

С 324
К-659

ЯЯР, 1966, т. 4, в. 4, с. 801-802

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

P-2447



Г.И. Копылов

ЗАПРЕШЕННЫЕ КОНФИГУРАЦИИ
В СИСТЕМЕ ТРЕХ ФОТОНОВ

ЛАБОРАТОРИЯ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

1965

P-2447

3840/2 48

Г.И. Копылов

ЗАПРЕЩЕННЫЕ КОНФИГУРАЦИИ
В СИСТЕМЕ ТРЕХ ФОТОНОВ

Объединенный институт
лазерных исследований
ЕНГИОТЕНА

В последнее время возрос интерес к радиационным распадам мезонов. В частности, ведутся поиски распада π^0 на три фотона, проходящего с нарушением C -четности^{/1/}. Исследовался распад $\omega^0 \rightarrow 3\gamma$ ^{/2/}, идущий, по-видимому, через промежуточное состояние $\pi^0\gamma$. Существование неизвестных мезонов, распадающихся только на 3 или 4 фотона, также не закрывается современным экспериментом^{/3/}. В этой связи интересен вопрос о возможности определения квантовых чисел системы, распадающейся на три фотона^{x)}. Исследование этой возможности затрудняется тем, что неизвестен матричный элемент такого распада, вернее, априори невозможно сказать, какой из многих допустимых матричных элементов будет управлять распадом. В настоящей статье выписаны все допустимые эффективные матричные элементы распада частицы со спином 0 или 1 на три фотона и доказано, что спин 0 отличается от спина 1 и 2 наличием запрещенных конфигураций трех фотонов: запрещены коллинеарные конфигурации в любой системе отсчета и, кроме того, случая, когда все три фотона обладают в системе центра масс одинаковой энергией (т.е. образуют там друг с другом угол 120°). Четность системы трех фотонов, без измерения поляризаций, по одним только энергиям и направлениям фотонов, определить нельзя. Приведены характерные распределения по наименьшим импульсам фотонов, позволяющие отделять спин 0 от спина 1 и 2.

1. Обозначения

Импульсы трех фотонов № 1, № 2, № 3 будем обозначать просто цифрами 1, 2, 3; поляризации — соответственно a , b , c . Волновые функции фотонов № 1, № 2 и № 3 будут обозначаться соответственно

$A_{\mu\nu}$, $B_{\mu\nu}$, $C_{\mu\nu}$:

$$A_{\mu\nu} = \frac{1}{\sqrt{2}} (a_\mu a_\nu - a_\nu a_\mu),$$

$$B_{\mu\nu} = \frac{1}{\sqrt{2}} \epsilon_{\mu\nu\lambda\sigma} a_\lambda a_\sigma.$$

x) Сходной задачей занимался также Тарасов^{/4/}.

Далее выражения типа (1a) или (12) будут обозначать скалярные произведения 4-векторов 1 и a или 1 и 2

$$1a = \vec{1}\vec{a} - \omega_1 a_4; \quad 12 = \vec{1}\vec{2} - \omega_1 \omega_2,$$

а скобки типа (12a) - смешанные произведения векторов 1, 2 и a. F (123) будет обозначать произвольную функцию трех скалярных произведений 12, 23, 31

$$F(123) = F(12, 23, 31),$$

а функции, симметричные относительно перестановки двух фотонов № 1 и № 2 или всех трех фотонов, будут обозначаться f_{12} и f_{123} : $f_{12} = F(123) + F(213)$ и т.д. Анти-симметричные функции такого же рода будут отмечаться тильдой:

$$\tilde{f}_{12} = F(123) - F(213) = (\omega_1 - \omega_2) f_{12}$$

$$\tilde{f}_{123} = \tilde{f}_{12} + \tilde{f}_{23} + \tilde{f}_{31} = (\omega_1 - \omega_2)(\omega_2 - \omega_3)(\omega_3 - \omega_1) f_{123}.$$

