СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
Дубна

Р11 - 5185

Ю.М. Грашин, В.И. Дворецкий, А.И. Родионов,
О.А. Тюриков

МЕТОД АНАЛИЗА СТРУКТУРЫ ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМ ДЛЯ РАСЧЕТА ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ С ПОМОЩЬЮ ЭЦВМ

ЛАБОРАТОРИЯ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ ТЕХНИКИ
И АВТОМАТИЗАЦИИ

1970

Р11 - 5185

Ю.М. Грашин, В.И. Дворецкий, А.И. Родионов,
О.А. Тюриков

МЕТОД АНАЛИЗА СТРУКТУРЫ ЭЛЕКТРОННЫХ СХЕМ ДЛЯ РАСЧЕТА ПЕРЕХОДНЫХ ПРОЦЕССОВ С ПОМОЩЬЮ ЭЦВМ

I. Введение

Одним из методов вычисления переходных процессов в электронной схеме является численное интегрирование системы дифференциальных уравнений, описывающих эту схему. При этом интегрируемая система должна быть представлена в виде, разрешенном относительно своих высших производных /I,2/.

Применение законов Кирхгофа к схеме, состоящей из линейных элементов с сосредоточенными параметрами, дает в общем случае систему дифференциальных уравнений второго порядка, не разрешенных относительно вторых производных. Наиболее простым и легко формализуемым способом приведения такой системы к виду, пригодному для численного интегрирования, является чисто алгебраическое разрешение путем обращения матрицы коэффициентов при вторых производных. Однако в общем случае эта матрица оказывается необратимой /3/ (в системе дифференциальных уравнений, описывающих физически осуществимые линейные схемы с сосредоточенными параметрами).

Ниже показывается возможность возникновения отмеченной алгебраической неразрешимости в системе дифференциальных уравнений, полученных методом узловых потенциалов. Вскрывается связь алгебраической неразрешимости со структурой соединений пассивных элементов R, C, L между собой. Предлагается метод анализа и соответствующий ему метод эквивалентных преобразований исходной системы уравнений к форме, алгебраически разрешимой относительно своих высших производных. Формулируются принципиальные основы алгоритма для полностью автоматического расчета переходных процессов с помощью ЭЦВМ.

Сообщается о результатах практической реализации этого алгоритма на ЭЦВМ.

2. Обобщенная схема с независимыми генераторами токов

Введем понятие обобщенной схемы n -го порядка. Пусть имеется совокупность точек (узлов), перенумерованных от I до n . Между каждой парой точек (i , j) включен обобщенный элемент (параллельное соединение емкости, сопротивления, индуктивности и идеального генератора тока, см. рис.I). В дальнейшем мы будем пользоваться следующими обозначениями параметров элементов схемы:

C_{ij} – емкость, включенная между i -ой и j -ой точками схемы;

$g_{ij} = \frac{1}{R_{ij}}$ – проводимость;

$d_{ij} = \frac{1}{L_{ij}}$ – обратная индуктивность;

I_{ij} – генератор тока, положительное направление которого (в генераторе) от i -ой точки к j -ой.

Эти параметры элементов обобщенной схемы могут принимать различные значения, в том числе и нулевые. Таким образом, любая наперед заданная электрическая схема с сосредоточенными параметрами является частным случаем обобщенной схемы.

Рассмотрим обобщенную схему n -го порядка, в которой параметры элементов c , g , d постоянны, а токи генераторов являются независимыми функциями времени. Система уравнений Кирхгофа для узловых потенциалов такой схемы имеет вид

$$\sum_{\substack{j=1\\ i\neq j}}^{n} C_{ij}(\dot{u}_j-\dot{u}_i)+\sum_{\substack{j=1\\ i\neq j}}^{n} g_{ij}(u_j-u_i)+\sum_{\substack{j=1\\ i\neq j}}^{n} d_{ij}\int_{-\infty}^{t}(u_j-u_i)dt=\sum_{\substack{j=1\\ i\neq j}}^{n} I_{ij}, \quad (\mathrm{I})$$

где $i = 1, 2, 3, \ldots, n$.

