

С 344.1и

Б-955

ОБЪЕДИНЕННЫЙ  
ИНСТИТУТ  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

P-2420



И. Быстрицкий, Ф. Легар, М. Малы,  
О. Сгон, З. Яноут

ПОПРАВКИ НА ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ИСКАЖЕНИЯ  
НА СНИМКАХ С ИСКРОВЫХ КАМЕР

ЛАБОРАТОРИЯ ВЫСОКИХ ЖЕРТВИ  
ЛАБОРАТОРИЯ ЯДЕРНЫХ ПРОБЛЕМ

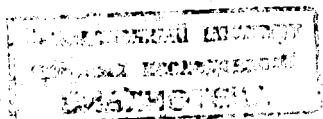
1965

P-2420

И. Быстрицкий, Ф. Легар, М. Малы,  
О. Сгон, З. Яноут

ПОПРАВКИ НА ГЕОМЕТРИЧЕСКИЕ ИСКАЖЕНИЯ  
НА СНИМКАХ С ИСКРОВЫХ КАМЕР

Направлено в ПТЭ



3786/1 чг.

## В в е д е н и е

Основной задачей при измерениях с искровыми камерами является восстановление трека при помощи фотоснимков двух независимых проекций. Методика измерений с искровыми камерами описана во многих работах, однако оптике камер до сих пор уделялось слишком мало внимания. В настоящей работе выведены формулы преобразования оптического изображения, возникающего при фотографировании треков в искровой камере. Рассматривается только случай, когда проекция является строго центральной. Аберрации оптической системы не учитываются.

Все искажения, вызванные аберрациями линз и объективов, проявляются в виде смещения точки по радиусу и, следовательно, приведут к искривлению прямых. Точный расчет всех поправок на искажения, обусловленные линзами и объективами, является трудной задачей, так как для этого необходимо с большой точностью знать все параметры оптической системы и обеспечить их постоянство при эксплуатации установки. По оценке, эта ошибка в угле излома трека для рассматриваемой оптической системы получается порядка 0,002 радиана, и при имеющейся точности измерений ею можно пренебречь. Не учитываются также ошибки, возникающие в результате высыхания фотопленки, так как они еще на порядок меньше предыдущих. В случае измерения угла излома трека, где не надо знать масштаба изображения, их влияние практически отсутствует.

Не рассмотрены также и искажения, вызванные зеркалами. Чтобы искажения, внесенные зеркалами, были сравнимы с искажениями линз, нужно отшлифовать поверхности зеркал с точностью в 4-8 раз большей, чем поверхности линз. Надо убедиться в том, что допуски на изготовление оптических деталей и допуски на сборку всей системы обеспечивают точность, необходимую для данного опыта.

Искажения при измерении угла излома трека, которые рассматриваются в настоящей работе, на практике могут быть порядка нескольких градусов и, следовательно, могут заметно повлиять на результаты измерений.

### Вывод формул для поправок на геометрические искажения

Рассматриваемые искажения можно разделить на две группы. К первой группе относятся искажения, обусловленные наклоном фотопленки относительно стенок искро-

вой камеры. Поправка на такое искажение зависит только от данной проекции (поправка "в плоскости")<sup>1/1</sup>. К второй группе относятся искажения, которые возникают, если ось объектива кинокамеры не совпадает с осью линзы искровой камеры. Поправка смещения точки или угла излома трека в одной проекции при этом зависит от соответствующих величин в другой проекции ("косоугольная" поправка).

Обе поправки вычислены отдельно, но последовательность их применения не является произвольной. Первой надо учитывать поправку "в плоскости". В результате мы исключаем непараллельность плоскостей снимка и стенок камеры. Затем следует ввести "косоугольную" поправку, в которой обе проекции взаимно связаны.

Возникновение обоих типов искажений показано на оптической схеме на рис. 1. К этой оптической схеме можно свести все системы, применяемые в экспериментах с искровыми камерами.

Рассмотрим далее в отдельности обе поправки.

а) Поправки на искажения: "в плоскости"

Обозначим  $\tau$  плоскость стенки искровой камеры и  $\pi$  плоскость фотопленки.

Пусть имеем в каждой плоскости свою ортогональную систему координат: в плоскости  $\tau$  —  $x, y$ , в плоскости  $\pi$  —  $x', y'$ , (рис. 2). Рассматриваемое отображение плоскости  $\tau$  на плоскость  $\pi$  является центральной косоугольной проекцией с центром проекции  $S$  одной плоскости на другую.