Операция круговой перестановки фотонов № 1, № 2, № 3 будет обозначаться R

$$R = (1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 1; \quad a \rightarrow b \rightarrow c \rightarrow a).$$

2. Эффективные матричные элементы распада

Эффективный матричный элемент распада скалярной (псевдоскалярной) частицы на три фотона должен быть произведением одного или нескольких скалярных (или смешанных, смотря по тому, какая четность требуется) произведений, в которое каждая из поляризаций a, b, c входит по одному и только по одному разу. В ковариантном виде подобных комбинаций можно придумать очень много, но большая часть их не будет независима друг от друга; поиск независимых матричных элементов проще производить в системе центра масс, в нековариантном виде. "Строительным материалом" для скалярных матричных элементов являются скалярные произведения

$$(\vec{1b}), (\vec{2c}), (\vec{3a}), (\vec{ab}), (\vec{bc}), (\vec{ca}) \quad (1)$$

и только они; все прочие скалярные произведения можно выразить через них, например, в системе центра масс $(\vec{3b}) = -(\vec{1b})$ и т.д; но и из (1) не все комбинации подлежат перебору, если помнить, что часть из них появится сама собой в матричном элементе при симметризации.

При составлении псевдоскалярных матричных элементов к (1) добавляются смешанные произведения типа

$$(\vec{12a}), (\vec{12c}), (\vec{1bc}), (\vec{2bc}), (\vec{abc}) \quad (2)$$

плюс круговые перестановки в каждом из них. Комбинировать пары смешанных произведений не надо, они выразятся через скалярные произведения.

Рассмотрим один пример. Составим произведение из $(\vec{1b}), (\vec{2c}), (\vec{3a})$

$$M = (\vec{1b})(\vec{2c})(\vec{3a}) F(123).$$

Симметризация по фотонам № 1 и № 2 с учетом $(\vec{1b}) = -(\vec{3b})$ и т.д. приведет к

$$M = (\vec{1b})(\vec{2c})(\vec{3a}) f_{12},$$

а круговая перестановка фотонов $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 1$ даст

$$M_1 = (\vec{1b})(\vec{2c})(\vec{3a}) \tilde{f}_{123}. \quad (3)$$

Аналогично получится второй независимый матричный скалярный элемент

$$M_2 = (\vec{2a})(\vec{bc}) \tilde{f}_{23} + (\vec{3b})(\vec{ca}) \tilde{f}_{31} + (\vec{1c})(\vec{ab}) \tilde{f}_{12}. \quad (4)$$

Других, не зависящих от этих скаляров, образованных из $\vec{1}, \vec{2}, \vec{3}, a, b, c$, не существует. Зато независимых псевдоскаляров можно составить целых пять

$$M_3 = (\vec{abc}) \tilde{f}_{123}$$

$$M_4 = (\vec{1bc})(\vec{2a}) f_{23} + R$$

$$M_5 = (\vec{2a}) [(\vec{2bc}) F(123) + (\vec{3bc}) F(132)] + R,$$

$$M_6 = (\vec{12b})(\vec{1c})(\vec{2a}) f_{31} + R$$

$$M_7 = (\vec{12a})(\vec{bc}) f_{23} + R. \quad (5)$$

Докажем, что все матричные элементы $M_1 - M_7$ обращаются в нуль на границе фигуры Далица. На границе фотоны коллинеарны друг другу, поэтому векторы поляризации каждого из них перпендикулярны не только импульсу своего фотона, но и импульсам двух других

$$(\vec{2a}) = (\vec{3a}) = (\vec{1b}) = (\vec{3b}) = (\vec{1c}) = (\vec{2c}) = 0.$$

Далее, из-за коллинеарности $\vec{1}$ и $\vec{2}$

$$(\vec{12a}) = (\vec{12b}) = 0,$$

а из-за того, что все три поляризации оказываются в одной плоскости

$$(\vec{abc}) = 0.$$

Из этих равенств следует обращение в нуль M_1, \dots, M_7 .