Очевидно, что система (I) содержит лишь n -I независимых уравнений, из которых можно определить n -I независимых разностей потенциалов. Практически полагают потенциал одной из точек равным нулю, отбрасывают одно из уравнений системы (I) и, решая оставшуюся систему, находят потенциалы остальных точек схемы (относительно нулевой). Однако для удобства и общности дальнейших рассуждений мы будем рассматривать неопределенную систему (I), не исключая из нее пока одно из уравнений.

Введем обозначения:

$$c_{ii} = -\sum_{j=1}^{n} c_{ij}, \; j \neq i \qquad (2) \qquad d_{ii} = -\sum_{j=1}^{n} d_{ij}, \; j \neq i \qquad (3)$$

$$g_{ii} = -\sum_{j=1}^{n} g_{ij}, \; j \neq i \qquad (4) \qquad I_i = -\sum_{j=1}^{n} I_{ij}, \; j \neq i \qquad (5)$$

Дифференцируя систему (I) по времени, раскрывая скобки и подставляя в нее выражения (2), (3), (4), (5), получим систему

$$\sum_{j=1}^{n} c_{ij} \ddot{u}_j + \sum_{j=1}^{n} g_{ij} \dot{u}_j + \sum_{j=1}^{n} d_{ij} u_j + \dot{I}_i = 0, \text{ где } i = 1, 2, 3, \ldots, n. \qquad (6)$$

Для решения системы (6) одним из численных методов ее необходимо разрешить относительно вторых производных, т.е. привести к виду

$$\ddot{u}_i = f_i(t, \dot{u}_1, \dot{u}_2, \ldots, \dot{u}_n, u_1, u_2, \ldots, u_n), \text{ где } i = 1, 2, 3, \ldots, n. \qquad (7)$$

Рассмотрим чисто алгебраический путь такого приведения, т.е. разрешимость системы алгебраических уравнений

$$\sum_{j=1}^{n} c_{ij} x_j = P_i, \qquad i = 1, 2, 3, \ldots, n, \qquad (8)$$

где величины $x_j = \ddot{u}_j$ и (9)

$$P_i = -\sum_{j=1}^{n} g_{ij} \dot{u}_j - \sum_{j=1}^{n} d_{ij} u_j - \dot{I}_i \qquad (10)$$

условно не зависят друг от друга. Исследуем матрицу коэффициентов

(c_{ij}) при неизвестных $x_j = \ddot{u}_j$. Очевидно, что эта матрица симметрическая, т.к.

$$c_{ij} = c_{ji} \quad . \tag{11}$$

Далее, из выражения (2) следует, что сумма элементов любой строки или столбца равна нулю:

$$\sum_{j=1}^{n} c_{ij} = \sum_{i=1}^{n} c_{ij} = 0 \quad , \tag{12}$$

т.е. определитель матрицы (c_{ij}), как и следовало ожидать, тождественно равен нулю, т.к. одно из уравнений систем (6) и (8) является следствием остальных. Однако, кроме этой тривиальной зависимости, система (8) может содержать еще несколько уравнений, не являющихся независимыми от остальных,т.е. система (8) может оказаться неразрешимой даже после отбрасывания из нее одного уравнения и одного неизвестного, положенного равным нулю. Для доказательства этого положения рассмотрим структуру матрицы (c_{ij}), т.е. структуру распределения емкостей в схеме. Т.к. некоторые величины c_{ij} могут иметь нулевые значения, то точки (узлы) схемы могут образовывать несколько групп так, что все точки одной группы соединены между собой емкостями (непосредственно или косвенно через другие точки этой группы). Будем называть такие группы точек "островами". Точки, принадлежащие разным "островам", не имеют между собой емкостной связи. В частности, точка, к которой не присоединена ни одна емкость, также является "островом" (см. рис.2). Т.к. нумерация точек произвольна, то, не нарушая общности рассмотрения, положим, что номера их в каждом "острове" идут подряд. Пусть точки одного из "островов" имеют номера от k до ℓ (подряд). Тогда согласно введенному нами определению "острова" имеем

$$c_{ij} = c_{ji} = 0 \ \text{при} \ \begin{cases} i = k, k+1, \ldots, \ell-1, \ell \\ j \neq k, k+1, \ldots, \ell-1, \ell \ . \end{cases} \tag{13}$$

