СООБЩЕНИЯ
ОБЪЕДИНЕННОГО
ИНСТИТУТА
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ
Дубна

P1-5178

С.И. Биленькая, Ю.М. Казаринов, Л.И. Лапидус

ЛАБОРАТОРИЯ ЯДЕРНЫХ ПРОБЛЕМ

О ФОРМФАКТОРАХ ПРОТОНА

1970

P1-5178

С.И. Биленькая, Ю.М. Казаринов, Л.И. Лапидус

О ФОРМФАКТОРАХ ПРОТОНА

В результате систематического изучения упругого рассеяния электронов высоких энергий протонами накоплены обширные данные о формфакторах протона в широкой области переданных в столкновении импульсов. Однако сведения о формфакторах протона не всегда хорошо согласуются друг с другом из-за того, что они извлекались ранее путем обработки отдельных групп экспериментальных данных. Об этом, например, свидетельствует большой разброс величин среднеквадратичных радиусов протона, полученных в разных работах /1/.

Возможно, что это в некоторой степени вызвано также тем, что до сих пор определение зависимости формфакторов от квадрата переданного импульса $G_{E,M}(q^2)$ проводилось в два этапа. Первоначально из "графика Розенблюта" (Rosenbluth plot) при фиксированных значениях q^2 определялись значения $G_{E,M}(q^2)$, и после этого по найденным величинам $G_{E,M}(q^2)$ находилось аналитическое выражение для этой зависимости.

Кроме того, недавно было обращено внимание на необходимость получения более точных сведений о рассеянии электронов протонами с небольшими передачами импульса. Баррет, Бродский, Эриксон и Гольдхабер /1/ ввели представление о так называемом "протонном гало". Арбузов /2/ связывал с более точными данными в области малых передач возможность исследования нелинейных эффектов в электродинамике. Интерес к данным о формфакторах возрос также в связи с проверкой масштабного закона (skaling law) и распространением идеи модели Венециано на описание зависимости формфактора протона от q^2 /3/.

В связи с попытками более глубокого анализа данных о формфакторах необходимо было сопоставить результаты работ различных групп экспериментаторов для того, чтобы получить более обоснованные указания о требуемой точности дальнейших исследований.

Эти обстоятельства привели нас к мысли о необходимости провести статистическую обработку всех известных в литературе данных об упругом e–p рассеянии. Результаты этого анализа излагаются ниже.

Как известно, дифференциальное сечение упругого e–p рассеяния в однофотонном приближении дается формулой Розенблюта

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \sigma_{NS}\left[\frac{G_E^2 + \tau G_M^2}{1+\tau} + 2\tau G_M^2 \operatorname{tg}^2\frac{\theta}{2}\right], \qquad (1)$$

где

$$\sigma_{NS} = \left(\frac{e^2}{2E_0}\right)^2 \frac{\cos^2\theta/2}{\sin^4\theta/2} \cdot \frac{1}{1 + \frac{2E_0}{M}\sin^2\frac{\theta}{2}},$$

а $\tau = \frac{q^2}{4M^2}$, M – масса протона. Здесь q^2 – квадрат передачи 4-импульса

$$q^2 = \frac{4E_0^2 \sin^2\frac{\theta}{2}}{1 + \frac{2E_0}{M}\sin^2\theta/2} = 2MT,$$

а E_0, θ – начальная энергия и угол рассеяния электрона в лабораторной системе, T – кинетическая энергия протона отдачи, e – заряд электрона.

Формула (1) используется для извлечения сведений о формфакторах по результатам экспериментов, в которых детектировался рассеянный электрон. Для случая регистрации протона отдачи формулу Розенблюта можно представить в виде /4/

$$\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_p = \left(\frac{e^2}{M}\right)^2 \frac{(1+T/2M)}{\cos\gamma}\left\{\frac{2M}{T} G_E^2 \sin^2\gamma + G_M^2\left[\left(1+\frac{T}{M}\right)(1+\cos^2\gamma) - \frac{2P}{M}\cos\gamma\right]\right\}, \qquad (2)$$

где γ – угол протона отдачи, а P – импульс протона отдачи в лабораторной системе.

Как обычно, формфакторы G_E и G_M нормированы таким образом, что

$$G_E(0) = 1 , \quad G_M(0) = \mu_p ,$$

где μ_p – пóлный магнитный момент протона в ядерных магнетонах.