Докажем, что центр фигуры Далица тоже запрещен. В центре $\omega_1 = \omega_2 = \omega_3$, поэтому все матричные элементы, куда входят множители типа f_{123} , f_{12} и т.д., обращаются в нуль. Остаются M_4 и M_5 . Так как в центре $F(123) = F(132)$, то M_5 можно там записать в виде $(2\vec{a})[(2\vec{b}\vec{c}) + (3\vec{b}\vec{c})] + R = -(2\vec{a})(1\vec{b}\vec{c}) + R$, то есть в центре M_4 и M_5 пропорциональны друг другу. Чтобы доказать, что они оба равны нулю, введем вектор $\vec{a} = \vec{1} \times \vec{2} - \vec{2} \times \vec{3} = \vec{3} \times \vec{1}$. Так как в центре (рис. 1) $\vec{2} = \vec{3} \perp \vec{1}$ то поляризацию \vec{a} можно представить в виде

$$\vec{a} = \alpha_1 \vec{1} + \alpha_2 (\vec{2} - \vec{3})$$

и аналогично

$$\vec{b} = \beta_1 \vec{1} + \beta_2 (\vec{3} - \vec{1}), \quad \vec{c} = \gamma_1 \vec{1} + \gamma_2 (\vec{1} - \vec{2}).$$

Тогда подстановка в $(1\vec{b}\vec{c})$ и $(2\vec{a})$ даст

$$(1\vec{b}\vec{c}) = (\beta_1 \gamma_2 - \gamma_1 \beta_2) \vec{1}^2$$

$$(2\vec{a}) = \alpha_2 (\omega^2 \vec{2} - \vec{3}) \equiv C \alpha_2,$$

где C при перестановке R не меняется.

Итак, в центре

$$M_2 = (\beta_1 \gamma_2 - \gamma_1 \beta_2) \alpha_2 + (\gamma_1 \alpha_2 - \gamma_2 \alpha_1) \beta_2 + (\alpha_1 \beta_2 - \alpha_2 \beta_1) \gamma_2 \equiv 0.$$

Таким образом, доказано, что при распаде частицы со спином 0 и любой четностью на три фотона центр и края фигуры Далица запрещены. Поскольку большой район фазового пространства состояний находится под запретом, распады (псевдо) скалярной частицы на три фотона будут сильно подавлены. Расчет ^{13/} приводит к временам жизни порядка $10^{-8} - 10^{-9}$ сек.

3. Спин 1

Составить из векторов $\vec{1}, \vec{2}, \vec{3}, \vec{a}, \vec{b}, \vec{c}$ вектор или псевдовектор можно гораздо большим числом способов, чем скаляр (псевдоскаляр). Всего имеется 6 независимых структур для спина 1⁻, и 16 - для спина 1⁺. Все они приведены в Приложении. Здесь же мы докажем, что запреты, свойственные системе с нулевым полным моментом, не обязаны выполняться в системе со спином 1. Достаточно указать хотя бы один матричный элемент, не равный нулю в тех точках, где обращались в нуль все матричные элементы для спина нуль. И в самом деле, матричный элемент M_2 (см. Приложение, спин 1⁻)

$$M_2 = \vec{a} (\vec{b}\vec{c}) f_{23} + \vec{b} (\vec{c}\vec{a}) f_{31} + \vec{c} (\vec{a}\vec{b}) f_{12} \quad (8)$$

не обращается в нуль ни в центре, ни на краях фигуры Далица, потому что он составлен из одних только векторов поляризаций, а точки на фигуре Далица фиксируют только импульсы, оставляя поляризациям достаточно свободы, чтобы M_2 не обращалось на тех или иных линиях фигуры Далица в нуль. Таким же свойством обладает и структура с противоположной четностью

$$M_2' = (\vec{1} \times \vec{a}) (\vec{b}\vec{c}) f_{23} + (2 \times \vec{b}) (\vec{c}\vec{a}) f_{31} + (3 \times \vec{c}) (\vec{a}\vec{b}) f_{12} \quad (9)$$

