

Г-376

9/XII-68

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна.



P10 - 4769

Л.Н. Гердюков, Б.А. Манюков, П.В. Шляпников

ЛАБОРАТОРИЯ ЯДЕРНЫХ ПРОБЛЕМ

ПРОГРАММА ВЫЧИСЛЕНИЯ КИНЕМАТИЧЕСКИХ
ПАРАМЕТРОВ ЭЛЕКТРОННЫХ ТРЕКОВ
В ПУЗЫРЬКОВЫХ КАМЕРАХ И РЕЗУЛЬТАТЫ ЕЕ
СТАТИСТИЧЕСКОГО ИСПЫТАНИЯ

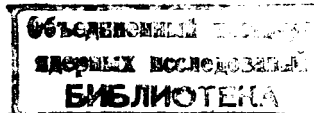
1969

P10 - 4769

Л.Н. Гердюков, Б.А. Манюков, П.В. Шляпников

**ПРОГРАММА ВЫЧИСЛЕНИЯ КИНЕМАТИЧЕСКИХ
ПАРАМЕТРОВ ЭЛЕКТРОННЫХ ТРЕКОВ
В ПУЗЫРЬКОВЫХ КАМЕРАХ И РЕЗУЛЬТАТЫ ЕЕ
СТАТИСТИЧЕСКОГО ИСПЫТАНИЯ**

Направлено в ПТЭ



В настоящей работе описывается содержание программы "Электрон", предназначенной для обработки электронных треков в пузырьковых камерах с тяжелыми жидкостями. Программа написана на алгоритмическом языке Фортран для ЭВМ СДС 1604А и БЭСМ6. В программе реализован метод вычисления кинематических параметров электронных треков, предложенный в работе /1/. Проверка этого метода осуществлена путем обчета по программе "Электрон" фиктивных треков, сгенерированных методом Монте-Карло. Статистическая проверка проведена для двух сред - пропана и легкого фреона при энергиях электронов 250 и 750 Мэв/с.

§1. Описание программы

Вычисление кинематических параметров трека в программе основано на применении метода наименьших квадратов, в котором по этим параметрам минимизируется функционал:

$$\chi^2 = \Delta y^T G \Delta y . \quad (1)$$

где $\Delta y = y^m - \langle y \rangle$, y^m - вектор измеренных y -ых координат N точек трека, $\langle y \rangle$ - вектор соответствующих математических ожиданий (аппроксимирующая функция), а G - матрица весов, обратная ковариационной матрице G^{-1} случайного вектора y . Аппроксимирующая функция $\langle y \rangle$ определена в плоскости, перпендикулярной направлению магнитного поля, в системе координат xu , где ось x совпадает с направлением движения частицы в первой точке (рис. 1):

$$\langle y(L_j) \rangle = \rho L_j^2 / 2 - \rho^3 L_j^4 / 4! + \rho^5 L_j^6 / 6! + k \rho^2 L_j^3 / 6 + \rho \sum_{i=1}^6 A_i(L_j) \beta^i. \quad (2)$$

Здесь первые три члена описывают смещение, обязанное отклонению в однородном магнитном поле, а два последних - смещения, вызванные ионизационными и тормозными потерями энергии, соответственно. Значения коэффициентов $A_i(L)$ приведены в Приложении.

Измеренные координаты точек трека известны в системе координат $X_k Y_k$, связанной с камерой (рис. 1), или в системе координат XU (в которой ось X проходит через первую и третью точки трека), повернутой относительно системы $X_k Y_k$ на известный угол ϕ_0 . Поэтому

$$\Delta y(L) = Y(L) \cos \phi - X(L) \sin \phi - \langle y \rangle. \quad x/$$

Минимизация функционала (1) по вектору искомых параметров $a(\rho, \phi, \beta)$: кривизне ρ , азимутальному углу ϕ и переменному порогу обрезания β спектра тормозных потерь приводит к системе уравнений относительно искомых параметров, решение которых:

$x/$ В дальнейшем для простоты под азимутальным углом понимается угол ϕ , отличающийся от истинного азимутального угла $\phi + \phi_0$ на известный угол ϕ_0 .

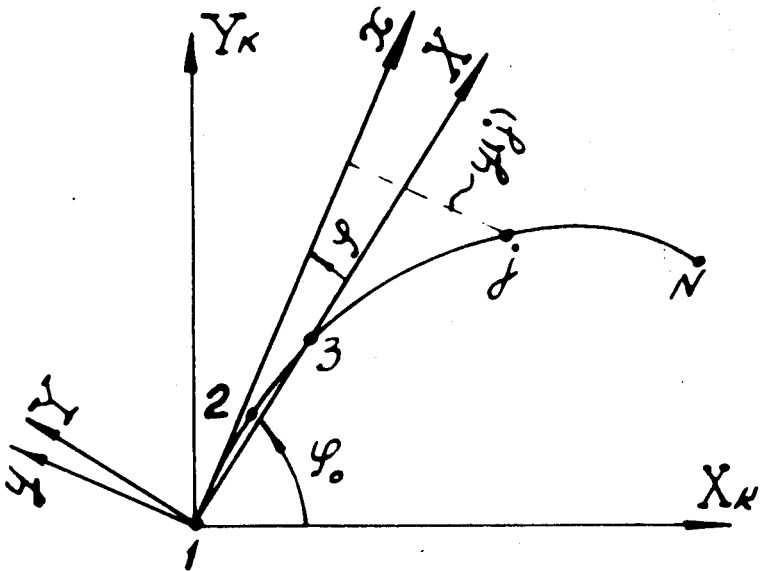


Рис.1. Используемые в программе системы координат.

$$\Delta a = (B^T G B)^{-1} B^T G \Delta y, \quad (3)$$

где Δa - вектор поправок к найденному в предыдущей (I-ой) итерации вектору $a(I)$, так что $a(I+1) = a(I) + \Delta a(I+1)$, а $B = -\partial \Delta y / \partial a$ - матрица производных.