Из выражения (I3) следует, что матрица коэффициентов (c_{ij}) состоит из ряда отдельных квадратных матриц, расположенных вдоль главной диагонали основной матрицы (см. рис.3). Математически это означает, что система (8) распадается на ряд независимых друг от друга подсистем. Для "острова" $i=k, k+1, \dots, l-1, l$ подсистема имеет вид:

$$\sum_{j=k}^{l} c_{ij} x_j = -\sum_{j=1}^{n} g_{ij} \dot{u}_j - \sum_{j=1}^{n} d_{ij} u_j - \dot{I}_i \tag{I4}$$

где $i=k, k+1, \dots, l-1, l$.

Из выражений (I2)и (I3) следует, что

$$\sum_{j=k}^{l} c_{ij} = \sum_{i=k}^{l} c_{ij} = 0 \quad при \quad i,j = k, k+1, \dots, l-1, l \quad , \tag{I5}$$

т.е. определитель подсистемы (I4) равен нулю. Можно показать, что это следствие неполноты последней и что подсистема

$$\sum_{j=k+1}^{l} c_{ij}(x_j - x_k) = -\sum_{j=1}^{n} g_{ij} \dot{u}_j - \sum_{j=1}^{n} d_{ij} u_j - \dot{I}_i \quad , где \quad i = k+1, k+2, \dots, l-1, l, \tag{I6}$$

полученная из подсистемы (I4) после отбрасывания одного (К-го) уравнения, всегда разрешима относительно ($x_j - x_k$). Будем называть в дальнейшем К-ю точку в схеме опорной точкой "острова" $(k, k+1, \dots, l-1, l)$, а сам "остров" – "К-островом". Таким образом, из системы (8) должно быть отброшено столько зависимых уравнений, сколько "островов" имеет соответствующая схема. И столько же неизвестных останется неопределенными. Очевидно, что это относится только к алгебраической системе (8), но не к системе дифференциальных уравнений (6), из которой всегда определяются n -I неизвестных разностей потенциалов (если схема физически осуществима и не распадается на части, не связанные между собой хотя бы одним из элементов R , C или L). Покажем, каким образом из исходной системы дифференциальных уравнений(6) можно получить дополнительную систему алгебраических уравнений для нахождения алгебраическим путем неизвестных x , оставшихся неопределенными в системе (8). Для этого сложим между собой почленно уравнения подсистемы (I4)

$$\sum_{j=k}^{l} x_j \sum_{i=k}^{l} c_{ij} = -\sum_{j=1}^{n} \dot{u}_j \sum_{i=k}^{l} g_{ij} - \sum_{j=1}^{n} u_j \sum_{i=k}^{l} d_{ij} - \sum_{i=k}^{l} \dot{I}_i \ . \qquad (I7)$$

Согласно равенству (I5), левая часть уравнения (I7) тождественно равна нулю, т.е.

$$0 = \sum_{j=1}^{n} \dot{u}_j \sum_{i=k}^{l} g_{ij} - \sum_{j=1}^{n} u_j \sum_{i=k}^{l} d_{ij} - \sum_{i=k}^{l} \dot{I}_i \ . \qquad (I8)$$

Перенося члены с первыми производными потенциалов в выражении (I8) в левую часть, дифференцируя по времени и делая подстановку (9), имеем

$$\sum_{j=1}^{n} x_j \sum_{i=k}^{l} g_{ij} = -\sum_{j=1}^{n} \dot{u}_j \sum_{j=k}^{l} d_{ij} - \sum_{i=k}^{l} \ddot{I}_i \ . \qquad (I9)$$

Выделим из левой части уравнения (I9) группу членов с индексами $j = k, k+1, \ldots, l-1, l$ и преобразуем ее следующим образом

$$\sum_{j=k}^{l} x_j \sum_{i=k}^{l} g_{ij} = \sum_{j=k}^{l} (x_j - x_k) \sum_{i=k}^{l} g_{ij} + x_k \sum_{j=k}^{l} \sum_{i=k}^{l} g_{ij} \ . \qquad (20)$$