Чтобы получить формулы, описывающие отображение, выбираем в пространстве вспомогательную систему координат  $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$  с началом в центре проекции  $S$  и осью  $\bar{z}$ , перпендикулярной плоскости  $\pi$ . Уравнение плоскости  $\tau$  в пространственных координатах можно записать в виде

$$\bar{z} = k\bar{x} + l\bar{y} + m. \quad (1)$$

Уравнение плоскости  $\pi$  — в виде  $\bar{z} = p$ .

(2)

Пусть произвольная точка плоскости  $\tau$  с координатами  $\bar{x}_1, \bar{y}_1, \bar{z}_1$  переходит в точку  $[x', y', z']$  плоскости  $\pi$ . Точка  $[\bar{x}_2, \bar{y}_2, \bar{z}_2]$  является общей точкой плоскости  $\pi$  и прямой, проходящей через точки  $S$  и  $M[\bar{x}_1, \bar{y}_1, \bar{z}_1]$ . Прямую можно записать, например, при помощи следующих уравнений:

$$\bar{x}\bar{z}_1 - \bar{z}\bar{x}_1 = 0,$$

$$\bar{y}\bar{z}_1 - \bar{z}\bar{y}_1 = 0.$$

Подставив вместо  $\bar{x}, \bar{y}, \bar{z}$  координаты точки  $[\bar{x}_2, \bar{y}_2, \bar{z}_2]$  и вместо  $\bar{z}_1$  и  $\bar{z}_2$  значения из формул (1) и (2) соответственно, получаем выражения

$$\bar{x}_2 = \frac{p\bar{x}_1}{k\bar{x}_1 + l\bar{y}_1 + m}, \quad (3)$$

$$\bar{y}_2 = \frac{p\bar{y}_1}{k\bar{x}_1 + l\bar{y}_1 + m}.$$

При помощи линейного преобразования выразим  $\bar{x}_1, \bar{y}_1$  через координаты  $x, y$  и  $\bar{x}_2, \bar{y}_2$  — через  $x', y'$ . Предполагая, что начало координат  $(x, y)$  в плоскости  $\tau$  переходит в начало координат  $x', y'$  (плоскость  $\pi$ ), получаем

$$x' = \frac{dx + \epsilon y}{ax + by + c}, \quad (4)$$

$$y' = \frac{fx + gy}{ax + by + c}.$$

Рассмотрим дальше, каким образом меняется при отображении угол  $\alpha$ , лежащий в плоскости  $\tau$ . Предположим, что одна сторона угла совпадает с осью  $x$  и вершина угла имеет координаты  $[x_0, 0]$ . Пусть вторая сторона пересекает ось  $y$  в точке  $[0, y_0]$ . Выразив  $\operatorname{tg} \alpha$  через координаты точек  $[x_0, 0]$  и  $[0, y_0]$ , получаем при помощи (4) зависимость  $\operatorname{tg} \alpha$  от его образа  $\operatorname{tg} \alpha'$  в плоскости  $x', y'$ :

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\operatorname{tg} \alpha'}{\operatorname{tg} \alpha' (Ax_0 + B) + Cx_0 + D}, \quad (5)$$

где

$$\left. \begin{aligned} A &= \frac{b(d^2 + f^2) - a(de + fg)}{c(d^2 + f^2)}, \\ B &= -\frac{de + fg}{d^2 + f^2}, \\ C &= \frac{a(dg - ef)}{c(d^2 + f^2)}, \\ D &= \frac{dg - ef}{d^2 + f^2}. \end{aligned} \right\} \quad (6)$$

Для устранения искажений в плоскости используется формула (5) отдельно для боковой и верхней проекции, так как искажения в каждой из этих проекций являются независимыми. Предполагаем, что до рассеяния частица летит по оси  $x$  со стороны отрицательных значений в сторону положительных. Величина  $x_0$  в (5) обозначает здесь координату точки пересечения рассеивателя с осью  $x$ .  $\alpha'$  — угол, измеряемый на снимке,  $\alpha$  — угол в действительности.