После того как три параметра (NP=3) ρ , ϕ и β найдены, параметр β в уравнении аппроксимирующей функции (2) фиксируется, после чего минимизация функционала (1) производится по двум параметрам (NP=2) ρ и ϕ .

Принципиальная блок-схема программы "Электрон" представлена на рис. 2.

Исходными данными для программы являются такие характеристики камеры как магнитное поле, плотность и радиационная длина рабочей жидкости и т.п., запасенные подпрограммой DATINP. Ввод пространственных координат X_k, Y_k, Z_k N-точек трека осуществляется подпрограммой INTRACK.

Блок ZERO состоит из следующих последовательно вызываемых подпрограмм:

1. SYSTEM осуществляет пересчет координат точек трека из системы координат $X_k Y_k Z_k$ в систему XYZ ($z(1)=0$) (см. рис. 1).

2. ZERCUR находит в нулевом приближении кривизну трека, для чего через его точки методом наименьших квадратов проводится окружность.

3. MAXANG вычисляет угол θ между касательными к первой и последней точкам трека. Если угол закручивания θ больше максимально допустимого угла θ_{\max} (не превышающего 60°), то производится последовательное отбрасывание последних точек до тех пор, пока условие $\theta < \theta_{\max}$ не будет выполнено.

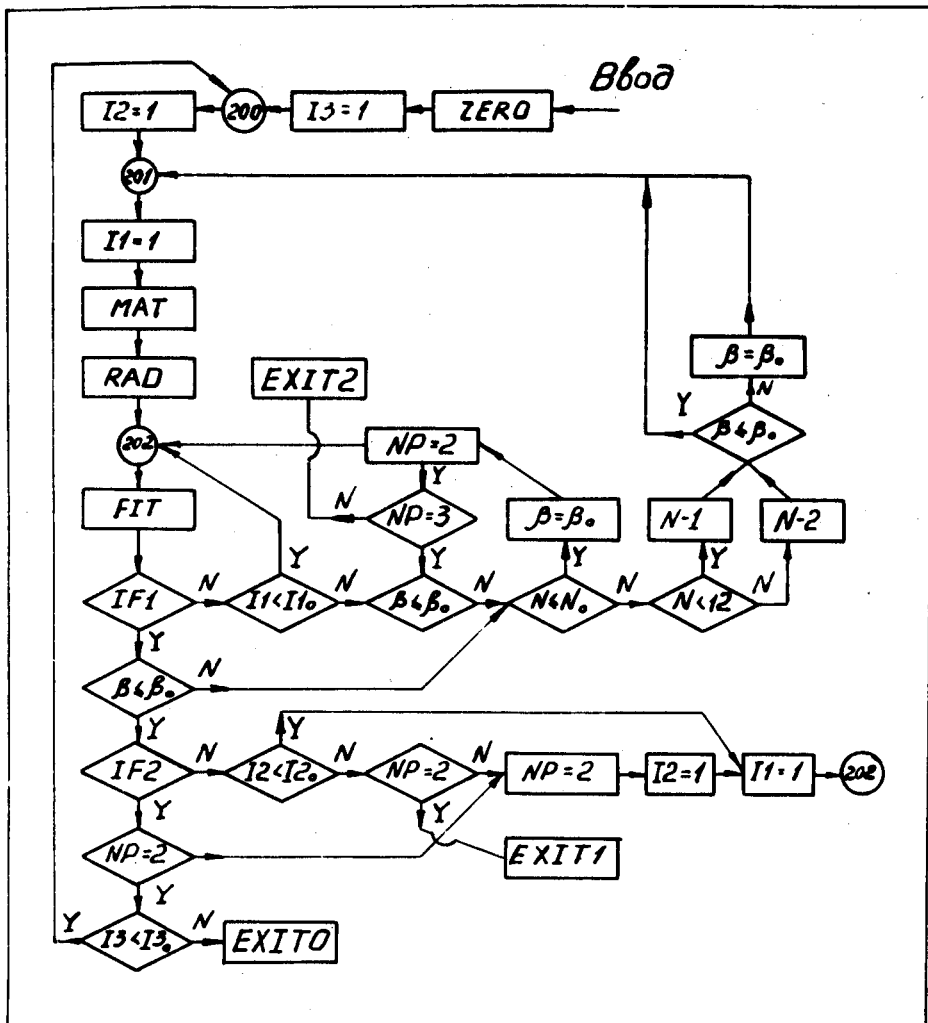


Рис.2. Принципиальная блок-схема программы.

4. ZERDIP находит в нулевом приближении тангенс угла наклона трека к плоскости XY: $\operatorname{tg} \alpha = (L^T z) / (L^T L)$.

I_1, I_2, I_3 - текущие значения чисел итераций в итерационном процессе минимизации функционала; I_{10}, I_{20}, I_{30} - соответствующие им максимально допустимые числа итераций.

Блок MAT состоит из следующих подпрограмм:

1. WIGHMX вычисляет матрицу весов G в функционале (1) без учета потерь энергии.

2. DIP находит $\operatorname{tg} \alpha$ при минимизации функционала с матрицей весов: $\operatorname{tg} \alpha = (L^T GZ) / (L^T GL)$.