Аналогичным образом может быть выделена из левой части уравнения (I9) и преобразована другая группа членов с индексами $j = p, p+1, \ldots, q-1, q$, которые соответствуют другому "острову":

$$\sum_{j=p}^{q} x_j \sum_{i=k}^{l} g_{ij} = \sum_{j=p}^{q} (x_j - x_p) \sum_{i=k}^{l} g_{ij} + x_p \sum_{j=p}^{q} \sum_{i=k}^{l} g_{ij} \ . \qquad (2I)$$

Т.о. левая часть уравнения (I9) может быть разбита на группы по числу "островов" в схеме. Заметим, что неизвестные $(x_j - x_k)_{j=k+1,\ldots,l}$ определяются из подсистемы (I6). Аналогично определяются неизвестные $(x_j - x_p)_{j=p+1,\ldots,q}$ из подсистемы, аналогичной (I6), соответствующей "острову" $p,\ldots,q$ и т.д. Все эти найденные разности могут быть перенесены в правую часть уравнения (I9), таким образом, в левой части последнего останутся члены вида:

$$A_{kp} x_p = x_p \sum_{j=p}^{q} \sum_{i=k}^{l} g_{ij} \ . \qquad (22)$$

Такие же операции могут быть проделаны с подсистемами, аналогичными подсистеме (I4), соответствующими другим "островам". В результате получим дополнительную систему

$$\sum_{\beta=1}^{m} A_{\alpha\beta} x_\beta = F_\alpha(u_1,\dots,u_n,\dot{u}_1,\dots,\dot{u}_n,\dot{I}_1,\dots,\dot{I}_n,\ddot{I}_1,\dots,\ddot{I}_n), \qquad (23)$$

где $\alpha = 1,2,3,\dots,m$.

Здесь введена нумерация островов: $\beta, \alpha = 1,2,3,\dots,m$, где m – число "островов". Система (23) содержит m уравнений и m неизвестных x_β (вторых производных потенциалов опорных точек "островов"), оставшихся неопределенными в системе (8).

Исследуем свойства системы (8). Можно показать, что матрица коэффициентов $(A_{\alpha\beta})$ в системе (23) полностью аналогична матрице коэффициентов (c_{ij}) в системе (8). Исследуем матрицу коэффициентов $(A_{\alpha\beta})$ в системе (23). Заметим сначала, что матрица коэффициентов (g_{ij}) в системе (6) и (8) обладает всеми свойствами матрицы (c_{ij}) , т.е.

$$g_{ij} = g_{ji} \quad \text{и} \qquad (24)$$

$$\sum_{i=1}^{n} g_{ij} = \sum_{j=1}^{n} g_{ij} = 0 . \qquad (25)$$

Теперь можем записать, исходя из выражения (22) и (24), что

$$A_{kp} = \sum_{j=p}^{q} \sum_{i=k}^{\ell} g_{ij} = \sum_{j=k}^{\ell} \sum_{i=p}^{q} g_{ij} = A_{pk} ,$$

или в новых индексах

$$A_{\alpha\beta} = A_{\beta\alpha} . \qquad (26)$$

А исходя из выражений (22) и (25), можно записать, что

$$\sum_{\alpha=1}^{m} A_{\alpha\beta} = \sum_{\beta=1}^{m} A_{\alpha\beta} = 0 . \qquad (27)$$

Таким образом, матрица коэффициентов $(A_{\alpha\beta})$ в дополнительной системе (23) обладает всеми свойствами матрицы коэффициентов (c_{ij}) системы (8). Поэтому по отношению к дополнительной системе (23) могут быть проведены все рассуждения и операции, проведенные по отношению к системе (8). В частности, аналогично понятию "острова" может быть введено понятие "архипелага": группы "островов" схемы, прямо или косвенно соединенных между собой сопротивлениями. Т.е. "архипелаги" есть группы точек, на которые распадается схема, если убрать из нее все индуктивности и источники тока. Поэтому в системе (23) опять может оказаться несколько неопределимых неизвестных и для нахождения их может быть получена новая дополнительная система

$$\sum_{\gamma=1}^{r} B_{\varepsilon\gamma}\, x_\gamma = H_\varepsilon(u_1,\dots,u_n,\dot u_1,\dots,\dot u_n,\dot I_1,\dots,\dot I_n,\ddot I_1,\dots,\ddot I_n,\dddot I_1,\dots,\dddot I_n), \quad \varepsilon = 1,2,3,\dots,r, \qquad (28)$$

где ε, γ – номера "архипелагов", а r – число "архипелагов".