Осталось еще вычислить константы  $A, B, C, D$ . В настоящей работе был использован следующий метод определения этих констант. На каждую стенку искровой камеры было нанесено по пять крестов на известных расстояниях друг от друга  $x'$  и обеспечена их подсветка для фотографирования (рис. 3). Средний крест принимаем за начало координат данной стенки. Затем кресты снимаем кинокамерой с того места, с которого будем снимать треки (рис. 4). На снимках измеряем координаты  $x', y'$  всех крестов относительно среднего креста. Направление осей при этом можно выбирать произвольно. Методом наименьших квадратов вычисляем при помощи формул (4) константы  $a, b, c, d, e, f, g$ . Вычисляются два набора этих констант, один для боковой, а другой для верхней проекции. Экспериментальными значениями при этом служат для боковой проекции координаты  $x', y'$  восьми крестов на передней и задней стенках, для верхней проекции — координаты  $x', y'$  восьми крестов на верхней и нижней стенках искровой камеры. Так как независимыми являются только шесть из семи констант  $a, b, \dots, g$ , надо одну из них (ненулевую) при поиске фиксировать любым ненулевым значением. Число крестов выбрано произвольно. При увеличении числа крестов увеличивается точность вычисления констант. Минимальное количество крестов — четыре.

#### б) Поправки на "косоугольное" искажение

При обработке снимков мы измеряем углы излома  $\theta_1$  и  $\theta_2$  двух проекций трека. При вычисления координат трека  $\theta$  и  $\phi$  обычно считают, что проекция трека была прямоугольной. На самом деле это не так — вместо углов  $\theta_1, \theta_2$  мы получаем из измерений углы  $\theta'_1$  и  $\theta'_2$  (рис. 5).

Сразу понятно, что при фиксированном угле  $\omega_\delta$  для всех углов  $\theta_1$  всегда выполняется или неравенство  $\theta_1 \leq \theta'_1$ , или неравенство  $\theta'_1 \leq \theta_1$ . В первом случае мы считаем угол  $\omega_\delta$  положительным, во втором — отрицательным. То же самое имеет место для угла  $\omega_b$ : если  $\theta_2 \leq \theta'_2$ , то  $\omega_b \geq 0$ ; если

$\theta'_2 \leq \theta_2$ , то  $\omega_b \leq 0$ . Простое вычисление показывает, что

$$\operatorname{tg} \theta_1 = \operatorname{tg} \theta'_1 - \operatorname{tg} \theta_2 \cdot \operatorname{tg} \omega_\delta, \quad (7)$$

$$\operatorname{tg} \theta_2 = \operatorname{tg} \theta'_2 - \operatorname{tg} \theta_1 \cdot \operatorname{tg} \omega_b,$$

откуда получаем формулы для поправки "косоугольного" искажения

$$\operatorname{tg} \theta_1 = \frac{\operatorname{tg} \theta'_1 - \operatorname{tg} \omega_\delta \cdot \operatorname{tg} \theta'_2}{1 - \operatorname{tg} \omega_b \cdot \operatorname{tg} \omega_\delta}, \quad (8)$$

$$\operatorname{tg} \theta_2 = \frac{\operatorname{tg} \theta'_2 - \operatorname{tg} \omega_b \cdot \operatorname{tg} \theta'_1}{1 - \operatorname{tg} \omega_b \cdot \operatorname{tg} \omega_\delta}.$$

Величины  $\operatorname{tg} \omega_\delta$  и  $\operatorname{tg} \omega_b$  можно легко вычислить по снимкам крестов, упоминаемых выше. Пусть на снимке  $[x' y']$  — координаты переднего среднего креста в системе координат задней стенки. Из формул (4) для боковой проекции вычисляется координата  $y$ . Разделяя  $y$  на расстояние между передней и задней стенками, получаем  $\operatorname{tg} \omega_\delta$  вместе с его знаком. Таким же образом вычисляется  $\operatorname{tg} \omega_b$  из координаты  $y$  среднего креста верхней стенки в системе координат нижней стенки.

Подохожие формулы можно получить, учитывая смещение крестов по второй оси. Мы их здесь не приводим, потому что можно простым образом (соответствующей установкой кинокамеры) свести эту ошибку к минимуму (см. приложение 1). Кроме того, для углов  $\theta_1 < \frac{\pi}{4}$  ( $\theta_2 < \frac{\pi}{4}$ ) эта ошибка меньше "косоугольной" поправки, нами ранее рассмотренной.

