ЯФ, 1966, т. 4, в. 4, с. 875-880.

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

Р - 2456

С.М. Биленький, Р.М. Рындин

ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ СПИНА И ЧЕТНОСТИ Ω^- -ГИПЕРОНА

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

1965

Р-2456

С.М. Биленький, Р.М. Рындин

ОБ ОПРЕДЕЛЕНИИ СПИНА И ЧЕТНОСТИ Ω^--ГИПЕРОНА

Направлено в ЯФ

1. Открытие Ω^- -гиперона со странностью $S=-3$, изотопическим спином $I=0$ и массой, близкой к 1680 Мэв, явилось блестящим подтверждением $SU(3)$ - симметрии сильных взаимодействий. В соответствии с $SU(3)$ -симметрией спин Ω^- - гиперона должен быть равен 3/2, а четность должна быть положительной. Однако прямое экспериментальное определение этих квантовых чисел Ω^- -частицы, несомненно, имеет большое значение. Четность Ω^- -гиперона не может быть определена при изучении его распадов, обусловленных слабыми взаимодействиями. Определение же четности Ω^- в реакциях затруднено тем, что реакции рождения Ω^- являются, как правило, процессами с тремя или более частицами в конечном состоянии. Возможной реакцией рождения Ω^- -гиперона с образованием двух частиц является реакция

$$\bar{K} + p \to \Omega^- + M_1 , \qquad (1)$$

где M_1 -недавно открытая частица /1/ со странностью $S=2$, массой 1280 Мэв и изотопическим спином, равным единице. Данные, полученные в работе /1/, свидетельствуют в пользу того, что спин M_1 -частицы равен нулю. В работе /2/ было показано (в предположении, что спин M_1 -мезона равен нулю), что четность Ω^- может быть определена при сравнении асимметрии в реакции (1) на поляризованной мишени с поляризационными характеристиками Ω^- (средними значениями спин-тензоров) в той же реакции с неполяризованной мишенью. Здесь мы покажем, что спин и четность Ω^- - гиперона можно однозначно определить, анализируя угловое распределение продуктов нелептонных распадов (или анализируя угловое распределение продольной поляризации гиперонов распада) Ω^- -частиц, образующихся в реакции (1) с поляризованной мишенью. Мы будем следовать методу, предложенному Пешкиным /2/ для определения спина и четности частицы со спином S, рождающейся в реакции

$$0 + 0 \to 0 + S \qquad (2)$$

и распадающейся затем на две частицы со спином нуль (или на частицу со спином нуль и γ - квант). Будем считать при этом, что спин M_1 -мезона равен нулю. Отметим, что полученные ниже соотношения легко обобщить и на случай, когда спин частицы, рождающейся вместе с Ω^-, отличен от нуля. Здесь же мы ограничимся рассмотрением реакций

$$0 + \tfrac{1}{2} \to S + 0 \tag{3}$$

с последующим распадом частицы со спином S на частицу со спином 1/2 и мезон с нулевым спином.

2. Состояние поляризации Ω^- -гиперона будем характеризовать средними значениями полной системы $(2S+1)^2$ неприводимых тензорных операторов $T_{JM}(0 \le J \le 2S, -J \le M \le J)$, нормированных условием:

$$Sp\, T_{JM} T_{J'M'} = \frac{2S+1}{2J+1} \delta_{JJ'} \delta_{MM'} . \tag{4}$$

При такой нормировке матричный элемент T_{JM} в представлении, где диагонален оператор T_{10}, равен коэффициенту Клебша-Гордана:

$$< Sm' | T_{JM} | Sm > = (SJmM|SJSm'). \tag{5}$$

Рассмотрим среднее значение оператора T_{2S0} с максимально возможным значением $J = 2S$ и нулевой проекцией в случае реакции (1) с поляризованной мишенью:

$$<T_{2S0}>_{\vec{P}} = \frac{1}{\sigma_{\vec{P}}} Sp\, T_{2S0} M(\vec{p}_f, \vec{p}_i) \rho_0 M^+(\vec{p}_f, \vec{p}_i). \tag{6}$$

Здесь $M(\vec{p}_f, \vec{p}_i)$ -матрица реакции в с.ц.м., $\vec{p}_i$ и $\vec{p}_f$ -относительные импульсы начального и конечного состояний; $\rho_0 = \tfrac{1}{2}(1 + (\vec{\sigma}\vec{P}))$ -спиновая матрица плотности начального состояния, P -поляризация мишени, а $\sigma_{\vec{P}}$ - дифференциальное сечение реакции на поляризованной мишени. Будем считать, что поляризация мишени $\vec{P}$ направлена по нормали к плоскости реакции:

$$\vec{P} = P\vec{n}, \quad \vec{n} = \frac{[\vec{p}_i, \vec{p}_f]}{|[\vec{p}_i, \vec{p}_f]|} . \tag{7}$$