Матрица коэффициентов $(B_{\varepsilon\gamma})$ системы (28) также аналогична матрице коэффициентов системы (8) за исключением того, что она уже не может распадаться на группы, аналогичные "островам" или "архипелагам" (если исходная схема не распадается на несколько не связанных между собой частей хотя бы одним из элементов R , С или L). Таким образом, система (28) содержит только одну неопределимую неизвестную x_γ , что эквивалентно тривиальной неопределенности систем (6) и (8). Положив одну из неизвестных x_γ равной нулю и отбросив из системы (28) одно уравнение, найдем остальные (r -I) неизвестных x_γ уравнения (28). Затем подставляем найденные и заданное нулю значения неизвестных x_γ в систему (23), отбрасываем из нее лишние r уравнений (по числу "архипелагов" в схеме = r) и, решая оставшуюся систему, находим новый ряд ($m-r$) неизвестных x_β . Затем подставляем все найденные ранее m значений неизвестных x_γ и x_β в систему (8), отбрасываем из последней m

лишних (зависимых) уравнений и находим остальные ($n-m$) неизвестные x_j .

До сих пор мы для простоты рассуждали так, как будто в правых частях систем (8), (23) и (28) стоят числа. Тот факт, что на самом деле это функции, зависящие от неизвестных, может изменить лишь терминологию рассуждений, но не отменяет того, что намеченный выше алгоритм позволяет привести систему (6) путем эквивалентных преобразований к форме, которая всегда алгебраически разрешима в общем виде относительно вторых производных. Кратко один из вариантов такого алгоритма может быть описан следующим образом:

I. В системе (6) анализируется матрица (c_{ij}) на выявление "островов" и система разбивается на группы уравнений в соответствии с делением схемы на "острова".

2. Из системы (6) отбрасывается ряд уравнений (по одному из каждого "острова").

3. В исходной системе (6) почленно складываются уравнения группами по каждому "острову" (левые части полученных таким образом новых уравнений всегда равны нулю).

4. Полученные таким образом уравнения дифференцируются по времени и в нулевые левые части переносятся образовавшиеся в правых частях члены со вторыми производными.

5. Матрицы коэффициентов (c_{ij}) и (g_{ij}) в системе (6) исследуются на выявление "архипелагов".

6. Из уравнений, полученных в пункте 4, отбрасывается ряд уравнений (по одному из каждого "архипелага").

7. Уравнения, полученные в пункте 4, складываются почленно группами по каждому "архипелагу".

8. Полученные таким образом (в пункте 7) уравнения дифференцируются по времени и в нулевые левые части переносятся образовавшиеся члены со вторыми производными.

9. Одно из уравнений, полученных в п. 8, отбрасывается.

10. Уравнения, полученные в пунктах 2,6 и 9, соединяются в единую систему, в которой потенциал одной из точек приравнивается нулю

В полученной таким образом системе матрица коэффициентов при вторых производных всегда обращается, что необходимо и достаточно для численного интегрирования ее одним из известных методов.

3. Введение зависимых генераторов тока и магнитных связей

Выясним, как изменится исходная система дифференциальных уравнений (6) при введении в схему активных управляемых элементов (ламп, транзисторов и др.). Эквивалентная схема активного управляемого элемента может быть представлена в виде ряда пассивных элементов и зависимого генератора тока. При введении в схему генератора тока, мгновенное значение которого пропорционально напряжению между какими-либо двумя точками схемы, в системе (6) изменяется лишь матрица проводимостей /4/. При этом исходная матрица путем сложения дополняется членами, равными коэффициенту пропорциональности S (крутизне) с соответствующим знаком (см. рис.4).