На рис. 6 показаны оптические системы, часто применяемые в эксперименте. Почти идеальная оптическая система приведена на рис. 6а. Здесь обе проекции фотографируются отдельными кинокамерами без использования зеркал. Оси объективов при этом совпадают с осями линз, и все искажения сводятся к искажениям линз и объективов. Недостаток такой оптической системы — удвоенный расход фотопленки и сложная ее обработка. Габариты установки при этом велики. Обычно предпочитают фотографировать обе проекции одной кинокамерой. В этом случае при использовании двух линз всегда существуют геометрические искажения.

Две основные оптические системы с одновременным фотографированием показаны на рис. 6б, в. Система по рис. 6б обеспечивает одинаковый масштаб и симметричные искажения, но требует как минимум четырех зеркал. "Косоугольная" поправка при этом отсутствует. Из-за большого количества зеркал, однако, вносятся дополнительные искажения и возрастают трудности при юстировке системы.

<sup>x/</sup> Кресты можно нанести на искровую камеру на координатном расточном станке типа SIP (Швейцария) или на аналогичных станках методом гравирования. Точность нанесения крестов и определения их координат определена точностью используемого станка (в среднем 5 мкм).

В системе на рис. 6а обе проекции трека фотографируются в разных масштабах, но требуется только одно зеркало. Юстировка оптической системы в этом случае значительно облегчена.

В случае использования одной большой линзы в системе на рис. 6в, ось которой совпадает с осью объектива кинокамеры, причем поверхность пленки параллельна поверхности линзы, тогда "косоугольное" искажение и искажение "в плоскости" исчезают. На практике, однако, такая линза имеет слишком большие размеры, возникают трудности при ее изготовлении, увеличиваются оптические искажения, вносимые самой линзой, и необходимая глубина фотографирования. Такую линзу было бы нужно сделать асферической.

В оптических системах, указанных на рис. 6б, в, можно всегда в одной проекции иметь только искажения типа одного из вышеуказанных. Параллельность плоскости пленки и линзы искровой камеры можно хорошо обеспечить, например, при помощи прибора, описанного в приложении.

Если для кинокамеры сделать специальную головку для двух объективов, можно привести любую систему к случаю, показанному на рис. 6а. При этом получают снимки обеих проекций рядом на одном кадре.

### З а к л ю ч е н и е

Были вычислены поправки на геометрические искажения в эксперименте для определения параметра тройного рассеяния  $R_p$  [2]. При этом была использована оптическая система, показанная на рис. 6в. Фокусные расстояния линз были при этом 2 м, фокус объектива фотоаппарата - 35 мм, размеры камеры - 500 x 300 мм, размер кадра - 18 x 24 мм, оптическая ось объектива - 140 мм, выше оптической оси боковой линзы. Угловое распределение протонов, рассеянных внутри искровой камеры, аппроксимировалось формулой

$$\sigma = \sigma_0 [1 + P_2 \cdot P_3(\theta) \cdot \cos \phi_3 - P_1 P_3(\theta) \cdot R \cdot \sin \phi_3] \quad (9)$$

На фотографиях двух проекций искровой камеры определялись углы излома трека  $\theta_1, \theta_2$  [3], которые связаны с пространственными углами  $\theta_3, \phi_3$ . На основании большого количества снимков методом максимума правдоподобия вычислялись величины  $P_2$  и  $R$  [4].

При этом наблюдались искажения обоих типов. Из измеренных координат крестов получены вышеуказанным способом все константы для поправок. Константы приведены в таблице 1.

Величины  $P_2$  и  $R$ , вычисленные по формуле (9) без поправок на геометрические искажения и с разными поправками, показаны в таблице 2. Из таблицы

видно, что поправки меняют величины  $P_2$  и  $R$  в среднем на 5%.

Влияние геометрических поправок на измеренные углы излома трека  $\theta_1, \theta_2$  для нескольких случаев показано в таблице 3.

В заключение авторы выражают глубокую благодарность Ю.М. Казаринову за ценные обсуждения, И. Выскочиловой, П.И. Зольникову и Ю.С. Туманову за помощь в работе.

### ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Параллельность плоскостей линз и фотопленки можно обеспечить с помощью устройства, показанного на рис. 7. Прибор ввинчивается в объектив кинокамеры, которой фотографируются треки. Свет лампочки, стоящей в центре круга, отражается от передней стенки искровой камеры и падает в объектив. Надо при этом поставить фотоаппарат так, чтобы световая марка находилась в центре поля зрения и одновременно в центре стенки камеры. Прибор обеспечивает юстировку с точностью 0,0005 радиана.