При малых q^2 разложение $G(q^2)/G(0)$ имеет вид

$$G(q^2)/G(0) = 1 - \frac{1}{6} q^2 < r^2_{E,M} > ,$$

где $\sqrt{< r^2_E >}$ и $\sqrt{< r^2_M >}$ – среднеквадратичные электрический и магнитный радиусы протона, которые определяются производными от формфакторов при $q^2 = 0$

$$< r^2_{E,M} > = - 6 \frac{d G_{E,M}(q^2)}{d q} \Big|_{q^2=0} .$$

До последнего времени считалось, что большая часть экспериментальных данных о формфакторах согласуется с так называемой дипольной формулой и масштабным законом

$$\frac{G(q^2)}{G(0)} = [1 + q^2 / 0{,}71 \ (GeV/c)^2 \ ]^{-2} \qquad (3)$$

и

$$G_E(q^2) = \frac{G_M(q^2)}{\mu_p} . \qquad (4)$$

Однако в последнее время получены указания на отклонения от этих законов /5/.

Обработка экспериментальных данных в нашем случае проводилась по методу наименьших квадратов. Минимизировался функционал

$$\chi^2 = \mathrm{Min} \Big[\sum_k \sum_i \Big(\frac{\frac{d\sigma^k}{d\Omega_i}(\text{эксп.}) - \frac{d\sigma^k}{d\Omega_i}(\text{теор.}) \ N_k}{\Delta^k_i} \Big)^2 \Big] . \qquad (5)$$

Здесь N_k – нормировочный множитель (норма), вводимый для k-ого эксперимента для учета возможных систематических ошибок; $\frac{d\sigma^k}{d\Omega_i}$ и Δ_i^k– значения дифференциальных сечений и соответствующих ошибок для i-той точки n-ого эксперимента; $\frac{d\sigma^k}{d\Omega_i}$(теор.) – дифференциальное сечение, рассчитанное по формуле Розенблюта.

Зависимость формфакторов от q^2 в $\frac{d\sigma^k}{d\Omega_i}$ выражалась следующим образом:

$$G_E(q^2) = \frac{(1 + a_1 q^2 + a_2 q^4)}{(1 + a_3 q^2)^2} \tag{6}$$

и

$$G_M(q^2) = \frac{G_E(q^2) \cdot \mu_p}{(1 - a_4 q^2 - a_5 q^2)} . \tag{7}$$

Коэффициенты a_1, a_2 учитывают возможное отклонение от дипольной формулы, величины a_4 и a_5 – возможное отклонение от масштабного закона.

Помимо формул (6) и (7), была рассмотрена параметризация формфакторов в соответствии с моделью Венециано в виде, приведенном в работе /3/:

$$\begin{aligned}\frac{G_{E,M}(t)}{G_{E,M}(0)} = {} & \delta_0^{E,M} \frac{\Gamma(1-\rho(t))\,\Gamma(5/2+1-\rho(0))}{\Gamma(1-\rho(0))\,\Gamma(5/2+1-\rho(t))} + \\ & + \delta_1^{E,M} \frac{\Gamma(2-\rho(t))\,\Gamma(5/2+2-\rho(0))}{\Gamma(2-\rho(0))\,\Gamma(5/2+2-\rho(t))} + \\ & + (1-\delta_0^{E,M}-\delta_1^{E,M}) \frac{\Gamma(3-\rho(t))\,\Gamma(5/2+3-\rho(0))}{\Gamma(3-\rho(0))\,\Gamma(5/2+3-\rho(t))} .\end{aligned} \tag{8}$$

Здесь $t = -q^2$, $\Gamma(x)$– гамма-функция, а параметры ρ-траектории

$$\rho(t) = 0,483 + 0,885 \cdot t$$

считаются фиксированными.

В этом случае для каждого формфактора (G_E и G_M) имеется два свободных параметра: $\delta_0^{E,M}$ и $\delta_1^{E,M}$. Требования масштабного закона не накладываются.

Минимизация функционала проводилась методом линеаризации /6/ по программе FUMILI.

Обработанные экспериментальные данные приведены в табл. 1. В обработку включались точки, которые согласовались с остальными в пределах трех стандартных ошибок (вклад в минимизируемый функционал $\Delta\chi^2 \leq 9$). Полное число экспериментальных точек в интервале $0{,}3 \leq q^2 \leq 225\ F^{-2}$ равно 264. Экспериментальные данные для больших q^2 были исключены из обработки после первых же попыток в связи с плохим описанием.

Результаты

"Дипольная" формула (6) и (7)

Результаты обработки данных в полном интервале значений квадрата переданного импульса $0{,}3 \leq q^2 \leq 225^{-2}$ представлены в табл. 2. В первой колонке таблицы приведены результаты обработки в предположении, что для формфакторов имеет место дипольная зависимость и масштабный закон, а варьируемыми параметрами являются только нормы. В колонке 2 дан результат обработки, при которой варьировались не только нормы, но и параметры a_1, a_2, a_3, a_4 и a_5. В колонке 3 - результат обработки данных в предположении, что соблюдается масштабный закон, но имеются отклонения для дипольной зависимости для формфакторов (a_1 , a_2 , a_3 варьируются).

