - \epsilon(\vec{m} + \vec{\Delta}_1) + i0]\}^{-1} =$$

$$= [k^2 - (\vec{m} + \vec{\Delta}_1)^2 + i0]^{-1}$$

и

$$\{2\epsilon(\vec{\ell} + \vec{\Delta}_2)\,[\epsilon(\vec{k}) - \epsilon(\vec{\ell} + \vec{\Delta}_2) - i0]\}^{-1} \approx$$

$$\approx [k^2 - (\vec{\ell} + \vec{\Delta}_2)^2 - i0]^{-1}$$

и несложных преобразований представляется как

$$R^{-2}(|\vec{k}+\vec{q}|) = \int |\phi(r)|^2 \frac{\sin(|\vec{k}+\vec{q}|\,\vec{r})}{|\vec{k}+\vec{q}|\, r^3}\, d\vec{r}. \tag{14}$$

При условии $|\vec{k}+\vec{q}|\, r_d \ll 1$, где r_d – характерное расстояние в дейтроне, $R^{-2} = \left\langle \frac{1}{r^2} \right\rangle_d$. Если $|\vec{k}+\vec{q}|\, r_d \gg 1$, то $R^{-2} \approx \frac{2\pi^2}{|\vec{k}+\vec{q}|} |\phi(0)|^2$. В общем случае произвольных $|\vec{k}+\vec{q}|\, r_d$ необходима конкретная модель волновой функции $\phi(r)$ для вычисления величины R^{-2}.

Проведенное выше рассмотрение позволяет записать выражение для вклада квадрата амплитуды двукратного рассеяния в сечение (3):

$$\begin{aligned}
\frac{d\sigma_{2,2}}{d\Omega_q} = {} & \frac{1}{4\pi} \left\langle \frac{1}{r^2} \right\rangle_d \int d\Omega_\ell \,[\, |f_p(\vec{k},\vec{\ell})|^2\, |f_n(\vec{\ell},\vec{q})|^2 + \\
& + |f_p(\vec{\ell},\vec{q})|^2\, |f_n(\vec{k},\vec{\ell})|^2 + |f_{cp}(\vec{\ell},\vec{q})|^2\, |f_{cn}(\vec{k},\vec{\ell})|^2 + \\
& + 2\,\mathrm{Re}\,\{ f^*_n(\vec{\ell},\vec{q})\, f^*_p(\vec{k},\vec{\ell})\, f_{cp}(\vec{\ell},\vec{q})\, f_{cn}(\vec{k},\vec{\ell}) \}\,] + \\
& + \frac{1}{2\pi} R^{-2} \int d\vec{\nu}\; 2\,\mathrm{Re}\,\{ f^*_n(\vec{k},\vec{a}+\vec{b})\, f_p(\vec{a}+\vec{b},\vec{q}) \times \\
& \times [\, f_n(\vec{a}-\vec{b},\vec{q})\, f_p(\vec{k},\vec{a}-\vec{b}) + f_{cp}(\vec{a}-\vec{b},\vec{q})\, f_{cn}(\vec{k},\vec{a}-\vec{b})\,]\} .
\end{aligned} \tag{15}$$

А для суммарного вклада однократного и двукратного рассеяния имеем

$$\frac{d\sigma}{d\Omega_q}(\pi d \to \pi p n) = \frac{d\sigma_{1,1}}{d\Omega_q} + \frac{d\sigma_{1,2}}{d\Omega_q} + \frac{d\sigma_{2,2}}{d\Omega_q}. \tag{16}$$

Заметим, что если в формуле для амплитуды двукратного рассеяния в (1) пропагаторы $[\epsilon(\vec{k}) - \epsilon(\vec{x}) + i0]^{-1}$ заменить их мнимыми частями $-i\pi\delta[\epsilon(\vec{k}) - \epsilon(\vec{x})]$, как это иногда делается при рассмотрении двукратного рассеяния /14,15/, то для величины $\frac{d\sigma_{1,2}}{d\Omega_q}$ получится выражение, совпадающее с (10), а для величины $\frac{d\sigma_{2,2}}{d\Omega_q}$ – выражение, отличающееся от (15) множителем 1/2.

§2. Сечение реакций $\pi^+ d \to \pi^+ p n$ и $\pi^+ d \to \pi^0 pp$ в окрестности 33-резонанса

Из (4) и (10) видно, что относительный вклад двукратного рассеяния в сечение процесса $\pi d \to \pi p n$ равен примерно

$$\frac{1}{k} < \frac{1}{r^2} >_d \operatorname{Im} f_{\pi N}(0^0) = \frac{1}{4\pi} < \frac{1}{r^2} >_d \sigma^{tot}_{\pi N}$$

и может достигать значительной величины при энергиях, близких к резонансным.

Рассмотрим реакции $\pi d \to \pi NN$ в окрестности Δ_{33} – резонанса. Будем пренебрегать вкладом в амплитуды πN – взаимодействия всех парциальных волн за исключением резонансной.