3. BORMAN вычисляет матрицу весов G с учетом потерь энергии.

Блок RAD состоит из двух подпрограмм AIJA и AIJDPR, в которых вычисляются коэффициенты $A_1(L_j)$ с обычной точностью, если $\beta < 2$ (AIJA), или с двойной точностью, если $\beta \geq 2$ (AIJDPR).

Блок FIT состоит из подпрограмм DERIVT и FIT. В первой из них находится матрица производных $B = -\partial \Delta u / \partial a$, во второй - поправка Δa (3) к вектору a . Поскольку сначала число отыскиваемых параметров $NP=3$, то вектор a (как и его поправка Δa) имеет три компоненты (ρ , ϕ , β), а размерность матрицы B равна $(N \times 3)$. После того как найденное значение β зафиксировано, $NP=2$, вектор a имеет две компоненты (ρ и ϕ), а размерность матрицы B равна $(N \times 2)$.

Основные элементы логики контроля за сходимостью итерационного процесса показаны на блок-схеме программы. Контроль проводится по величине вектора поправок Δa . Для этого после каждой итерации проверяется выполнение условий:

$$(|\Delta \rho / \rho| + |\Delta \phi| \leq 0,01 \quad \Delta \beta < 0,1) \text{ - грубая сходимость (IF1),}$$

$$(|\Delta \rho / \rho| + |\Delta \phi| \leq 0,005 \quad \text{и} \quad \Delta \beta < 0,05) \text{ - точная сходимость (IF2).}$$

Если условие (IF1) при максимальном числе итераций $I1=I1_0$ не выполняется, то в зависимости от величины порога обрезания спектра тормозных потерь либо происходит выход из итерационного процесса (EXIT2), либо производится отбрасывание одной или двух последних точек трека, после чего итерационный процесс начинается заново. Максимально допустимое значение β_0 порога обрезания и минимальное число точек трека N_0 задаются в DATINP.

Если условие (IF2) при максимальном числе итераций $I2=I2_0$ не выполняется, то происходит выход из итерационного процесса (EXIT1). При выполнении этого условия и числе параметров $NP=2$ делается еще одна итерация (I3) для окончательного уточнения всех кинематических параметров (ρ, ϕ, a) и осуществляется выход из итерационного процесса (EXIT0).

При любом выходе полностью вычисляются все необходимые кинематические параметры трека и их матрица ошибок. Трек маркируется как хороший в случае EXIT0 и как плохой - при EXIT1 и EXIT2.

§2. Статистическое испытание метода

Проверка использованного в программе метода вычисления кинематических параметров электронных треков /1/ осуществлена путем обсе-та по программе "Электрон" фиктивных треков, сгенерированных по методу Монте-Карло с помощью специально написанной программы.

Розыгрыш фиктивных треков осуществлялся при фиксированных направляющих косинусах в первой точке трека ($\phi=0, \alpha=0$) и однородном магнитном поле $H = 1,67$ тл. Электронные треки генерировались при двух начальных импульсах 250 Мэв/с ($\rho_0 = 2 \cdot 10^{-3}$ мм⁻¹) и 750 Мэв/с ($\rho_0 = 0,667 \cdot 10^{-3}$ мм⁻¹). В качестве рабочей среды взята

пропан (C_3H_8) и легкий фреон (C_2F_5Cl) . Для каждого из начальных импульсов в обеих средах было разыграно по 500 треков.

Ошибки измерения выбраны равными 0,1 мм в плоскости XY и 0,4 мм в вертикальной плоскости. Максимально допустимые значения порога обрезания β_0 спектра тормозных потерь и угла закручивания трека θ_{\max} составляли 1 и 57° , соответственно. Опыт обработки снимков с метровой пропановой пузырьковой камеры ^{/2/} показывает, что при просмотре можно достаточно надежно определить точку трека, в которой его импульс в два раза меньше начального. Поэтому генерация фиктивного трека прекращалась в той точке, начиная с которой $\theta > \theta_{\max}$ и (или) $P < P_0/2$. Максимальное число точек трека составляло 20 при расстояниях между точками трека: 14 мм (250 Мэв/с) и 40 мм (750 Мэв/с) - для пропана; 10 мм (250 Мэв/с) и 30 мм (750 Мэв/с) - для фреона ^{x/}. Минимальное число точек трека $N_0=8$, что, грубо говоря, соответствует углу закручивания $\theta = 22^\circ$. Наконец, максимально допустимые числа итераций были выбраны равными: $I1_0=7$, $I2_0=4$, $I3_0=2$.

При вышперечисленных условиях из 2000 сгенерированных и затем обчисленных по программе "Электрон" треков 15 треков (0,75%) вышли из итерационного процесса по каналу EXIT2 : один трек из выборки П250, 11 треков из выборки Ф250 и 3 трека из выборки П750. Все эти треки были сильно искажены многократным рассеянием на начальном участке траектории. Однако увеличением максимального числа итераций $I1_0$ до 12 удалось и эти треки перевести в разряд сходящихся. Треков, вышедших из итерационного процесса по каналу EXIT1 , на данной статистике не обнаружено.

^{x/} В дальнейшем для удобства ссылок мы будем использовать обозначения: П250, П750, Ф250, Ф750 - где буквы означают рабочую жидкость в камере (пропан, фреон), а цифры - начальные импульсы электронов.

Таким образом, в результате проведенного об­счета по программе "Электрон" фиктивных треков, сгенерированных методом Монте-Карло, мы получили распределения по кинематическим параметрам (кривизне ρ , азимутальному углу ϕ и углу наклона a трека к плоскости XY), которые приведены на рис. 3-6 для выборок П250, П750, Ф250, Ф750, соответственно. Для сравнения на рисунках пунктиром показаны распределения по кривизне в нулевом приближении, когда трек подгонялся под окружность.