Значения χ^2 , полученные для всех вариантов, представленных в табл. 2, однако, настолько велики, что при данном числе степеней свободы ($\bar{\chi}^2 \approx 200$) доверительный уровень (confidence level) весьма низок и описание экспериментальных данных нельзя считать приемлемым. Аналогичная ситуация наблюдается также при сокращении интервала q^2 , для которого проводится обработка экспериментальных данных, вплоть до $q^2 \leq 30\ F^{-2}$.

Результаты обработки данных для $q^2 \leq 16$ и $30\,F^{-2}$ приведены в табл. 3 и 4 соответственно.

Из табл. 3 и 4 видно, что только введением варьируемых параметров, характеризующих отклонение от дипольной формулы (a_1 и a_2) и масштабного закона (a_4, a_5), можно добиться описания с $\chi^2/\bar{\chi}^2 = 1{,}19$ и 1,38 для $q^2 \leq 16$ и $30\ F^{-2}$.

Доверительный уровень при этом равен соответственно 8,69% и 1,39%, и описание можно считать удовлетворительным.

Хорошее описание данных ($\chi^2/\bar{\chi}^2 \approx 1$) было получено только в области $q^2 \leq 11\ F^{-2}$. В этой области q^2 дипольная формула и масштабный закон позволяют хорошо описать экспериментальные данные при варьировании норм (табл. 5). В том случае, когда нормы считаются равными единице и фиксированы, удовлетворительного описания эксперимента достигнуть невозможно (см. колонку 1 табл. 5). Если варьировать параметр a_3 в формуле (6), то наилучший фит приводит к значению $a_3 = 1{,}403 \pm 0{,}018$, которое в пределах ошибок равно значению, обычно принимаемому в дипольной формуле (колонка 3 табл. 5).

Обработка данных в области $q^2 \leq 2\ F^{-2}$ дает удовлетворительное описание с помощью дипольной формы без введения норм и варьируемых параметров a_1, a_2, a_3, a_4.

Из табл. 2,3 и 4 видно, что значения радиусов протона, полученное в различных предположениях о зависимости формфактора протона от q^2, отличаются друг от друга не более чем на одну стандартную ошибку ($\approx 4\%$) и хорошо согласуются с величиной $0{,}8\ F$.

Модель типа Венециано (формула (8))

Результаты обработки с использованием этой модели даны в табл.6. Из полученных результатов следует, что описание, основанное на подходе Венециано при фиксированном показателе асимптотики формфакторов, не хуже общепринятого "дипольного". Однако и в этом случае, если рассматривать экспериментальные данные в области $0{,}3 \leq q^2 \leq 225\ F^{-2}$, доверительный уровень заметно ниже приемлемого. Хорошее описание можно получить только в интервале $q^2 \leq 30F^{-2}$. Отметим также, что величина радиуса, определенная из данных в области $q^2 \leq 2F^{-2}$ при параметризации (8) отличается на два стандартных отклонения от той, которая получается по тем же данным на основе дипольного фита.

Итак, удовлетворительное описание экспериментальных данных для всех рассмотренных вариантов зависимости формфактора протона от q^2 достигается только в области $q^2 \leq 30F^{-2}$ и только при перенормировке этих данных. Введенные нормы при этом в половине случаев отличаются от единицы на 5–12%. Ошибки норм, как правило, меньше пяти процентов.

Введение норм в рассмотренных до сих пор случаях делалось только на основании предположения о том, что зависимость дифференциального сечения от угла рассеяния – гладкая функция и систематические ошибки (точнее ошибки нормировки) присутствуют только в данных отдельных экспериментов, а при усреднении по всему экспериментальному материалу равны нулю. Нормировку дифференциальных сечений, однако, легко проверить, если воспользоваться тем, что при $q^2 \to 0$ дифференциальное сечение рассеяния стремиться к σ_{NS}. Величина и ошибка дифференциального сечения ep-рассеяния при этом определяются только значением постоянной тонкой структуры $\alpha^{-1} = 137{,}0359 \pm 0{,}0004$ /25/ и углом рассеяния θ x/. Погрешность, вызванная пренебрежением структурой нуклона, может быть сделана сколь угодно малой соответствующим выбором угла рассеяния. Таким образом, экстраполяция зависимости $\frac{d\sigma}{d\Omega}(q^2)$, полученной при описании экспериментальных данных, в область $q^2 \ll 1$ должна давать вполне определенное значение σ_{NS}, известное с хорошей точностью.