Выберем в качестве оси квантования (оси z) нормаль $\vec{n}$. Из (6), (7) и (5), воспользовавшись свойствами симметрии коэффициентов векторного сложения, получаем:

$$\begin{aligned} <T_{2S0}>_P \sigma_P &= <T_{2S0}>_0 \sigma_0 + \\ &+ \tfrac{1}{2}P(-1)^{S-\frac{1}{2}} \left(\frac{2S+1}{4S+1}\right)^{\frac{1}{2}} \sum_{m\mu} (-1)^{\mu-m} (SSm-m|SS2S0)|M_{m\mu}|^2 , \end{aligned} \tag{8}$$

где $<T_{2S0}>_0$ и σ_0 - среднее значение оператора T_{2S0} и дифференциальное сечение в случае реакции на неполяризованной мишени, m и μ - проекции спинов Ω^- -гиперона и протона на нормаль к плоскости реакции, а $M_{m\mu} = <Sm|M(\vec{p}_f, \vec{p}_i)|\tfrac{1}{2}\mu>$.

Матричный элемент $M_{m\mu}$ отличен от нуля лишь при таких значениях m и μ, которые удовлетворяют правилу Бора [4]:

$$(-1)^{\mu-m} = \frac{I_f}{I_i} = I , \tag{9}$$

вытекающему из требования инвариантности S -матрицы относительно отражения в плоскости реакций. Здесь $I_i\,(I_f)$ -произведение внутренних четностей начальных (конечных) частиц. Следовательно, множитель $(-1)^{\mu-m}$ может быть вынесен из-под знака суммы в выражении (8). Учитывая это, перепишем (8) в следующем виде:

$$\begin{aligned} <T_{2S0}>_P \sigma_P &= <T_{2S0}>_0 \sigma_0 + \\ &+ \tfrac{1}{2}PI(-1)^{S-\frac{1}{2}} \left(\frac{2S+1}{4S+1}\right)^{\frac{1}{2}} \sum_{m\mu} (SSm-m|SS2S0)|M_{m\mu}|^2 . \end{aligned} \tag{10}$$

Суммирование в этой формуле производится, естественно, только по значениям m и μ, удовлетворяющим условию (9). Иначе говоря, при каждом из $2S+1$ значений m в сумме по μ остается лишь один из двух возможных членов.

Обозначим через $<T_{2S0}>_{-P}$ и σ_{-P} среднее значение оператора T_{2S0} и сечение реакции в случае, когда поляризация мишени равна $(-P)\vec{n}$. Рассмотрим следующее отношение наблюдаемых величин[x/]:

$$\frac{<T_{2S0}>_P \sigma_P - <T_{2S0}>_{-P} \sigma_{-P}}{(\sigma_P + \sigma_{-P})P} \equiv \Theta_{2S} . \tag{11}$$

Используя (10), находим, что:

$$\Theta_{2S} = I(-1)^{S-\frac{1}{2}} \left(\frac{2S+1}{4S+1}\right)^{\frac{1}{2}} \frac{\sum_{m\mu}(SSm-m|SS2S0)|M_{m\mu}|^2}{\sum_{m\mu}|M_{m\mu}|^2} . \tag{12}$$

x/ Отметим, что стоящая в знаменателе (11) сумма $\sigma_P + \sigma_{-P}$ равна удвоенному сечению реакции на неполяризованной мишени.

Входящие в это выражение коэффициенты Клебша-Гордана равны[5]:

$$(SSm-m \mid SS2S0) = \frac{[(2S)!]^2}{[(4S)!]^{1/2}} \frac{1}{(S-m)!(S+m)!} . \qquad (13)$$

Благодаря положительной определенности этих коэффициентов, отношение сумм, стоящее в правой части (12), не может обращаться в нуль ни при какой динамике процесса. Таким образом, из требований инвариантности относительно вращений и отражений вытекает, что отношение[x] наблюдаемых величин (11) не может обращаться в нуль. Более того, нетрудно установить нижнюю и верхнюю границы отношения (11). Мы используем это ниже при анализе углового распределения продуктов распада Ω^- -гиперонов.