Посмотрим, как изменится матрица обратных индуктивностей (d_{ij}) в системе (6) при наличии в схеме магнитных связей. При этом мы не будем рассматривать практически неосуществимый случай, когда коэффициент связи между индуктивностями равен единице. При таком ограничении всегда существует схема с тем же числом узлов без магнитных связей, эквивалентная исходной схеме. В силу закона суперпозиции процесс соответствующих эквивалентных преобразований может проводиться последовательно для каждой пары индуктивностей, имеющих между собой магнитную связь. Практически удобнее делать это преобразование в виде дополнений исходной схемы индуктивностями (см. рис.5). Матрица, изображенная на рис.5, аналогична по смыслу матрице схемы с магнитными связями, приведенной в работе /4/.

4. Интегрирование в особых точках

Численное интегрирование системы вида

$$\ddot{u}_i = \sum_{j=1}^{n} a_{ij}\dot{u}_j + \sum_{j=1}^{n} b_{ij}u_j + \sum_{j=1}^{n} d_{ij}\dot{I}_j + \sum_{j=1}^{n} \beta_{ij}\ddot{I}_j + \sum_{j=1}^{n} \gamma_{ij}\dddot{I}_j \ , \quad i=1,2\ldots n \qquad (I)$$

невозможно, если функция $I_j(t)$ или ее первая или вторая производные претерпевают скачкообразные изменения. Между тем, часто такие разрывы фактически не приводят к бесконечным решениям $u_i(t)$. В таких случаях интегрирование системы (I) в моменты времени, соответствующие разрывам функций $I_j(t), \dot{I}_j(t)$ или $\ddot{I}_j(t)$, нужно проводить по формулам, вывод которых приводится ниже.

Пусть все входные функции $I_j(t)$, $(j=1,2,3,\ldots,n)$ и их первые и вторые производные $\dot{I}_j(t)$ и $\ddot{I}_j(t)$ претерпевают конечные разрывы в момент времени $t=\eta$. Тогда

$$\lim_{\tau\to 0}\int_{\eta-\tau}^{\eta+\tau} I_j(t)\,dt = 0 \ , \quad j=1,2,3,\ldots,n \ ; \qquad (2)$$

$$\lim_{\tau\to 0}\int_{\eta-\tau}^{\eta+\tau} u_j(t)\,dt = 0 \ , \quad j=1,2,3,\ldots,n \qquad (3)$$

(предполагается, что система (I) имеет конечные решения).

Введем обозначения:

$$\lim_{t\to\eta+} f_j(t) = f^+(\eta) \ ; \qquad \text{(предел справа)}$$

$$\lim_{t\to\eta-} f_j(t) = f^-(\eta) \ . \qquad \text{(предел слева)}$$

Проинтегрируем один раз левые и правые части системы уравнений (I) в окрестности точки η $(\eta-\tau, \eta+\tau)$ и совершим предельный переход, устремляя τ к нулю. Тогда, с учетом (2), (3), получаем

$$\dot{U}_i^+(\eta)-\dot{U}_i^-(\eta)=\sum_{j=1}^{n} a_{ij}[U_j^+(\eta)-U_j^-(\eta)]+\sum_{j=1}^{n}\alpha_{ij}[I_j^+(\eta)-I_j^-(\eta)]+$$
$$+\sum_{j=1}^{n}\beta_{ij}[\dot{I}_j^+(\eta)-\dot{I}_j^-(\eta)]+\sum_{j=1}^{n}\gamma_{ij}[\ddot{I}_j^+(\eta)-\ddot{I}_j^-(\eta)]\,,\; i=1,2\ldots n. \qquad (4)$$

Аналогично двойное интегрирование левых и правых частей системы (I) с предельным перходом дает, с учетом (2), (3), следущую систему равенств:

$$U_i^+(\eta)-U_i^-(\eta)=\sum_{j=1}^{n}\beta_{ij}[I_j^+(\eta)-I_j^-(\eta)]+\sum_{j=1}^{n}\gamma_{ij}[\dot{I}_j^+(\eta)-\dot{I}_j^-(\eta)],\; i=1,2\ldots n. \qquad (5)$$

Таким образом, выражения (4) и (5) являются искомыми формулами перехода через точку разрыва, после чего интегрирование системы (I) может продолжаться обычными численными методами.