Для проверки нормировки сечений вышеизложенным способом в обрабатываемый массив экспериментальных данных были добавлены два расчетных значения дифференциального сечения для $q^2 = 8 \cdot 10^{-6}$ (Гэв/с)^2 и $1{,}8 \cdot 10^{-5}$ (Гэв/с)^2 при $\gamma = 89{,}9^\circ$ и $89{,}85^\circ$, определенных в предположении, что при этих значениях q^2 сечение рассеяния $\frac{d\sigma}{d\Omega} = \sigma_{NS}$. Норма для этих точек полагалась равной единице и фиксировалась, остальные

---

x/ При этом предполагается, что вкладом от двухфотонной диаграммы в области малых q^2 можно пренебречь.

нормы варьировались. Результаты обработки для дипольной формулы с нормировкой на σ_{NS} приведены в табл. 7.

Данные, приведенные в этой таблице, показывают, что в пределах ошибок нормы на первом этапе обработки определены правильно.

Отсутствие удовлетворительного описания экспериментальных данных рассмотренными вариантами параметризации формфакторов может быть следствием двух обстоятельств:

а) неприменимости однофотонного приближения для $q^2 > 30\,F^{-2}$,

б) отклонения истинной зависимости формфакторов от дипольной формулы и формулы (8).

В настоящее время, по-видимому, невозможно точно указать, какая из этих причин и в какой области q играет главную роль. Можно думать, однако, что для $q^2 < 100\,F^{-2}$ "неудачный" фит – следствие отклонения зависимости $G_{E,M}(q^2)$ от рассмотренных вариантов. Основанием для этого могут служить результаты проверки "однофотонности", приведенные в работах /26/. Ясно также, что необходима дальнейшая экспериментальная проверка "однофотонности" ep -рассеяния.

В заключение необходимо указать, что зависимость $\frac{d\sigma}{d\Omega}(q^2)$ в области очень малых передач $(q^2 < F^{-2})$ определена в настоящее время с относительно невысокой точностью. Коридор ошибок кривой $\frac{d\sigma}{d\Omega}(q^2)$, полученной в результате обработки без нормировки на σ_{NS}, в этой области q^2 составляет примерно 10%.

Авторам приятно поблагодарить С.М. Биленького и В.С. Киселева за многочисленные обсуждения и М.И. Джгаркава за помощь в работе.

Литература

1. *R.C. Barrett, S.I. Brodsky, G.W. Erickson, M.H. Goldhaber. Phys. Rev., 166, 1589 (1968).*
2. *Б.А. Арбузов. Письма ЖЭТФ, 9, 705 (1969).*
3. *R. Jengo and E. Remiddi. Lett. Nuovo Cim., 18, 922 (1969).*

4. D. Frerejacque, D. Benaksas and D. Drickey. Phys.Rev., 141, 1308 (1966).
5. W.K.H. Panofsky. Intern.Conf. on High-Energy Physics, Vienna, 1968.
6. С.Н. Соколов, И.Н. Силин. Препринт ОИЯИ, Д-810, Дубна, 1961.
7. T. Yanssens, R. Hofstadter, E. B. Hughes and M.R. Yearian. Phys. Rev., 142, 922 (1966).
8. D.J. Drickey and L.N. Hand. Phys.Rev.Lett., 9, 522 (1962).
9. K. Berkelman, M. Feldman, R.M. Littauer, G. Rouse, R.R. Wilson. Phys.Rev., 130, 2061 (1963).
10. D.N. Olsen, H.F. Schopper and R.R. Wilson. Phys.Rev.Lett., 6, 286 (1961).
11. K.W. Chen, J.R. Dunning, A.A. Cone, N.F. Ramsey, J.K. Walker and R. Wilson. Phys.Rev., 141, 1267 (1966).
12. J.R. Dunning, K.W. Chen, N.F. Ramsey, J.R. Rees, W. Shlaer, J.K. Walker and R. Wilson. Phys.Rev.Lett., 10, 500 (1963).
13. K.W. Chen, A.A.Cone, J.R. Dunning, S.C. Frank, R. Wilson. Phys. Rev.Lett., 11, 563 (1963).
14. M. Coitein, R.J. Budnitz, L. Carroll, J. Chen, J.R. Dunning, K. Hanson, D. Imrie, C. Mistretta, J.K. Walker, R. Wilson and G.F. Dell, M. Fotino, J.M. Paterson, H. Winick.Phys.Rev.Lett., 18, 1016 (1967).
15. H.J. Behrend, F.W. Brasse, J. Engler and H. Hultsching, S. Galster, G. Hartwing, H.F. Schopper, E. Ganssauge. Nuovo Cim., 48, 140 (1967).
16. W. Albrecht, H.J. Behrend, F.W. Brasse, W. Flauger, H. Hultsching, and K.G. Steffen. Phys.Rev.Lett., 17, 1192 (1966).
17. W. Bartel, B. Dudelzak, H.K. Krehbiel, J.M. McElroy, V. Meyer-Berkhout, R.J. Morrison, H. Nquyen-Ngoc and G. Weber. Phys.Rev. Lett., 25B, 236 (1967).
18. R.M. Lettauer, H.F. Schopper and R.R. Wilson. Phys.Rev.Lett., 7, 141 (1961).
19. P. Lehmann, R. Taylor and R. Wilson. Phys.Rev., 126, 1183 (1962).
20. B. Dudelzak, A. Isakov, P. Lehmann, R. Tchapoutian. Proc. of the XII Intern.Conf. on High-Energy Physics at Dubna, Vol.I, 916 (1964).