Тогда в (1)

$$f_p = 3 f_n = \frac{3}{\sqrt{2}} f_{cp} = \frac{3}{\sqrt{2}} f_{cn} = f_{33},$$

$$f_{33} = \frac{2\vec{k}\vec{q} + i\vec{\sigma}(\vec{k}\times\vec{q})}{k^3} \sin\delta_{33}(k) e^{i\delta_{33}(k)}, \tag{17}$$

Для сечения процесса $\pi^+ d \to \pi^+ p n$ в этом случае получим после усреднения и суммирования по спиновым переменным:

$$\frac{d\sigma_{1,1}}{d\Omega_q} = \frac{\sigma_{33}(k)}{4\pi} \{ \frac{5}{9}(3\cos^2\theta + 1) + \frac{1}{9}(11\cos^2\theta + 1) S(\vec{q} - \vec{k}) \}, \tag{18}$$

$$\frac{d\sigma_{1,2}}{d\Omega_q} = -\left(\frac{\sigma_{33}(k)}{4\pi}\right)^2 \left\langle \frac{1}{r^2} \right\rangle_d \frac{10}{27}(3\cos^2\theta + 1), \tag{19}$$

$$\frac{d\sigma_{2,2}}{d\Omega_q} = \left(\frac{\sigma_{33}(k)}{4\pi}\right)^2 \left\{ \left\langle \frac{1}{r^2} \right\rangle_d \frac{17}{135}(3+\cos^2\theta) + R^{-2}[945 + 1180\cos\theta + \right. \tag{20}$$

$$\left. + 2118\cos^2\theta + 1756\cos^3\theta + 145\cos^4\theta] \frac{5}{20736} \right\}.$$

В (18), (19), (20) $\sigma_{33}(k) = \frac{8\pi}{k^2}\sin^2\delta_{33}(k)$ – полное сечение $\pi^+ p$ – взаимодействия, а θ – угол рассеяния π -мезона.

Обобщение результатов §1 на случай процесса перезарядки $\pi^+ d \to \pi^0 pp$ не представляет существенной трудности. Поэтому приведем лишь окончательное выражение для сечения этого процесса в рассматриваемой области энергий :

$$\frac{d\sigma_{1,1}}{d\Omega_q} = \frac{\sigma_{33}(k)}{4\pi}\left[\frac{1}{9}(3\cos^2\theta + 1) - \frac{1}{27}(11\cos^2\theta + 1)\, S(\vec{q} - \vec{k})\right], \tag{21}$$

$$\frac{d\sigma_{1,2}}{d\Omega_q} = 0. \tag{22}$$

$$\frac{d\sigma_{2,2}}{d\Omega_q} = \left(\frac{\sigma_{33}(k)}{4\pi}\right)^2 \left\{ \frac{\langle r^{-2}\rangle_d}{135}(3+\cos^2\theta) - R^{-2}[945 + 1180\cos\theta + \right. \tag{23}$$

$$\left. + 2118\cos^2\theta + 1756\cos^3\theta + 145\cos^4\theta] \frac{1}{62208} \right\}.$$

На рисунке представлены значения сечений процессов $\pi^+ d \to \pi^+ p n$ и $\pi^+ d \to \pi^0 p p$ при резонансной энергии ($k \approx 300$ Мэв), вычисленных с учётом двукратного рассеяния (сплошные линии) и без учёта $\frac{d\sigma}{d\Omega_q} = \frac{d\sigma_{1,1}}{d\Omega_q}$ (пунктирные линии).

Для вычисления величин $S(\vec{q}-\vec{k})$, $R^{-2}(|\vec{q}+\vec{k}|)$ и $<r^{-2}>_d$ использовалась S – волновая хюльтеновская функция дейтрона

$$\phi(r) = \sqrt{\frac{a(a+\beta)\beta}{2\pi(\beta-a)^2}} \left(\frac{e^{-ar} - e^{-\beta r}}{r} \right)$$

с $a = 0{,}232\ f^{-1}$, $\beta = 1{,}202\ f^{-1}$. Вкладом D – волны всюду пренебрегали. Как видно из рисунка, учёт двукратного рассеяния заметно меняет величину сечения реакции $\pi d \to \pi NN$.