Как видно из приводимой ниже таблицы, средние значения распределений в пределах статистических ошибок согласуются с ожидаемыми значениями: $\rho_0 = 2,0 \cdot 10^{-3} \text{ мм}^{-1}$ для $P_0 = 250 \text{ Мэв/с}$, $\rho_0 = 0,6667 \cdot 10^{-3} \text{ мм}^{-1}$ для $P_0 = 750 \text{ Мэв/с}$ и $a_0 = \phi_0 = 0$.

Выборка	$\bar{\rho} \times 10^{-3} (\text{мм}^{-1})$	$\bar{\phi}$ (град)	\bar{a} (град)
П250	1,98 \pm 0,01	-0,0006 \pm 0,0168	-0,025 \pm 0,021
П750	0,6764 \pm 0,0044	0,0106 \pm 0,0093	0,018 \pm 0,010
Ф250	1,980 \pm 0,024	-0,0066 \pm 0,0273	-0,043 \pm 0,035
Ф750	0,6636 \pm 0,0069	0,017 \pm 0,014	0,012 \pm 0,018

Сравнение экспериментальных распределений по азимутальному углу ϕ и углу наклона трека a с соответствующими гауссовыми распределениями (см. рис. 3-6) показывает, что параметры ϕ и a распределены нормально. Распределение по ρ отличается от нормального, что вызвано следующими двумя очевидными причинами. Во-первых, имеется некоторое число треков с сильным тормозным излучением на самом начальном участке траектории. Для таких треков значение кривизны в первой точке, естественно, оказывается завышенным, что и приводит к избытку событий с большими значениями ρ . Во-вторых, смещения

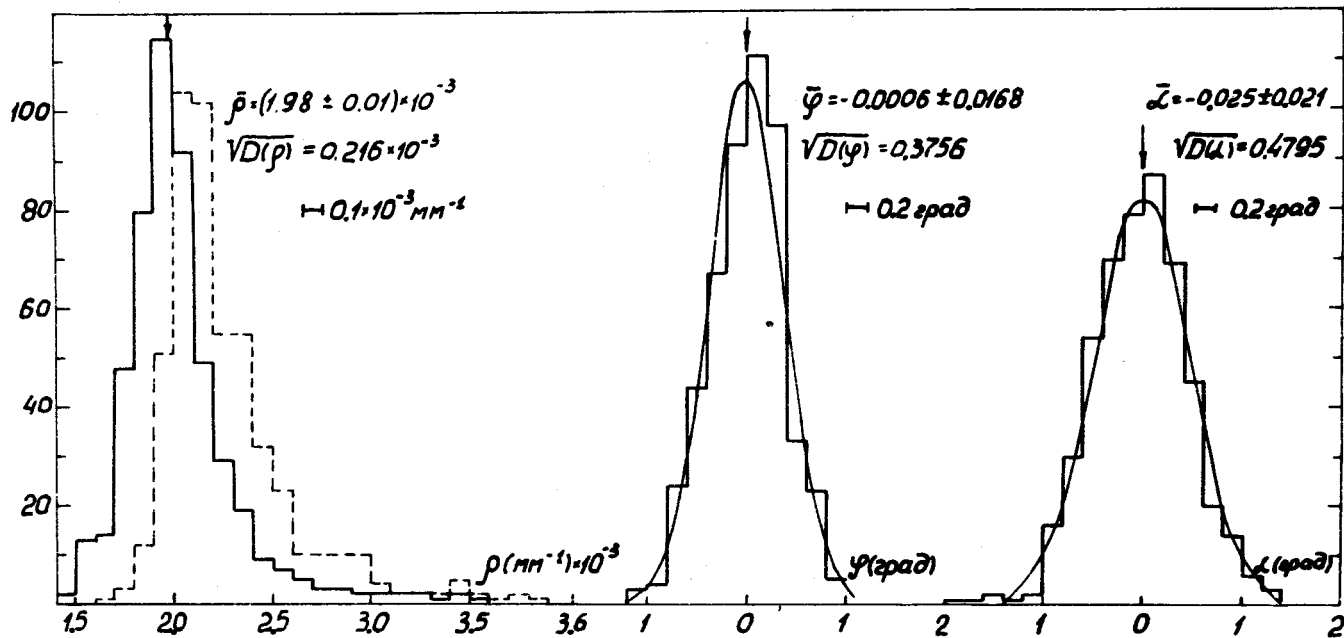


Рис.3. Распределения по параметрам ρ , φ , α для выборки П250.