21. D.J. Drickey, B. Grossetete and P. Lehmann. Proc. of the Sienna Intern. Conf. on Elementary Particle Physics, 493 (1963).
22. J. Litt, G. Buschorn, D.H. Coward, H. Destaebler, L.W. Mo, R.E. Taylor, B.C. Barish, S.C. Loken, J. Pine, J.I. Friedman, G.C. Hartmann, H.W. Kendall. Phys.Lett., 31B, 40 (1970).
23. D.H. Coward, H. DeStaebler, R.A. Early, J. Litt, A. Minten, L.W.Mo, W.K.H. Panofsky et al. Phys.Rev.Lett., 20, 292 (1968).
24. Chr. Berger, E. Gersing, G. Knop, B. Langenbeck, K. Rith and F. Schumacher. Phys.Lett., 28B, 276 (1968).
25. W.H. Parker, B.N.Taylor and D.N. Langenberg. Phys.Rev.Lett., 18, 287 (1967).
26. J.R. Rutherglen. Int.Conf. on Electron and Proton Interac. at High Energies. Liverpool, 1969.
27. W. Albrecht, H.Y. Behrend, H. Dornel, W. Flauger and H. Hultschig. Phys.Rev.Lett., 18, 1014 (1967).

Рукопись поступила в издательский отдел
26 июня 1970 года.

Таблица I

Норма	Лаборатория	Число обраб. точек	Число отброш. точек	Литература
I	Stanford	79	I4	/7/
2	Stanford	8	0	/8/
3	Cornell	24	4	/9/
4	Cornell	9	0	/I0/
5	CEA	25	I0	/II/,/I2/,/I3/,/I4/
6	ORSAY	6	4	/4/
7	DESY	25	I2	/I5/,/I6/,/I7/,/27/
8	Cornell	I2	I3	/I8/
9	DESY	9	3	/I5/,/I6/
I0	ORSAY	I0	2	/I9/,/20/,/2I/
II	SLAC	32	7	/22/, /23/
I2	BONN	2I	3	/24/

ПРИМЕЧАНИЕ: данные DESY для сечений e-p рассеяния, полученные из опыта на внутреннем пучке, в рассмотрение не включались.