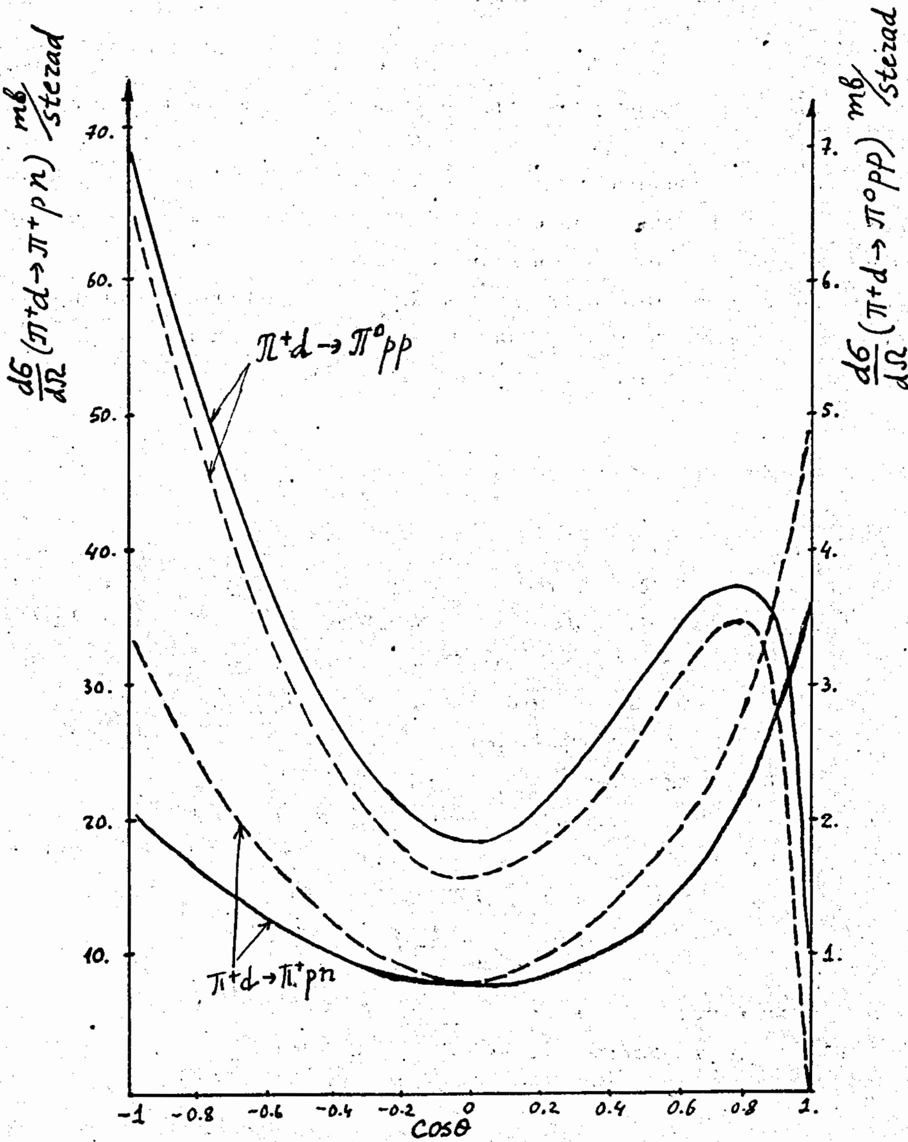
Экспериментальное изучение этих реакций было бы полезно для проверки нашего понимания процессов, происходящих в легких ядрах при взаимодействии с ними элементарных частиц.

Авторы выражают благодарность Л.И. Лапидусу за внимание к работе и полезные обсуждения. Один из нас (Ч.Ц.) благодарит Л. Доржа за помощь при проведении вычислений на ЭВМ.

Литература

1. R.J. Glauber. Phys.Rev., 100, 242 (1955).
2. V. Franco and R. J. Glauber. Phys.Rev., 142, 1195 (1966).
3. V. Franco and E. Coleman. Phys.Rev.Lett., 17, 827 (1966).
4. R.H. Bassel and C. Wilkin. Phys.Rev., 174, 1179 (1968).
5. C. Michael and C. Wilkin. Nucl.Phys., B11, 99 (1969).
6. W. Czyz and L. Lesniak. Phys.Lett., 24B, 227 (1967).
7. J. Pumplin. Phys.Rev., 173, 1651 (1968).
8. D.R. Harrington. Phys.Rev.Lett., 21, 1496 (1968).
9. G. Alberi, L. Bertocchi. Nuovo Cim., 61A, 203 (1969).
10. C. Wilkin. Phys.Rev.Lett., 17, 561 (1966).
11. J. Vander Velde. Phys.Rev., 173, 1544 (1968).
12. A. Everett. Phys.Rev., 126, 831 (1962).
13. H.N. Pendleton. Phys.Rev., 131, 1833 (1963).
14. C. Carlson. Preprint SLAC-706, Stanford.
15. M.M. Sternheim. Phys.Rev., 135, B912 (1964).

Рукопись поступила в издательский отдел
29 апреля 1970 года.


$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\pi^+d\to\pi^+pn)$ mb/sterad
$\frac{d\sigma}{d\Omega}(\pi^+d\to\pi^0pp)$ mb/sterad
$\pi^+d\to\pi^0pp$
$\pi^+d\to\pi^+pn$
70.
60.
50.
40.
30.
20.
10.
7.
6.
5.
4.
3.
2.
1.
-1
-0.8
-0.6
-0.4
-0.2
0
0.2
0.4
0.6
0.8
1.
cosθ