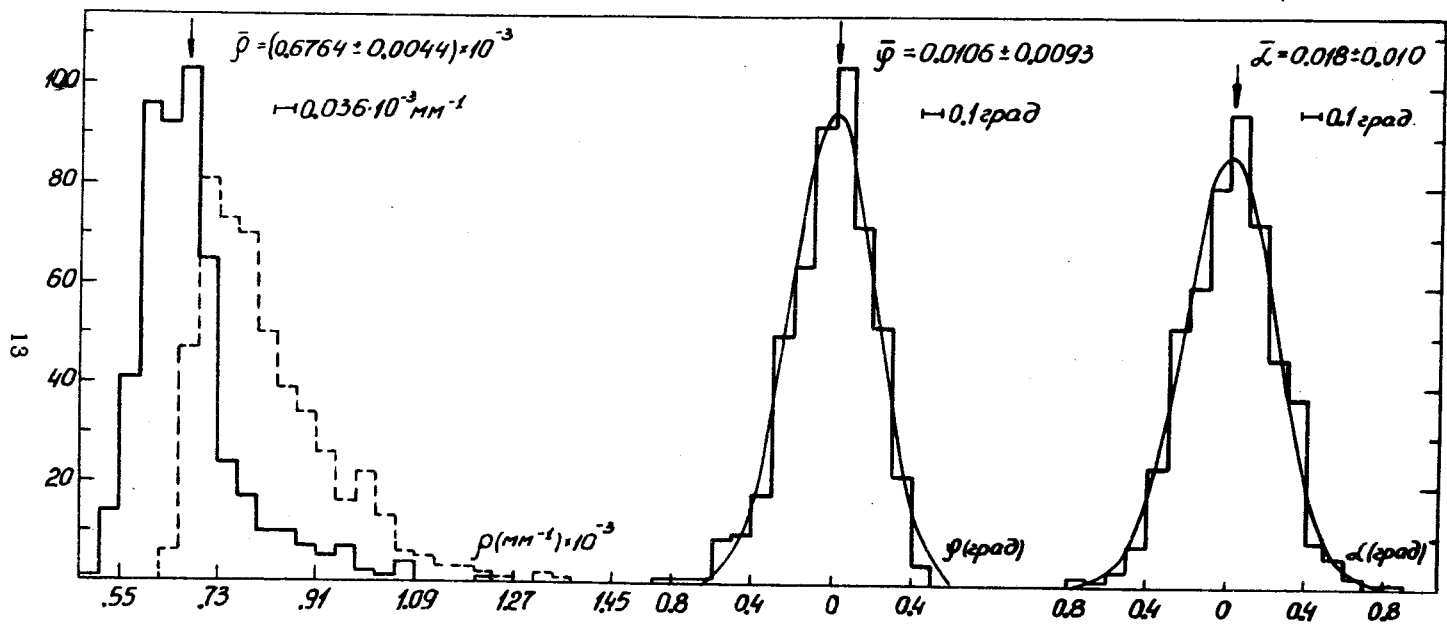


Рис.4. Распределения по параметрам ρ , ϕ , α для выборки П750.

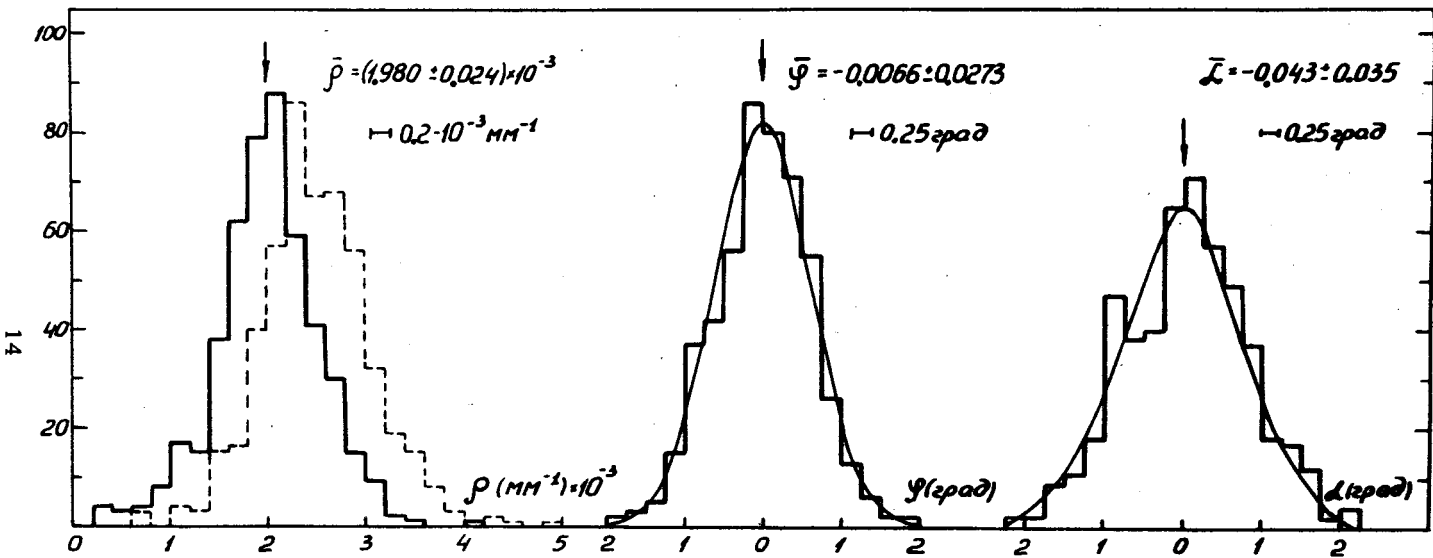


Рис.5. Распределения по параметрам ρ , ϕ , α для выборки Ф250.