### Л и т е р а т у р а

1. М.Д. Коншин. Аэрофототопография, Геодиздат, Москва, 1952.
2. Ю.М. Казаринов, Ф. Легар, А.Ф. Писарев, А.М. Розанова, Ю.Н. Симонов. Материалы XII-ой международной конференции по физике высоких энергий. Дубна, 1984 г.
3. Ф. Легар, М. Малы, О. Стоп. Препринт ОИЯИ, Р-2340, Дубна, 1985.
4. И. Быстрицкий, Ф. Легар. Препринт ОИЯИ, Р-2028, Дубна, 1985.

Рукопись поступила в издательский отдел  
6 ноября 1985 г.

Таблица 1

$$\begin{aligned}
 A &= -1,5862 \times 10^{-5} & A &= -3,9040 \times 10^{-5} \\
 B &= -9,2954 \times 10^{-3} & B &= -1,2914 \times 10^{-3} \\
 C &= 6,8279 \times 10^{-6} & C &= 1,2608 \times 10^{-5} \\
 D &= 0,9960 & D &= 0,9967
 \end{aligned}$$

$$\operatorname{tg} \omega_{\delta} = -0,0825; \quad \omega_{\delta} = -4^{\circ} 43'$$

$$\operatorname{tg} \omega_{\beta} = 0,0215; \quad \omega_{\beta} = 1^{\circ} 14'$$