Те же соображения полностью применимы и к спину 2. И здесь можно составить эффективные матричные элементы из одних только векторов поляризаций, например,

$$M = (1, a_k + 1, k a_1) (\vec{b}\vec{c}) f_{23} + R,$$

$$M' = [1, (\vec{1} \times \vec{a})_k + 1, k (\vec{1} \times \vec{a})_1] (\vec{b}\vec{c}) f_{23} + R$$

и дальше повторить те же доводы. Прямые выкладки подтверждают это. Впрочем, отсутствие при ненулевом спине запретов на коллинеарные конфигурации ясно и без выкладок. Если три фотона коллинеарны, то их спиральности +1 и -1 можно складывать арифметически. Из трех единиц нельзя получить нуль, поэтому у трех коллинеарных фотонов спина нуль не бывает. Любой же высший спин возможен, надо только, чтобы его проекция на ось квантования была равна 1 (=+1+1-1).

Отсутствие в системе со спинами 1 и 2 значительных запретов приведет к большим вероятностям распада и в итоге - к более коротким временам (\sim в 10^4 раз короче).

4. Количественные критерии

Мы указали качественные отличия спина 0 от спина 1. Переход к количественным оценкам затруднителен: неизвестна доля участия в распаде каждого из матричных элементов. Однако можно предполагать, что все матричные элементы одного спина приведут к распределениям над фигурой Далица, отличающимися только деталями, так как запреты у них в одних и тех же местах. Тогда количественные оценки, проведенные для некоторых матричных элементов, будут характерны для любой их комбинации.

Расчет удобнее проводить в ковариантном виде. Возьмем следующие матричные элементы для спина 0

$$M_1 = (13 - 23)(21 - 31)(32 - 12) A_{\mu\nu} B_{\nu\lambda} C_{\lambda\mu}$$

$$M_2 = (13 - 23) A_{\mu\nu} B_{\nu\alpha} C_{\alpha\beta} a^1 a^2 \beta^+ R$$

и матричный элемент для спина 1, не обращающийся в нуль в запретах спина 0

$$M_3 = A_{\mu\nu} B_{\mu\nu} C_{\alpha\beta} (1+2)_{\alpha\beta} \rho + R.$$

Пусть масса всей системы равна 1. Обозначим еще

$$23 = -1/2 u; \quad 31 = -1/2 v; \quad 12 = -1/2 w,$$

так что (рис. 2)

$$u + v + w = 1.$$

Тогда усреднение по поляризациям приводит к

$$\Sigma M_1^2 = 2^{-6} u v w [(u-v)(v-w)(w-u)]^2$$

$$\Sigma M_2^2 = 2^{-3} u v w (u^2 v^2 + v^2 w^2 + w^2 u^2 - u v w)$$

$$\Sigma M_3^2 = 2^{-2} [3(u^2 v^2 + v^2 w^2 + w^2 u^2) + 2u v w].$$

Заметим, что все эти выражения не зависят от четности начального состояния (при противоположной четности замена \bar{B} на B или \bar{C} на C привела бы к точно таким же выражениям).

Распределения над частью Далица при этих матричных элементах даны на рис. 3 (распределения над остальными 5/8 фигуры Далица симметричны относительно медиан треугольника). Видно, что спин 0 характеризуется одним или двумя заметными возвышениями вдоль каждой из сторон фигуры Далица. Среди матричных элементов для спина 1 есть такие (M_3), которые обладают максимумом в центре фигуры, где $M_1 = M_2 = 0$.