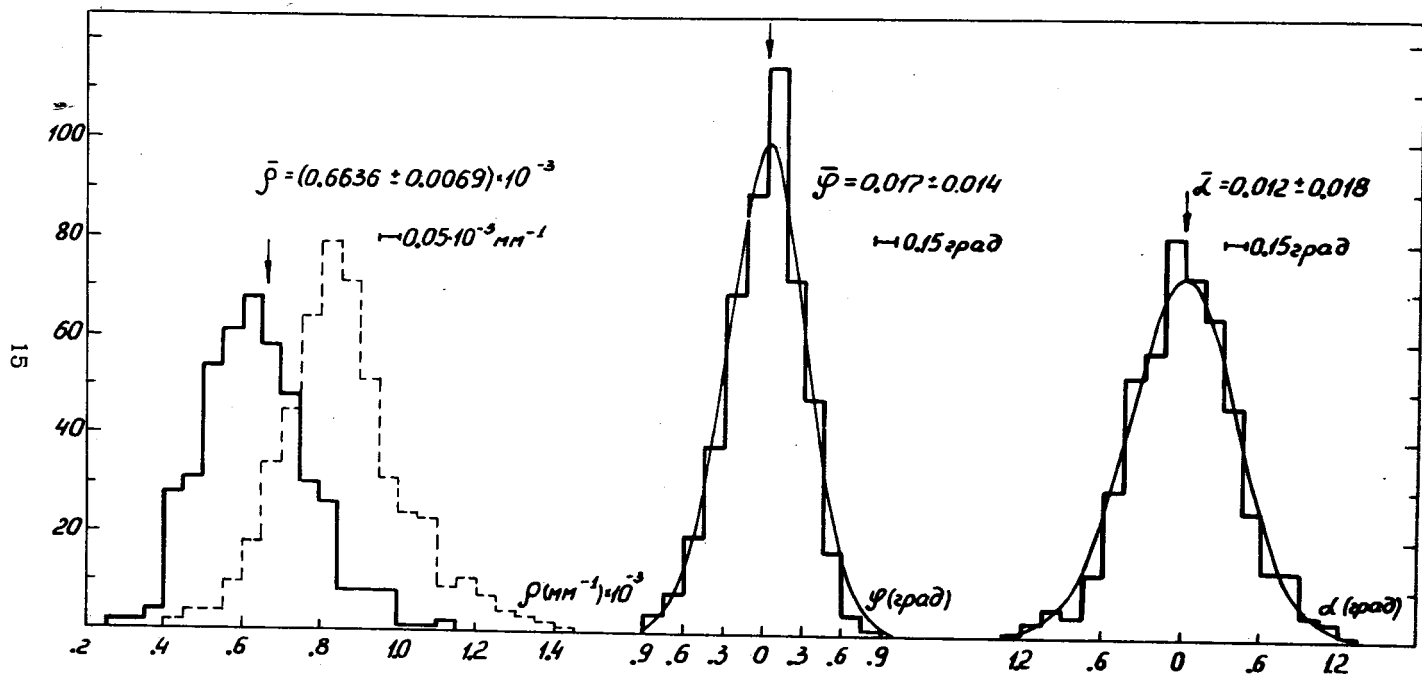


Рис.6. Распределения по параметрам ρ , ϕ , α для выборки Ф750.

$\Delta y_{\text{rad}}(L_j) = \rho \sum_i A_i(L_j) \beta^i$, связанные с тормозными потерями энергии, распределены не по гауссовому закону. Поэтому использование метода наименьших квадратов, строго говоря, не совсем законно и может приводить к небольшому смещению распределения по ρ влево от истинного значения $\rho = \rho_0$. Понятно, что эти оба эффекта проявляются тем слабее, чем меньше количество излученной энергии. Справедливость сделанных замечаний иллюстрирует рис. 7б, где показано распределение по ρ для выборки П250, из которой отобраны только треки максимальной длины (с числом точек $N=20$). Поскольку количество излученной энергии на начальной части траектории частицы для таких треков минимально, то, как видно из рисунка, распределение по ρ лишь незначительно отличается от нормального распределения.

На рис. 8 показаны распределения ошибок параметров $\Delta\rho$, $\Delta\phi$ и Δa для выборки П250. Ошибки параметров $\Delta\phi$ и Δa распределены нормально. Избыток событий с большими значениями $\Delta\phi$ и Δa (рис. 8б) и в) связан не с отклонением от нормального распределения, а с тем, что в выборке присутствуют треки разной длины (число точек трека составляет от 8 до 20). Ошибки параметров в среднем больше для коротких треков, что и приводит к появлению излишка событий с большими $\Delta\phi$ и Δa в результирующих распределениях. Для иллюстрации на рис. 8 заштрихованы распределения ошибок $\Delta\phi$, Δa для треков с одинаковым числом точек $N=20$. Как видно из рисунка, для таких треков ошибки параметров $\Delta\phi$ и Δa распределены нормально. Наконец, средние значения распределений ошибок $\overline{\Delta\phi} = (0,3448 \pm 0,0016)$ град и $\overline{\Delta a} = (0,4719 \pm 0,0023)$ град хорошо согласуются со среднеквадратичными отклонениями $\sqrt{D(\phi)} = 0,3756$ град и $\sqrt{D(a)} = 0,4795$ град соответствующих распределений по ϕ и a .