Заметим, что если входная функция $I_j(t)$ имеет форму единичной ступеньки, то это соответствует случаю с разрывом в точке $t=0$.

5. Заключение

Предложенный метод анализа структуры и эквивалентных преобразований исходной системы дифференциальных уравнений позволяет легко формализовать и полностью автоматизировать вычисление переходных процессов.

На основе этого метода авторами были разработаны алгоритм и универсальная рабочая программа для расчета переходных процессов в электронных схемах на ЦВМ типа БЭСМ-4, М-220, М-20 /3/. Программа предназначена для произвольных линейных схем с сосредоточенными параметрами, состоящих из элементов R, C, L и управляемых генераторов тока (линеаризованных эквивалентов ламп и транзисторов). При этом индуктивности могут иметь между собой магнитные связи, а генераторы тока могут включаться по схеме с физически осуществимыми обратными связями. В настоящее время программа АРПП-I используется для проектирования электронной аппаратуры. Некоторые результаты испытаний и практического использования этой программы приведены в работе /3/.

Строго говоря, изложенный выше метод анализа и эквивалентных преобразований относится только к схемам с положительными параметрами элементов C, R, L. В общем случае (положительные и отрицательные параметры) фактическая структура схемы может отличаться от формальной, например, при наличии в схеме параллельного соединения двух равных по величине отрицательной и положительной емкостей.

Сходная ситуация может возникнуть при наличии в схеме зависимых генераторов тока. Для исследования подобных схем необходимо обобщение изложенного метода анализа и эквивалентных преобразований, что неизбежно приведет к усложнению последних. Между тем, случайные совпадения параметров элементов, приводящие к необратимости матрицы коэффициентов при вторых производных преобразованной системы, должны встречаться очень редко, поэтому, практически, изложенная методика и программа применимы к произвольным схемам.

Л И Т Е Р А Т У Р А

I. Библиотека стандартных программ под общей редакцией М.Н.Шура-Бура, Москва, 1961 г.

2. Б.П.Демидович, И.А.Марон, Э.З.Шувалова, Численные методы анализа, "Наука", Москва, 1967 г.

3. Ю.М.Грашин, В.И.Дворецкий, А.И.Родионов, О.А.Тюриков, Программа АРПП-I для полностью автоматического расчета переходных процессов в линейных электронных схемах на ЭВМ, Препринт ОИЯИ II-4588, 1969 г.

4. В.П.Сигорский, Матрицы и графы в электронике, "Энергия", Москва, 1968 г.

Рукопись поступила в издательский отдел
15 июня 1970 года

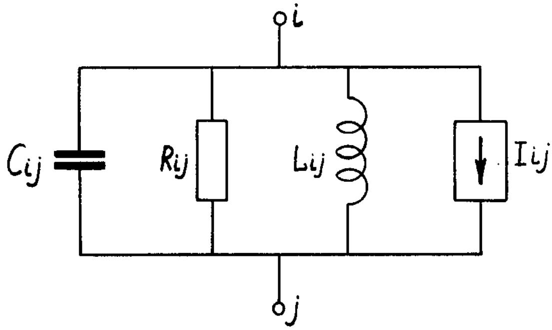


Рис. I. Обобщенный элемент электронной схемы. I_{ij} – генератор тока.

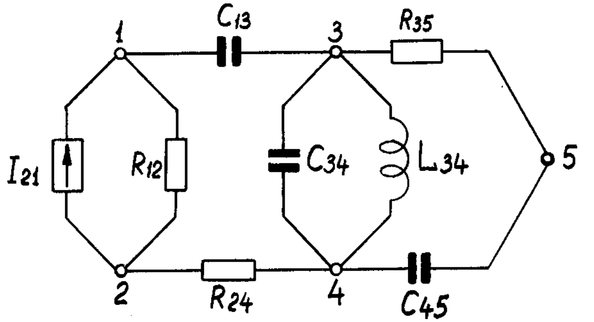


Рис. 2. Схема состоит из двух "островов". Один "остров" образуют точки I,3,4,5. Второй "остров" состоит из одной точки.