Сравнивая экспериментальные данные с этими распределениями, следует также сложить фигуру Далица вшестеро (или, что то же самое, обозначить номером 1 фотон с наименьшей энергией, номером 2 - со средней, номером 3 - с наибольшей). Если не хватит статистики для проверки совпадения двумерных распределений, предлагается построить энергетический спектр самого низкоэнергетического из фотонов: расчет показывает сильное различие в форме этого спектра в случае спина 0 и спина 1 (рис. 4). Заметим, что энергетические или угловые распределения, снятые со всей фигуры Далица, не обнаруживают таких различий: потеря информации о том, какой из фотонов имеет самую низкую энергию, какой - наибольшую, смазывает различия.

Все рассуждения в этой статье относятся к прямому распаду $X \rightarrow 3\gamma$, а не к каскадному процессу типа $X \rightarrow \pi^0 \gamma \rightarrow 3\gamma$.

Наблюдение каскадного распада означало бы, что спин 0 у частицы X исключен; отличить же спин 1 от спина 2 по распадам было бы невозможно: в обоих случаях точки на фигуре Далица расположились бы равномерно вдоль линии $\pi_{\gamma\gamma} = \pi$, приводя к П-образному спектру γ -квантов в системе покоя X .

Я благодарен Б.Н.Валуеву, В.И.Огиевскому, И.В.Полубаринову за ценные советы.

Л и т е р а т у р а

1. В.М.Кутын, В.И.Петрухи, Ю.Д.Прокошкин. Препринт ОИЯИ Р-2322, Дубна 1965.
2. В.В.Бармин, А.Г.Долголенко, Ю.С.Крестников, А.Г.Мешковский, Ю.П.Никитин, В.А.Шебанов. ЖЭТФ, 45, 1879 (1963).
3. В.Г.Гришин, Г.И.Копылов. Nuovo Cim., 37, 962 (1965); Препринт ОИЯИ Р-1750, Дубна, 1964.
4. Е.М.Тарасов. Доклад на Ужгородской конференции 1965 г.

Рукопись поступила в издательский отдел
18 ноября 1965 г.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Независимые матричные элементы распада частицы со спином 1.

Система 1⁻ (8 структур)

$$\vec{M}_1 = \vec{a} (\vec{1}\vec{b}) (\vec{2}\vec{c}) f_{23} + R$$

$$\vec{M}_2 = \vec{a} (\vec{b}\vec{c}) f_{23} + R$$

$$\vec{M}_3 = (\vec{2}\vec{a}) (\vec{3}\vec{b} \times \vec{1}\vec{c}) (\vec{1}\vec{f}_{23} + \vec{2}\vec{f}_{31} + \vec{3}\vec{f}_{12})$$

$$\vec{M}_4 = 1 (\vec{2}\vec{a}) (\vec{b}\vec{c}) f_{23} + R$$

$$\vec{M}_5 = (\vec{2}\vec{a}) (\vec{b}\vec{c}) [2:F(123) - 3:F(132)] + R$$

$$\vec{M}_6 = \vec{a} (\vec{1}\vec{b}) (\vec{1}\vec{c}) f_{12} + R$$

Система 1⁺ (16 структур)

$$\vec{M}_1 = (\vec{1}\vec{x}\vec{a}) (\vec{1}\vec{b}) (\vec{2}\vec{c}) f_{23} + R; \quad \vec{M}_2 = (\vec{1}\vec{x}\vec{a}) (\vec{b}\vec{c}) f_{23} + R$$

$$\vec{M}_3 = (\vec{1}\vec{b}) (\vec{2}\vec{c}) [(2 \times \vec{a}) : F(123) + (3 \times \vec{a}) : F(132)] + R$$

$$\vec{M}_4 = (\vec{b}\vec{c}) [(2 \times \vec{a}) : F(123) + (3 \times \vec{a}) : F(132)] + R$$

$$\vec{M}_5 = (\vec{2}\vec{a}) (\vec{3}\vec{b}) [(2 \times \vec{c}) : F(123) + (1 \times \vec{c}) : F(213)] + R$$