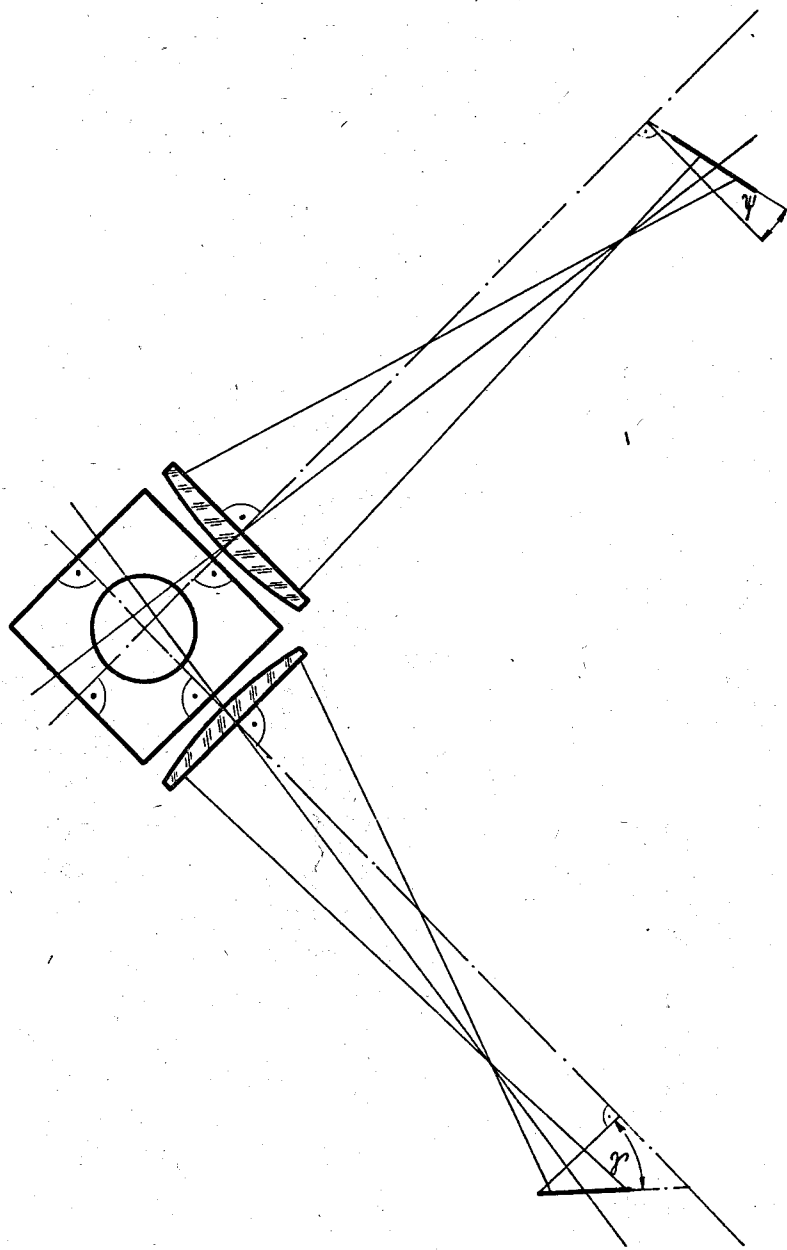
Таблица 2

$\theta^{\circ}$ мин - $\theta^{\circ}$ макс	Без поправок			Только поправки "в плоскости"		
	P <sub>2</sub>	R	Число случаев	P <sub>2</sub>	R	Число случаев
7 - 30	0,095	0,320	138	0,091	0,309	140
8 - 30	0,136	0,250	123	0,137	0,249	123
9 - 30	0,182	0,165	105	0,179	0,189	106
10 - 30	0,175	0,136	99	0,200	0,128	93
11 - 30	0,198	0,127	93	0,213	0,128	84

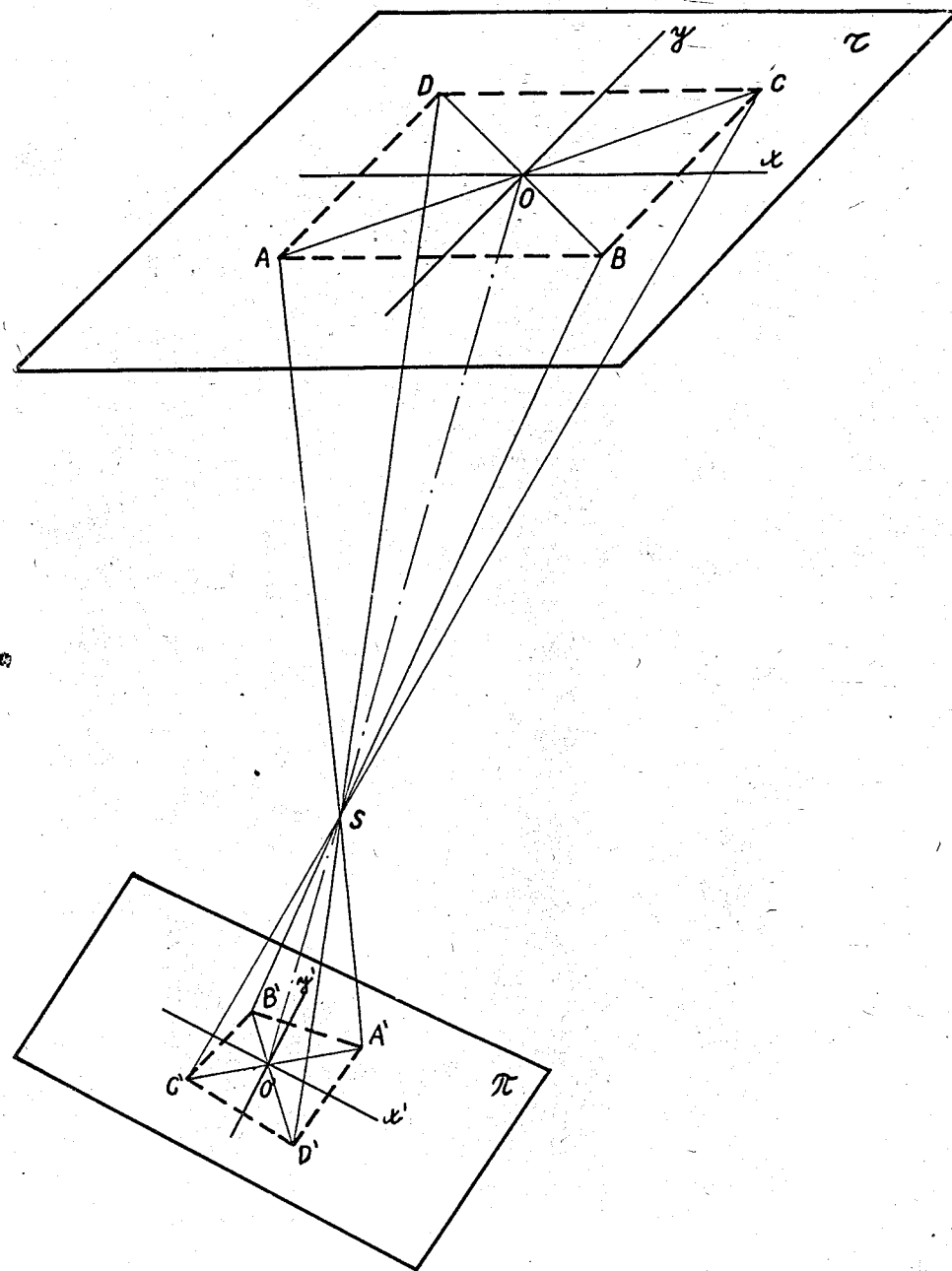
$\theta^{\circ}$ мин - $\theta^{\circ}$ макс	Только косоугольная поправка			Все поправки		
	P <sub>2</sub>	R	Число случаев	P <sub>2</sub>	R	Число случаев
7 - 30	0,086	0,314	144	0,087	0,313	144
8 - 30	0,131	0,276	126	0,136	0,231	128
9 - 30	0,178	0,155	110	0,176	0,155	110
10 - 30	0,167	0,078	100	0,167	0,078	100
11 - 30	0,216	0,109	94	0,217	0,109	94