Таблица 2

$0.3 \le q^2 \le 225$				
a_1	0	$6,452\cdot 10^{-2}\pm 2,44\cdot 10^{-2}$	$5,355\cdot 10^{-2}\pm 3,79\cdot 10^{-3}$	0
a_2	0	$-6,671\cdot 10^{-3}\pm 1,220\cdot 10^{-3}$	$-7,809\cdot 10^{-3}\pm 5,82\cdot 10^{-4}$	0
a_3	I,408	I,374 $\pm 1,5\cdot 10^{-2}$	I,408	$1,357\pm 1,2\cdot 10^{-2}$
a_4	0	$-2,328\cdot 10^{-2}\pm 1,770\cdot 10^{-2}$	0	$2,846\cdot 10^{-2}\pm 5,50\cdot 10^{-3}$
a_5	0	0	0	$-5,295\cdot 10^{-3}\pm 7,49\cdot 10^{-4}$
№I	0,955 ± 0,003	0,887 ± 0,009	0,9I4 ± 0,004	0,887 ± 0,009
№2	I,002 ± 0,005	0,99I ± 0,005	0,997 ± 0,005	0,993 ± 0,005
№3	I,046 ± 0,0I3	0,955 ± 0,0I6	0,983 ± 0,0I3	0,956 ± 0,0I0
№4	0,852 ± 0,028	0,778 ± 0,026	0,802 ± 0,027	0,777 ± 0,027
№5	I,I27 ± 0,029	I,00I ± 0,024	I,042 ± 0,022	I,0I5 ± 0,024
№6	0,907 ± 0,079	0,897 ± 0,078	0,902 ± 0,078	0,896 ± 0,078
№7	I,022 ± 0,0I4	0,862 ± 0,0I7	0,897 ± 0,0I5	0,875 ± 0,0I7
№8	0,852 ± 0,0I2	0,799 ± 0,00I	0,82I ± 0,0I2	0,799 ± 0,0I3
№9	I,007 ± 0,0I6	0,899 ± 0,0I9	0,938 ± 0,0I6	0,9I2 ± 0,0I9
№I0	0,97I ± 0,008	0,934 ± 0,009	0,95I ± 0,008	0,935 ± 0,009
№II	I,060 ± 0,003	0,88I ± 0,0I5	0,9I9 ± 0,0I0	0,90I ± 0,0I4
№I2	I,005 ± 0,005	0,897 ± 0,0I2	0,935 ± 0,007	0,904 ± 0,0I2
№I3				
χ^2	624	382	395	386
N_D	264-I2=252	264-I6=248	264-I4=250	263-I5=248
$\chi^2/\bar{\chi}^2$	2,48	I,54	I,58	I,56
R_G	0,8II ± 0,0	0,792 ± 0,035	0,803 ± 0,0	0,796 ± 0,034

Таблица 3

		$q^2 \leq 16$	
a_1	0	$-2,039 \cdot IO^{-2} \pm 5,563 \cdot IO^{-2}$	0
a_2	0	$2,0I7 \cdot IO^{-I} \pm 7,39 \cdot IO^{-2}$	$I,930 \cdot IO^{-I} \pm 4,99 \cdot IO^{-2}$
a_3	I,408	I,408	I,424 ±3,4[illegible].IO^{-2}
a_4	0	$-7,58I \cdot IO^{-2} \pm 2,735 \cdot IO^{-2}$	$-7,524 \cdot IO^{-2} \pm 2,726 \cdot IO^{-2}$
a_5	0	0	0
N_1	0,942±0,003	0,939±0,0I7	0,94I±0,0I8
N_2	I,002±0,005	I,004±0,007	I,005±0,007
N_3	I,0I8±0,0I8	I,0I9±0,024	I,02I±0,025
N_4	0,892±0,039	0,888±0,04I	0,890±0,042
N_5	I,005±0,037	0,978±0,04I	0,98I±0,042
N_6	0,906±0,079	0,9I3±0,079	0,9I3±0,079
N_7	I,035±0,052	0,956±0,05I	0,958±0,05I
N_8	0,853±0,0I3	0,852±0,0I9	0,853±0,0I9
N_9	0,927±0,253	0,905±0,03I	0,907±0,03I
N_{10}	0,97I±0,008	0,979±0,0I6	0,980±0,0I7
N_{11}	0	0	0
N_{12}	0,977±0,007	0,927±0,0I8	0,928±0,0I9
χ^2	I56	I24	I24
$\overline{\chi^2}$	II8–II=I07	II8–I4=I04	II8–I4=I04
$\chi^2/\overline{\chi^2}$	I,43	I,I9	I,I9
R_E	0,8II±0,0	0,8I4±0,008	0,8I6±0,009