$$\vec{M}_6 = (\vec{2}\vec{a}) (\vec{b}\vec{c}) f_{23} + R; \quad \vec{M}_7 = \vec{a} (\vec{1}\vec{b}\vec{c}) f_{23} + R;$$

$$\vec{M}_8 = \vec{a} [(2\vec{b}\vec{c}) : F(123) - (3\vec{b}\vec{c}) : F(132)] + R;$$

$$\vec{M}_9 = 1 (\vec{2}\vec{a}) (\vec{1}\vec{b}\vec{c}) f_{23} + R;$$

$$\vec{M}_{10} = 1 (\vec{b}\vec{c}) (\vec{1}\vec{2}\vec{a}) f_{23} + R;$$

$$\vec{M}_{11} = 1 (\vec{2}\vec{a}) [(2\vec{b}\vec{c}) : F(123) + (3\vec{b}\vec{c}) : F(132)] + R$$

$$\vec{M}_{12} = (\vec{2}\vec{a}) (\vec{1}\vec{b}\vec{c}) [2:F(123) + 3:F(132)] + R;$$

$$\vec{M}_{13} = (\vec{b}\vec{c}) (\vec{1}\vec{2}\vec{a}) [2:F(123) - 3:F(132)] + R;$$

$$\vec{M}_{14} = (\vec{2}\vec{a}) [2(\vec{2}\vec{b}\vec{c}) : F(123) + 3(\vec{3}\vec{b}\vec{c}) : F(132)] + R;$$

$$\vec{M}_{15} = (\vec{1}\vec{2}\vec{a}) [\vec{b}(\vec{2}\vec{c}) : F(123) - \vec{c}(\vec{3}\vec{b}) : F(132)] + R;$$

$$\vec{M}_{16} = (\vec{a}\vec{b}\vec{c}) (\vec{1}\vec{f}_{23}) + R;$$

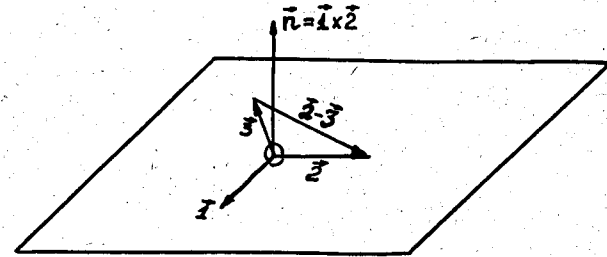


Рис. 1.

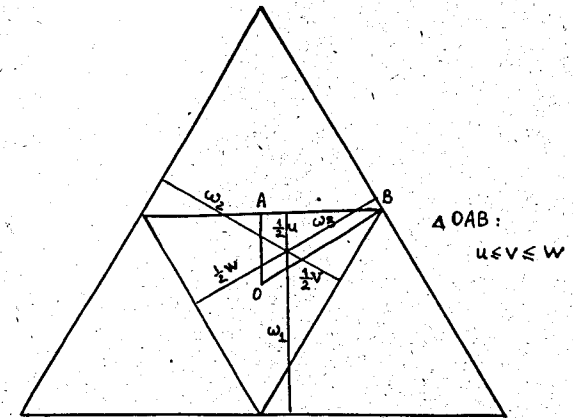


Рис. 2.