Таблица 3

Измеренные углы		Только поправки "в плоскости"		Только косоугольные поправки		Все поправки		Без поправки
$\theta_1^{\circ}$	$\theta_2^{\circ}$	$\theta_{1\text{пл}}^{\circ}$	$\theta_{2\text{пл}}^{\circ}$	$\theta_{1\text{кос}}^{\circ}$	$\theta_{2\text{кос}}^{\circ}$	$\theta_1^{\circ}$	$\theta_2^{\circ}$	$\phi^{\circ}$
5	5	5,02	5,02	5,40	4,88	5,42	4,91	
10	10	10,04	10,06	10,79	9,77	10,83	9,82	
15	15	15,05	15,09	16,15	14,67	16,21	14,76	
20	20	20,07	20,14	21,47	19,57	21,55	19,71	
30	30	30,10	30,23	31,96	29,42	32,07	29,65	
40	40	40,12	40,33	42,20	39,34	42,34	39,67	45
45	45	45,13	45,38	47,22	44,33	47,36	44,71	
50	50	50,13	50,42	52,17	49,34	52,32	49,77	
70	70	70,11	70,54	71,39	69,56	71,52	70,12	
80	80	80,09	80,55	80,73	79,77	80,85	80,34	
5	0	5,02	0	4,99	-0,11	5,01	-0,11	
10	0	10,04	0	9,98	-0,22	10,02	-0,22	
15	0	15,05	0	14,97	-0,33	15,03	-0,33	
20	0	20,07	0	19,97	-0,45	20,04	-0,45	
40	0	40,12	0	39,95	-1,03	40,07	-1,04	90
60	0	60,13	0	59,96	-2,13	60,08	-2,14	
80	0	80,09	0	79,98	-6,94	80,07	-7,00	
0	5	0	5,02	0,42	4,99	0,41	5,02	
0	10	0	10,06	0,83	9,98	0,84	10,04	
0	15	0	15,09	1,26	14,97	1,27	15,04	
0	20	0	20,14	1,72	19,97	1,73	20,10	
0	40	0	40,33	3,95	39,95	4,00	40,28	0
0	60	0	60,50	8,12	59,96	8,28	60,45	
0	80	0	80,55	25,04	79,98	26,32	80,53	