Таблица 4

	$q^2 \leq 30$			
a_1	0	$4,993\cdot I0^{-2}\pm 2,374\cdot I0^{-2}$	$3,304\cdot I0^{-I}\pm I,744\cdot I0^{-I}$	$2,338\cdot I0^{-2}\pm I,899\cdot I0^{-2}$
a_2	0	$4,62I\cdot I0^{-2}\pm I,697\cdot I0^{-2}$	$-4,833\cdot I0^{-2}\pm 6,023\cdot I0^{-2}$	$3,375\cdot I0^{-2}\pm I,5I5\cdot I0^{-2}$
a_3	I.408	I,408	$I,623\pm I,28\cdot I0^{-I}$	I,408
a_4	0	$-4,049\cdot I0^{-2}\pm 2,074\cdot I0^{-2}$	$-3,990\cdot I0^{-2}\pm 2,057\cdot I0^{-2}$	0
a_5	0	0	0	0
N_1	0,9549±0,0028	0,9I86±0,0098	0,9476±0,0I88	0,9202±0,0096
N_2	I,0025±0,005I	0,998I±0,0054	I,0090±0,0082	0,9997±0,0053
N_3	I,0392±0,0I48	0,9786±0,0I60	I,0080±0,0236	0,98I0±0,0I58
N_4	0,8584±0,0289	0,8I06±0,0290	0,8340±0,0320	0,8I08±0,0285
N_5	I,06I3±0,0259	0,98I9±0,0270	I,0I30±0,0328	0,993I±0,0265
N_6	0,9073±0,0789	0,9046±0,0787	0,9I62±0,0800	0,9045±0,0787
N_7	0,970I±0,0292	0,9033±0,0300	0,9292±0,3385	0,9I35±0,0298
N_8	0,8528±0,0I20	0,8256±0,0I40	0,852I±0,0203	0,8267±0,0I38
N_9	0,9694±0,0I9I	0,909I+0,02I6	0,9358±0,026I	0,92I6±0,02I0
N_{10}	0,9732±0,0080	0,9577±0,0099	0,9840±0,0I80	0,9587±0,0098
N_{11}	I,0I56±0,0087	0,8900±0,0I60	0,9I73±0,02I8	0,9085±0,0I36
N_{12}	0,9992±0,0048	0,9I98±0,0I26	0,9466±0,0I96	0,9275±0,0I2I
	–	–	–	–
χ^2	358	229	225	233
$\bar{\chi}^2$	I8I-I2=I69	I8I-I5=I66	I8I-I6=I65	I8I-I4=I67
$\chi^2/\bar{\chi}^2$	2,I2	I,38	I,36	I,395
R_E	0,8II	0,803±0,003	0,825±0,0I2	0,807±0,003

	$q^2 \le 11$			
a_1	0	0	0	-9,303.IO^{-I}±6,500.IO^{-I}
a_2	0	0	0	9,576.IO^{-I}±5,600.IO^{-I}
a_3	I,408	I,408	I,403±I,8.IO^{-2}	9,I84.IO^{-I}±3,880.IO^{-I}
a_4	0	0	0	-6,285.IO^{-2}±4,0I0.IO^{-2}
a_5	0	0	0	0
N_1	I,000	0,930±0,004	0,926±0,0I4	0,942±0,02I
N_2	I,000	I,002±0,005	I,00I±0,006	I,00I±0,0II
N_3	I,000	I,0I8±0,0I9	I,0I5±0,02I	I,022±0,029
N_4	I,000	0,89I±0,046	0,888±0,047	0,896±0,049
N_5	I,000	0,999±0,045	0,993±0,048	0,986±0,05I
N_6	I,000	0,907±0,079	0,906±0,079	0,909±0,079
N_7	I,000	I,035±0,052	I,027±0,058	0,809±0,I48
N_8	I,000	0,858±0,0I4	0,855±0,0I8	0,873±0,024
N_9	I,000	0,9I9±0,029	0,9I3±0,034	0,905±0,037
N_{10}	I,000	0,97I±0,008	0,968±0,0I3	0,982±0,020
	-			
	-			
	-			
χ^2	5I2	75,75	75,7	69,6
$\bar{\chi}^2$	88	88-I0=78	88-II=77	88-I4=74
$\chi^2/\bar{\chi}^2$	5,82	0,97	0,98	0,94
R_E	0,8II±0,0	0,8II±0,0	0,809±0,005	0,804±0,02I