3. В качестве анализатора состояния поляризации Ω^- -частиц естественно использовать процесс их распада. Рассмотрим нелептонные распады:

$$\begin{aligned} \Omega^- &\to \Lambda + K^- , \\ \Omega^- &\to \Xi + \pi . \end{aligned} \qquad (14)$$

Угловое распределение продуктов распада такого типа ($S \to \frac{1}{2} + 0$) имеет в системе покоя Ω^- -гиперона следующий вид (см. работу Байерс и Фенстер[6]):

$$w_P(\theta,\phi) = \sum_{J-\text{чет},\ M} a_{JM}(P)\, Y^*_{JM}(\theta,\phi) + \alpha \sum_{J-\text{нечет},M} a_{JM}(P) Y^*_{JM}(\theta,\phi) . \qquad (15)$$

---

[x] Из инвариантности относительно вращений и отражений очевидно, что отношение (11) совпадает с отношением

$$\frac{\langle T_{2S0}\rangle^L_{\vec p}\, \sigma^L_{\vec p} - \langle T_{2S0}\rangle^R_{\vec p}\, \sigma^R_{\vec p}}{\sigma^L_{\vec p} + \sigma^R_{\vec p}} ,$$

где $\sigma^L_{\vec p}$ -сечение реакции (1) в случае, когда $[\vec p_i, \vec p_f]$ параллельно вектору поляризации $\vec P$, а $\sigma^R_{\vec p}$ – сечение реакции, когда $[\vec p_i, \vec p_f]$ антипараллельно $\vec P$. Угол между $\vec p_i$ и $\vec p_f$ в обоих случаях один и тот же. Аналогичный смысл имеют средние значения $\langle T_{2S0}\rangle^{L,R}_{\vec p}$.

Здесь

$$a_{JM}(P) = \langle T_{JM}\rangle_P\, \sigma_P\, (-1)^{S-1/2} \left(\frac{2S+1}{4\pi}\right)^{1/2} (SS\tfrac{1}{2} - \tfrac{1}{2} \mid SSJ0), \qquad (16)$$

а θ и ϕ -сферические углы, определяющие направление импульса гиперона распада $\vec p = p\vec k$ в системе координат с осью z , направленной по нормали к плоскости реакции (1). Параметр α равен[7,8]:

$$\alpha = \frac{2\,\mathrm{Re}\, ab^*}{|a|^2 + |b|^2} , \qquad (17)$$

где a и b -амплитуды распада с $\ell = S - \frac{1}{2}$ и $\ell = S + \frac{1}{2}$ соответственно. Интегрируя (15) по азимуту, получаем

$$N_P(\theta) = \int_0^{2\pi} w_P(\theta,\phi)\, d\phi = 2\pi \sum_{J-\text{чет}} a_{J0}(P) Y_{J0}(\cos\theta) + 2\pi\alpha \sum_{J-\text{нечет}} a_{J0}(P) Y_{J0}(\cos\theta) . \qquad (18)$$

С помощью (18) и (16) находим, что

$$\frac{N_P(\theta) - N_{-P}(\theta)}{\int_0^\pi N_P(\theta)\sin\theta\, d\theta + \int_0^\pi N_{-P}(\theta)\sin\theta\, d\theta} = \tfrac{1}{2} P \Big[\sum_{J=0,\ J-\text{чет}}^{2S-1} b_J P_J(\cos\theta) + \alpha \sum_{J=1,\ J-\text{нечет}}^{2S} b_J P_J(\cos\theta) \Big] , \qquad (19)$$

где

$$b_J = (-1)^{S-1/2} [(2S+1)(2J+1)]^{1/2} (SS\tfrac{1}{2} - \tfrac{1}{2} \mid SSJ0) . \frac{\langle T_{J0}\rangle_P\, \sigma_P - \langle T_{J0}\rangle_{-P}\, \sigma_{-P}}{P(\sigma_P + \sigma_{-P})} . \qquad (20)$$

Используя (11) и (12), получаем отсюда следующее выражение для коэффициента b_{2S}:

$$b_{2S} = I(2S+1)(SS\tfrac{1}{2}-\tfrac{1}{2}\,|\,SS2S0)\,\frac{\sum\limits_{m\mu}(SSm-m\,|\,SS2S0)\,|M_{m\mu}|^2}{\sum\limits_{m\mu}|M_{m\mu}|^2}\,. \tag{21}$$

Как уже отмечалось, коэффициенты векторного сложения, входящие в это выражение (см. (13)), положительны. Это означает, что коэффициент b_{2S}, т.е. коэффициент при полиноме Лежандра максимального порядка в разложении (19), всегда отличен от нуля, и что его знак однозначно определяется внутренней четностью I. Как видно из (21), значение b_{2S} при $S > \frac{1}{2}$ определяется динамикой процесса рождения. Нетрудно, однако, получить верхнюю и нижнюю границы значений коэффициента b_{2S}. Очевидно, что эти границы определяются наибольшим и наименьшим значениями коэффициентов Клебша-Гордана, входящих под знак суммы в выражении (21). С помощью (13) и (21) получаем:

$$\frac{(2S+1)[(2S)!]^3}{(4S)!\,(S-\frac{1}{2})!\,(S+\frac{1}{2})!} \le I\,b_{2S} \le \frac{(2S+1)[(2S)!]^4}{(4S)!\,[(S-\frac{1}{2})!\,(S+\frac{1}{2})!]^2}\,. \tag{22}$$

В таблице 1 приведены границы, в которых может измениться b_{2S} при $S = 1/2, 3/2$ и $5/2$.