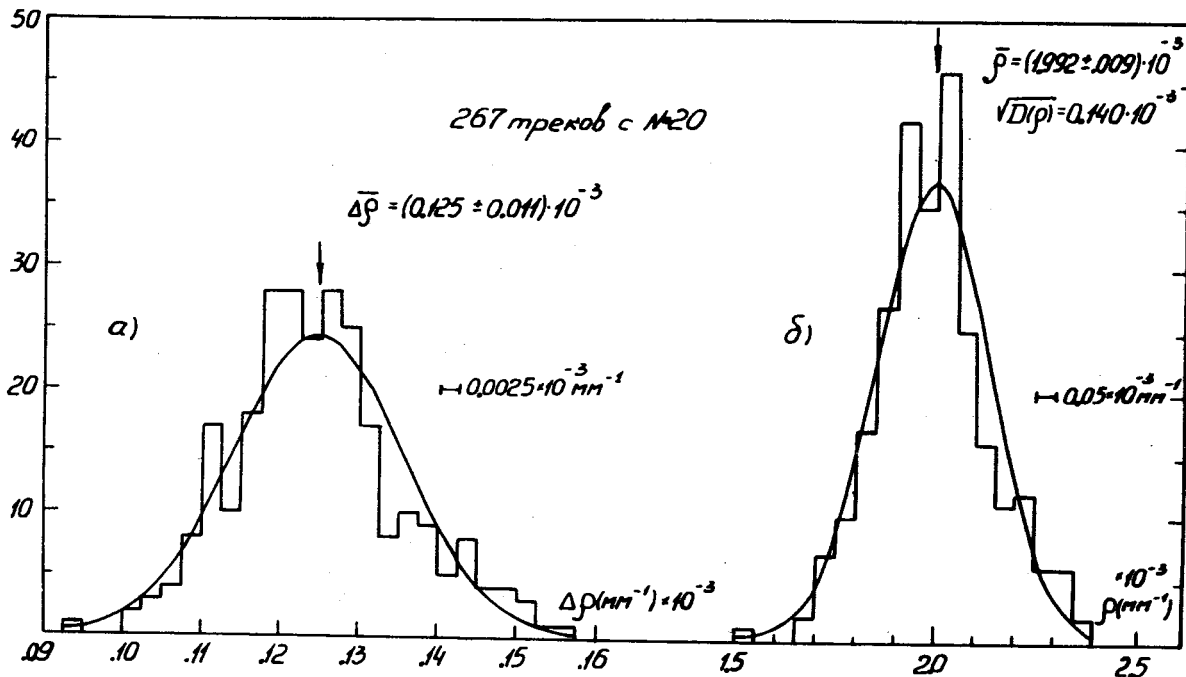


Рис.7. Распределения: а) по ошибкам кривизны $\Delta\rho$, б) по кривизне ρ для треков с одинаковым числом точек $N=20$ из выборки П250.

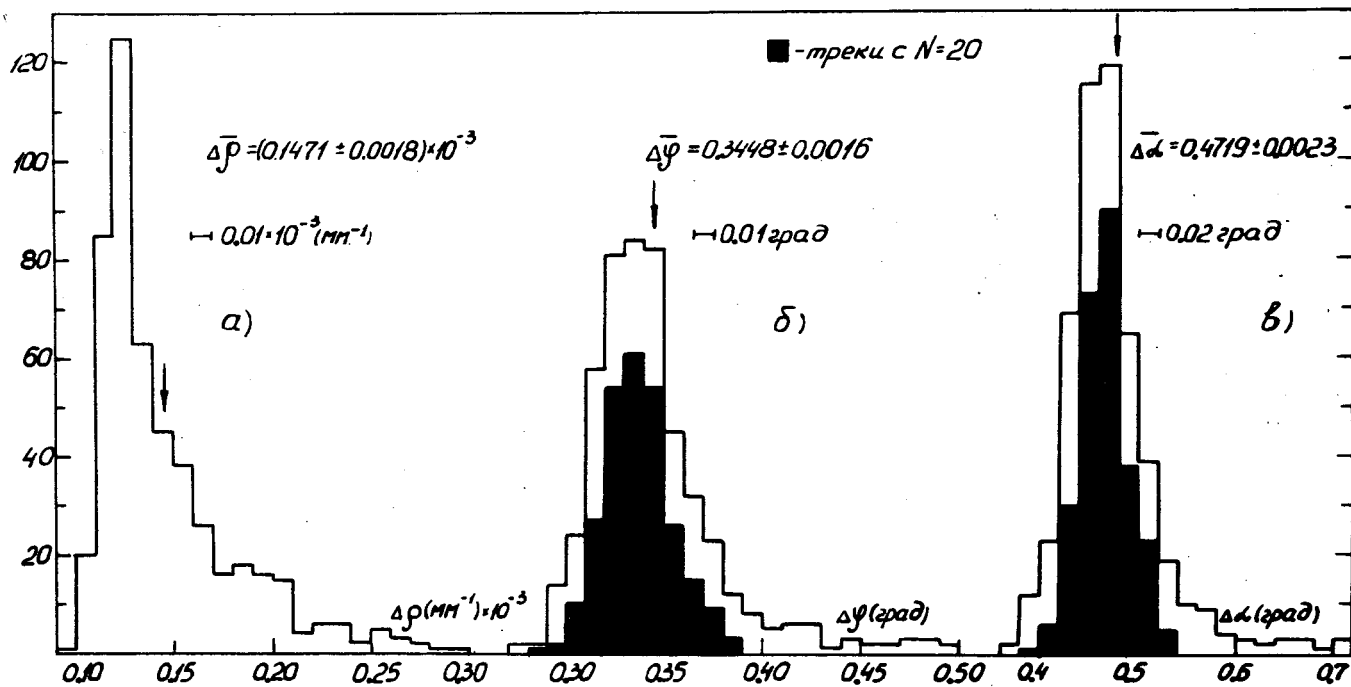


Рис.8. Распределения по ошибкам параметров $\Delta \rho$, $\Delta \varphi$, $\Delta \lambda$ для вы-
борки П250.

Суммарное распределение ошибок $\Delta\rho$ (рис. 8а) отличается от нормального как в результате того, что в выборке имеются треки разной длины, так и вследствие тех же самых причин, что вызывают искажение ρ -распределения. Однако для треков одинаковой длины распределение ошибок $\Delta\rho$ лишь очень незначительно отличается от гауссовского распределения. Это иллюстрирует рис. 7а, где представлено $\Delta\rho$ -распределение для треков с $N=20$ из выборки П250, которое сравнивается с гауссовским распределением. Сравнение распределений по ρ и $\Delta\rho$ для треков одинаковой длины (рис. 7) показывает, что среднее значение распределения ошибок $\overline{\Delta\rho} = (0,125+0,011)\cdot 10^{-3} \text{ мм}^{-1}$ хорошо согласуется со среднеквадратичным отклонением $\sqrt{D(\rho)} = 0,140\cdot 10^{-3} \text{ мм}^{-1}$ ρ -распределения.