Таблица 6

	$q^2 \leq 225$	$q^2 \leq 11$	$q^2 \leq 16$	$q^2 \leq 30$
a_1	$I,249 \pm 4,I \cdot I0^{-2}$	$I,602 \pm 2.80 \cdot 10^{-1}$	$I,558 \pm I,55 \cdot I0^{-I}$	$I,308 \pm 8.7 \cdot I0^{-2}$
a_2	$-6,400 \cdot I0^{-I} \pm I,I28 \cdot I0^{-I}$	$-I,772 \pm I,020$	$-I,637 \pm 5,I8 \cdot I0^{-I}$	$-7,856 \cdot I0^{-I} \pm 2.682 \cdot I0^{-I}$
a_3	$I,II5 \pm 7 \cdot I0^{-3}$	$I,567 \pm I,72 \cdot I0^{-I}$	$I,484 \pm 8,8 \cdot I0^{-2}$	$I,3I8 \pm 2,8 \cdot I0^{-2}$
a_4	$-2,268 \cdot I0^{-I} \pm I,40 \cdot I0^{-2}$	$-I,5I4 \pm 5,98 \cdot I0^{-I}$	$-I,24I \pm 2,76 \cdot I0^{-I}$	$-7,5I7 \cdot I0^{-I} \pm 7.36 \cdot I0^{-2}$
	0	0	0	0
N_1	0,860 ± 0,007	0,949 ± 0,020	0,942 ±0,0I7	0,9I5 ±0,0II
N_2	0,990 ± 0,006	I,0I0 ± 0,009	I,007 ±0,007	0,996 ±0,006
N_3	0,938 ± 0,0I5	I,034 ± 0,028	I,026 ± 0,026	0,973 ±0,0I84
N_4	0,753 ± 0,026	0,988 ± 0,049	0,892 ± 0,042	0,808 5±0,029
N_5	0,976 ± 0,023	0,995 ± 0,050	0,98I ± 0,04I	0,977 ±0,027
N_6	0,89I ± 0,078	0,9I7 ± 0,080	0,9I3 ± 0,079	0,902 ±0,078
N_7	0,847 ± 0,0I7	0,947 ± 0,06I	0,956 ± 0,05I	0,900 ±0,030
N_8	0,776 ± 0,0I2	0,878 ± 0,024	0,854 ± 0,0I9	0,823 ±0,0I5
N_9	0,874 ± 0,I9I	0,9I3 ± 0,037	0,908 ± 0,03I	0,906 ±0.022
N_{10}	0,9I8 ± 0,009	0,989 ± 0,0I9	0,982 ± 0,0I6	0,954 ±0,0II
N_{11}	0,857 ± 0,0I4	—	—	0,886 ±0,0I6
N_{12}	0,867 ± 0,0II	—	0,928 ± 0,0I8	0,9I6 ±0,0I3
χ^2	434	70,4	I23	230
$\bar{\chi}^2$	264-I6=248	88-I4=74	II8-I5 = I03	I8I-I6=I65
$\chi^2/\bar{\chi}^2$	I,75	0,95	I,I9	I,394
R_E	0,794 ± 0,005	0,832 ± 0,0I8	0,82I ± 0,0I3	0,802±0,086

Таблица 7

	$q^2 \leq 11$	$q^2 \leq 16$	$q^2 \leq 30$	$q^2 \leq 225$
a_1	0	0	4.4930·IO^{-2}±2,3823·IO^{-2}	I.00II·IO^{-I}±I,9IO·IO^{-2}
a_2	0	I.4839·IO^{-I}±4.II2·IO^{-2}	4.6002·IO^{-2}±I,69I9·IO^{-2}	-9.0396·IO^{-3}±7.92I·IO^{-4}
a_3	I,3969±I,77·IO^{-2}	I.4I87±3,29·IO^{-2}	I.4084	I.4084
a_4	0	-5.5I26·IO^{-2}±2.6745·IO^{-2}	-3.5262·IO^{-2}±2.0896·IO^{-2}	-3,8343·IO^{-2}±I,5906·IO^{-2}
a_5	0	0	0	0
N_1	0,923I±0,0I37	0,9375±0.0I72	0.9I3I±0.0098	0,9023±0,0060
N_2	I,0005±0,0058	I.0045±0,007I	0,9990±0.0054	0,9945±0,0053
N_3	I,0II8±0,02I2	I.0I99±0.0242	0,9798±0,0I59	0,97I0±0,0I40
N_4	0,8855±0,047I	0,8890±0.04I7	0,8II4±0,0287	0,7933±0,0265
N_5	0,9883±0,4784	0,98I8±0,0372	0,9844±0,0270	I,0I74±0,0236
N_6	0,9053±0,0788	0,9I20±0,0795	0,9052±0,0788	0,9007±0,0784
N_7	I,0I94±0,0567	0,9I96±0.0387	0,9057±0,030I	0,8750±0,0I66
N_8	0,85I5±0,0I8I	0,85I4±0,0I94	0,8267±0,0I39	0,8I2I±0,0I2I
N_9	0,9083±0,0337	0,9I0I±0,03I4	0,9II9±0,02I7	0,9II3±0,0I93
N_{10}	0,9647±0,0I28	0,977I±0,0I60	0,9588±0,0090	0,9443±0,0085
N_{11}	I,0000	I,000	0,893I±0,0I62	0,8900±0,0I49
N_{12}	I,0000	0,936I±0,0I9I	0,92I8±0,0I27	0,9I46±0,0I00
N_{13}	I,0000	I.00	I.00	I.00
χ^2	77,2	I3I, 55	224,89	382.32
$\bar{\chi}^2$	90-II=79	I24-I4=II0	I80-I5=I65	264-I5-249
$\chi^2/\bar{\chi}^2$	0,977	I,I96	I,362	I,54
R_E	0,807±0,005	0,8I4±0,009	0,805±0,003	0,797±0.003