Таблица 1

Верхняя и нижняя границы коэффициента b_{2S}

Спин	Четность	b_{2S}
1/2	1	$b_1 = 1$
	-1	$b_1 = -1$
3/2	1	$3/5 \le b_3 \le 9/5$
	-1	$-9/5 \le b_3 \le -3/5$
5/2	1	$5/21 < b_5 < 50/21$
	-1	$-50/21 \le b_5 \le -5/21$

Таким образом, спин и четность Ω^--частиц могут быть однозначно определены по угловому распределению продуктов распада Ω^--частиц, рождающихся в реакции (1) на поляризованной мишени. Для того, чтобы определить b_{2S} необходимо, как видно из (19), знать параметр распада a. В работах [7,6] показано, что параметр a равен продольной поляризации частиц со спином 1/2, возникающей при распаде неполяризованных частиц со спином S (распад $S \to \frac{1}{2} + 0$). Следовательно, параметр a может быть измерен в независимом эксперименте. Для определения спина и четности Ω^--частицы следует, естественно, изучать угловое распределение распада с максимальным a. Если же параметр a окажется малым для всех нелептонных схем распада Ω^--частицы, то спин и четность Ω^--частицы могут быть определены по угловому распределению продольной поляризации гиперонов распада. Обозначим через $\langle(\vec{\sigma}\cdot\vec{k})\rangle_P$ продольную поляризацию гиперонов распада. Угловое распределение продольной поляризации гиперонов $\langle\vec{\sigma}\vec{k}\rangle_P w_P$ в системе покоя Ω^- имеет вид: [6]

$$\int\limits_0^{2\pi}\langle\vec{\sigma}\vec{k}\rangle_P\, w_P\, d\phi = 2\pi a \sum_{J=0,\,J-\text{чет}}^{2S-1} a_{J0}(P)\,Y_{J0}(\cos\theta) + \sum_{J=1,\,J-\text{нечет}}^{2S} a_{J0}(P)\,Y_{J0}(\cos\theta). \tag{23}$$

Отсюда очевидно, что

$$\frac{\int\limits_0^{2\pi}\langle\vec{\sigma}\vec{k}\rangle_P\, w_P\, d\phi - \int\limits_0^{2\pi}\langle\vec{\sigma}\vec{k}\rangle_{-P}\, w_{-P}\, d\phi}{\int w_P\, d\Omega + \int \underline{w}_P\, d\Omega} = \tfrac{1}{2}P\Big[a \sum_{J=0,\,J-\text{чет}}^{2S-1} b_J\, P_J(\cos\theta) + \sum_{J=1,\,J-\text{нечет}}^{2S} b_J\, P_J(\cos\theta)\Big], \tag{24}$$

где коэффициенты b_J даются, как и раньше, выражением (20). Коэффициент b_{2S} в распределении (24) не умножается на a. Это означает, что спин и четность Ω^--частицы могут быть определены из распределения (24) при любом значении параметра распада.

В заключение сделаем два замечания. Во-первых, мы предполагали до сих пор, что угол, под которым вылетают Ω^--частицы (угол между $\vec{p}_i$ и $\vec{p}_f$), фиксирован. Коэффициенты b_J в (19) и (24) зависят от этого угла. Очевидно, что можно произвести интегрирование по углу вылета Ω^--частицы. (Интегрируются отдельно числитель и знаменатель в распределениях (19) и (24)). Ясно также, что границы для коэффициента при полиноме Лежандра максимального порядка в распределении по θ при этом не изменяются. Во-вторых все, изложенное выше, относится также и к реакциям

$$\bar{K} + p \to \Omega^- + K + K \tag{25}$$

при условии, что отбираются такие события, когда импульсы всех частиц лежат в одной плоскости.

Авторы благодарны Я.А. Смородинскому за полезные обсуждения.

Литература

1. M.Ferro-Luzzi, R.George, Y.Goldschmidt-Clermont, V.P. Henri, B.Jongejans, D.W.G.Leith, G.R.Lynch, F.Muller, I.M.Perreau, Phys.Lett., 17,155 (1965).

2. S.M.Bilenky, R.M.Ryndin. Phys.Lett., 18, 346 (1965).
3. M.Peshkin. Phys.Rev., 133, B 428 (1964).
4. A.Bohr. Nucl. Phys., 10, 486 (1959).
5. A.R.Edmonds, Angular Momentum in Quantum Mechanics, Sec. 3.6. Princeton University Press, 1957.
6. N. Byers, S.Fenster. Phys.Rev.Lett., 11, 52 (1963);
7. T.D.Lee, C.N.Yang. Phys.Rev., 109, 1755 (1958).

Рукопись поступила в издательский отдел
23 ноября 1965 г.