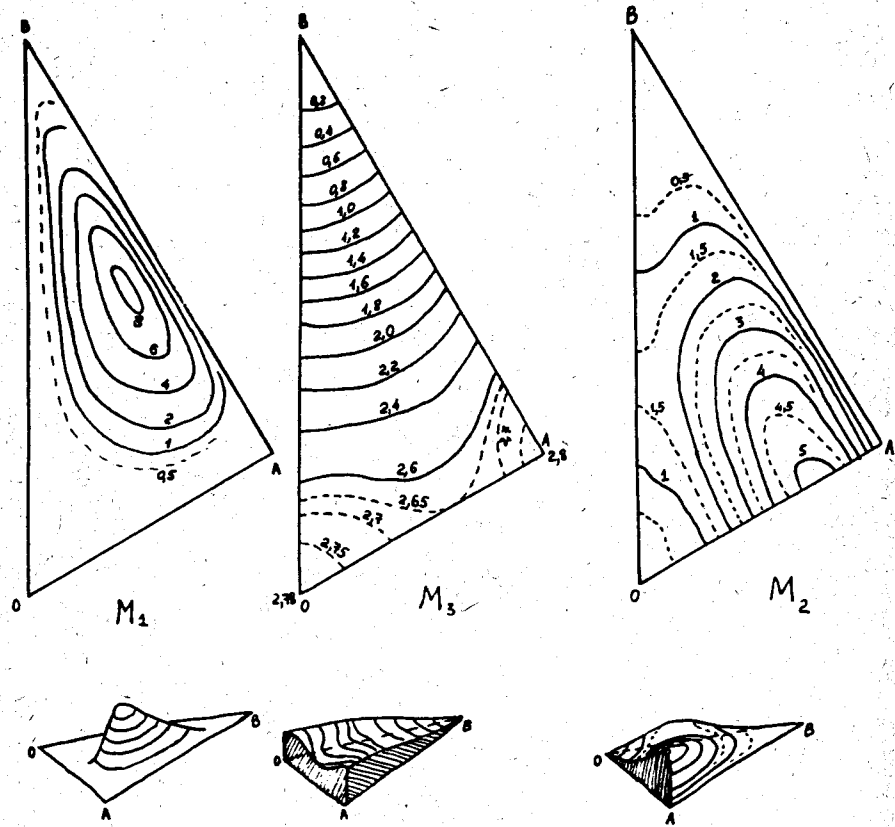


Рис. 3.

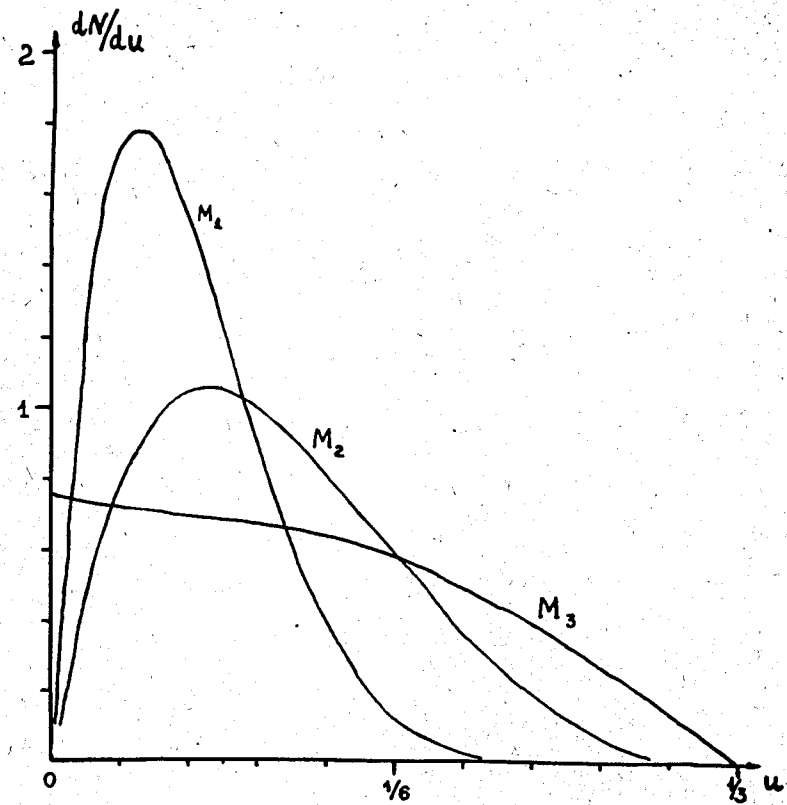


Рис. 4.