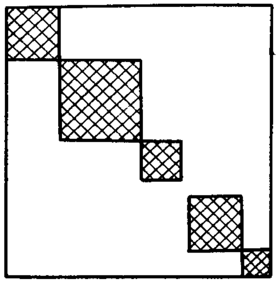
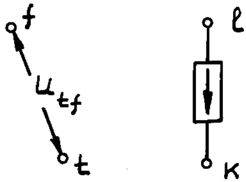


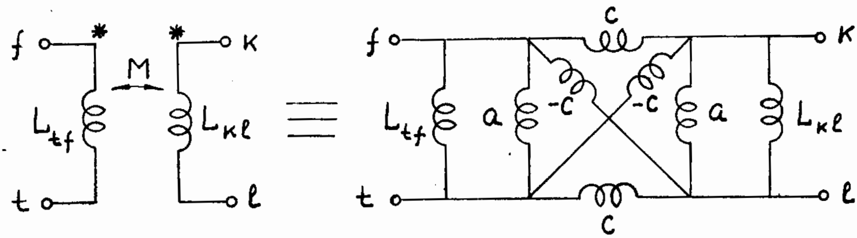
Рис. 3. Вид матрицы емкостей (C_{ij}) для схемы, состоящей из нескольких "островов". Каждый заштрихованный квадрат соответствует "острову" из нескольких точек. Пустая строчка (и столбец) соответствует "острову" из одной точки.



$$I_{lk} = S u_{tf} = S(u_t - u_f).$$

	1	…	t	…	f	…	n
1	g_{11}	…	g_{1t}	…	g_{1f}	…	g_{1n}
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
t	g_{k1}	…	g_{kt} $+S$	…	g_{kf} $-S$	…	g_{kn}
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
l	g_{l1}	…	g_{lt} $-S$	…	g_{lf} $+S$	…	g_{ln}
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
n	g_{n1}	…	g_{nt}	…	g_{nf}	…	g_{nn}

Рис. 4. Дополнения в матрице проводимостей при введении в схему зависимого генератора тока I_{lk}, мгновенное значение которого пропорционально напряжению между двумя точками (f и t) в той же схеме.



$$M = \alpha\sqrt{L_{ft}\cdot L_{kl}}\ ,\ 0 \le \alpha < 1,\ a = \frac{1-\alpha^2}{\alpha^2}L_{ft},\ b = \frac{1-\alpha^2}{\alpha^2}L_{kl},\ c = \frac{1-\alpha^2}{\alpha^2}M.$$

$$d_{ij} = \frac{1}{L_{ij}}\ ,\quad p = \frac{1}{a}\ ,\quad q = \frac{1}{b}\ ,\quad r = \frac{1}{c}\ .$$

	1	…	f	…	t	…	k	…	l	…	n
1	d_{11}	…	d_{1f}	…	d_{1t}	…	d_{1k}	…	d_{1l}	…	d_{1n}
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
f	d_{f1}	…	$d_{ff}-p$	…	$d_{ft}+p$	…	$d_{fk}+r$	…	$d_{fl}-r$	…	d_{fn}
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
t	d_{t1}	…	$d_{tf}+p$	…	$d_{tt}-p$	…	$d_{tk}-r$	…	$d_{tl}+r$	…	d_{tn}
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
k	d_{k1}	…	$d_{kf}+r$	…	$d_{kt}-r$	…	$d_{kk}-q$	…	$d_{kl}+q$	…	d_{kn}
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
l	d_{l1}	…	$d_{lf}-r$	…	$d_{lt}+r$	…	$d_{lk}+q$	…	$d_{ll}-q$	…	d_{ln}
⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮	⋮
n	d_{n1}	…	d_{nf}	…	d_{nt}	…	d_{nk}	…	d_{nl}	…	d_{nn}

Рис. 5. Дополнения в матрице обратных индуктивностей при введении в схему магнитной связи между двумя индуктивностями L_{ft} и L_{kl}. $\alpha = M/\sqrt{L_{ft}\cdot L_{kl}}$ – коэффициент связи.