Отношение полуширины ρ -распределения к его высоте составляет 7,5%; 10,8%; 20%; 18,75% для выборок П250, П750, Ф250, Ф750, соответственно.

Таким образом, статистическое испытание программы показало, что использованный в ней метод обеспечивает получение несмещенных оценок кинематических параметров электронных треков с правильно определенными ошибками. Точность вычисления кинематических параметров в нашем методе оказывается выше, чем в методах, основанных на введении фиксированного порога обрезания спектра тормозных потерь /3,4/ или методе, где использована аппроксимация трека кривой с переменным радиусом кривизны /5/.

Авторы благодарны проф. В.П. Джелепову за поддержку работы и постоянное внимание.

П р и л о ж е н и е

Формулы для коэффициентов $A_1(L)$

Введено обозначение $a = bL$, где $b = 1/(X_0 \ell n 2)$ и X_0 - радиационная длина среды.

$$A_1(a) = a \left(1 + \frac{a}{2}\right) - (1+a) \ell n(1+a)$$

$$A_2(a) = 2a \left(1 + \frac{a}{8}\right) - (1+2(1+a)) \ell n(1+a) + 2 \left(1 + \frac{a}{2}\right) \ell n \left(1 + \frac{a}{2}\right)$$

$$A_3(a) = \frac{a}{2(1+a)} + \frac{a^2}{12} + 3a - (3+4(1+a)) \ell n(1+a) + 8 \left(1 + \frac{a}{2}\right) \ell n \left(1 + \frac{a}{2}\right) - 1,5 \left(1 + \frac{a}{3}\right) \times \\ \times \ell n \left(1 + \frac{a}{3}\right).$$

$$A_4(a) = \frac{11}{6} + \frac{a^2}{48} + \frac{1}{6(1+a)^2} - \frac{2}{1+a} + 6,5a - (7,5 + \frac{59}{6}(1+a)) \ell n(1+a) + (22(1 + \frac{a}{2}) + 1) \times \\ \times \ell n \left(1 + \frac{a}{2}\right) - \frac{4}{5} \left(1 + \frac{a}{3}\right) \ell n \left(1 + \frac{a}{3}\right) + \frac{2}{3} \left(1 + \frac{a}{4}\right) \ell n \left(1 + \frac{a}{4}\right).$$

$$A_5(a) = 5,25 + \frac{437}{24}a + \frac{a^2}{240} - \frac{6}{1+a} + \frac{5}{6(1+a)^2} - \frac{1}{12(1+a)^3} - (19,75 + \frac{1937}{72}(1+a)) \times \\ \times \ell n(1+a) - (6 - \frac{170}{3}(1 + \frac{a}{2})) \ell n \left(1 + \frac{a}{2}\right) - \frac{45}{8} \left(1 + \frac{a}{3}\right) \ell n \left(1 + \frac{a}{3}\right) + \frac{16}{9} \left(1 + \frac{a}{4}\right) \times \\ \times \ell n \left(1 + \frac{a}{4}\right) - \frac{5}{24} \left(1 + \frac{a}{5}\right) \ell n \left(1 + \frac{a}{5}\right).$$

$$A_6(a) = \frac{877}{60} + \frac{1289}{24}a + \frac{a^2}{1440} - \frac{52}{3} \cdot \frac{1}{1+a} + \frac{35}{12} \cdot \frac{1}{(1+a)^2} - \frac{0,5}{(1+a)^3} + \frac{0,05}{(1+a)^4} + \frac{0,25}{1+a/2} - \\ - \frac{1}{720} (39630 + 55537(1+a)) \ell n(1+a) + \frac{1}{6} (922(1 + \frac{a}{2}) - 135) \ell n \left(1 + \frac{a}{2}\right) - \\ - \frac{1}{4} (1+2(1 + \frac{a}{3})) \ell n \left(1 + \frac{a}{3}\right) + \frac{20}{9} \left(1 + \frac{a}{4}\right) \ell n \left(1 + \frac{a}{4}\right) - \frac{25}{48} \left(1 + \frac{a}{5}\right) \ell n \left(1 + \frac{a}{5}\right) + \\ + \frac{1}{20} \left(1 + \frac{a}{6}\right) \ell n \left(1 + \frac{a}{6}\right).$$

Л и т е р а т у р а

1. Б.А. Манюков, П.В. Шляпников. Новый метод вычисления кинематических параметров электронных треков в пузырьковых камерах. Препринт ОИЯИ Р10-4255, Дубна, 1969.
2. А.В. Богомолов, Ю.А. Будагов, А.Т. Василенко, В.П. Джелепов, Н.И. Дьяков, В.Г. Иванов, В.С. Кладницкий, В.И. Лепилов, Ю.Ф. Ломакин, В.И. Москалев, В.Б. Флягин, Т. Шетет, П.В. Шляпников. ПТЭ №1, 61 (1964).
3. L.Behr, R.Mittner. Nucl. Instr. Meth., 20, 446 (1963).
4. Ю.А. Будагов, А.Г. Володько, В.Б. Флягин, П.В. Шляпников. ПТЭ №1, 70 (1966).
5. Ю.А. Будагов, В.Б. Виноградов, А.Г. Володько, Л.Н. Гердюков, В.П. Джелепов, С.В. Клименко, В.Г. Новиков, И. Паточка, В.Б. Флягин, П.В. Шляпников. ПТЭ №6, 5 (1967).

Рукопись поступила в издательский отдел

4 ноября 1969 года.