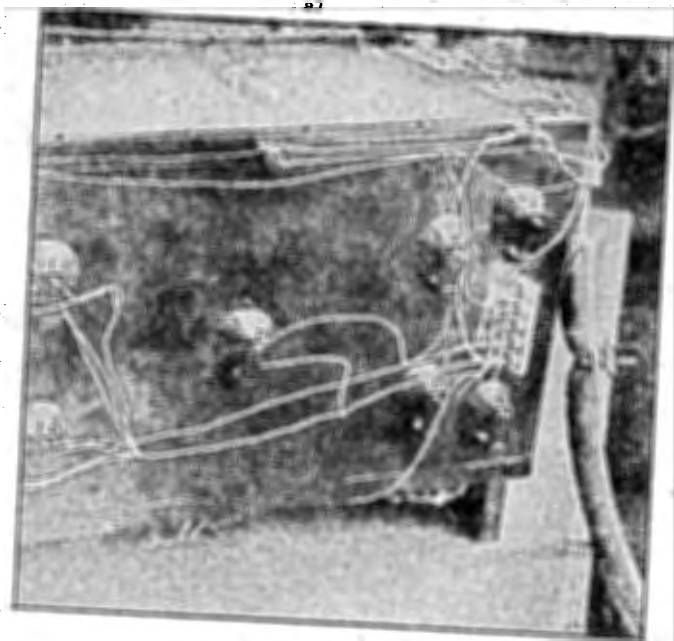
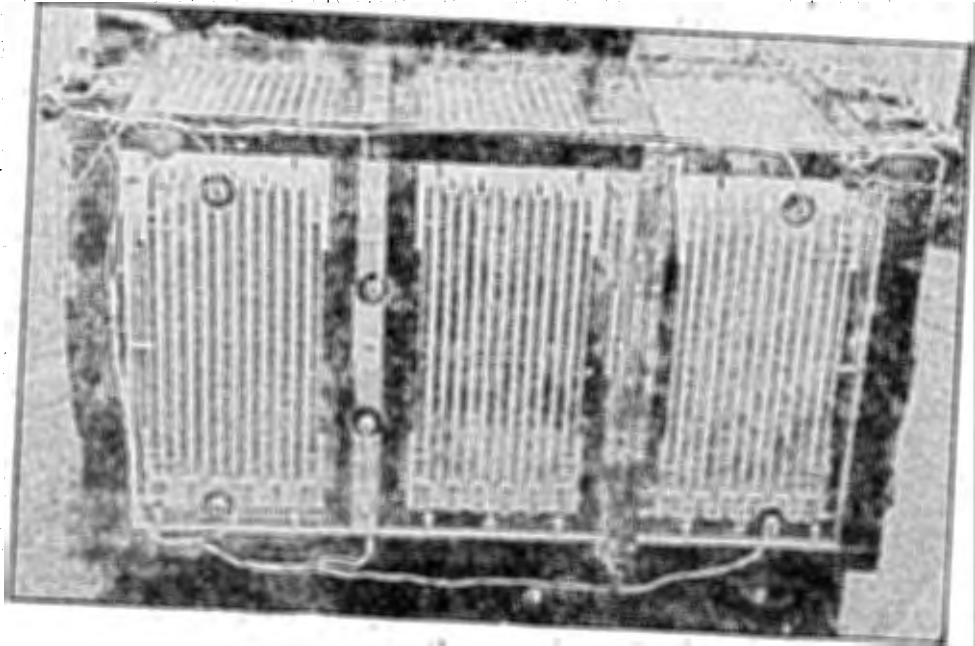


Р и с. 1. Общая оптическая система для фотографирования треков в искровых камерах.

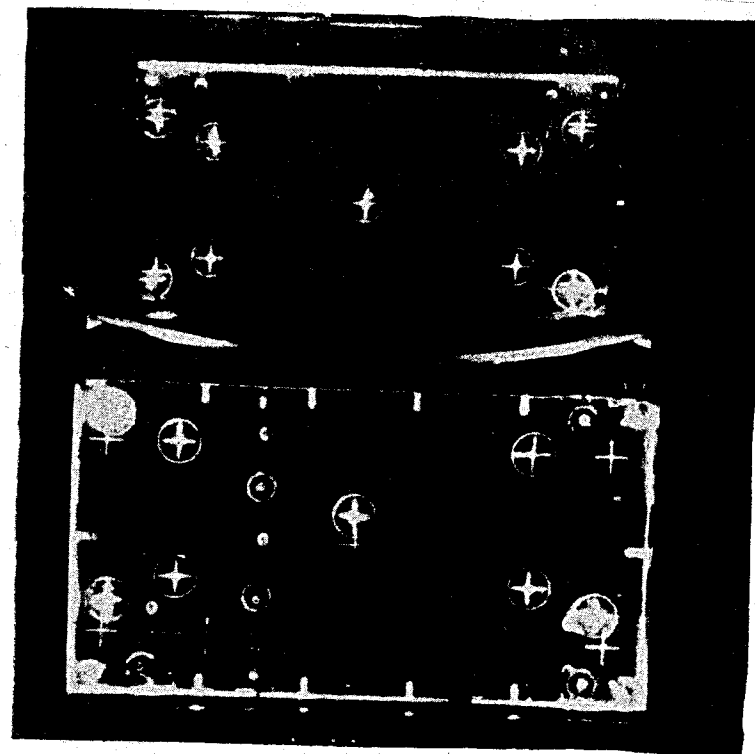


Р и с. 2. Оптические искажения, возникающие при наклоне фотопленки относительно стенок искровой камеры.





Р и с. 3. Искровая камера с крестами и подсветкой.



Р и с. 4. Фотография крестов, нанесенных на стенки искровой камеры.

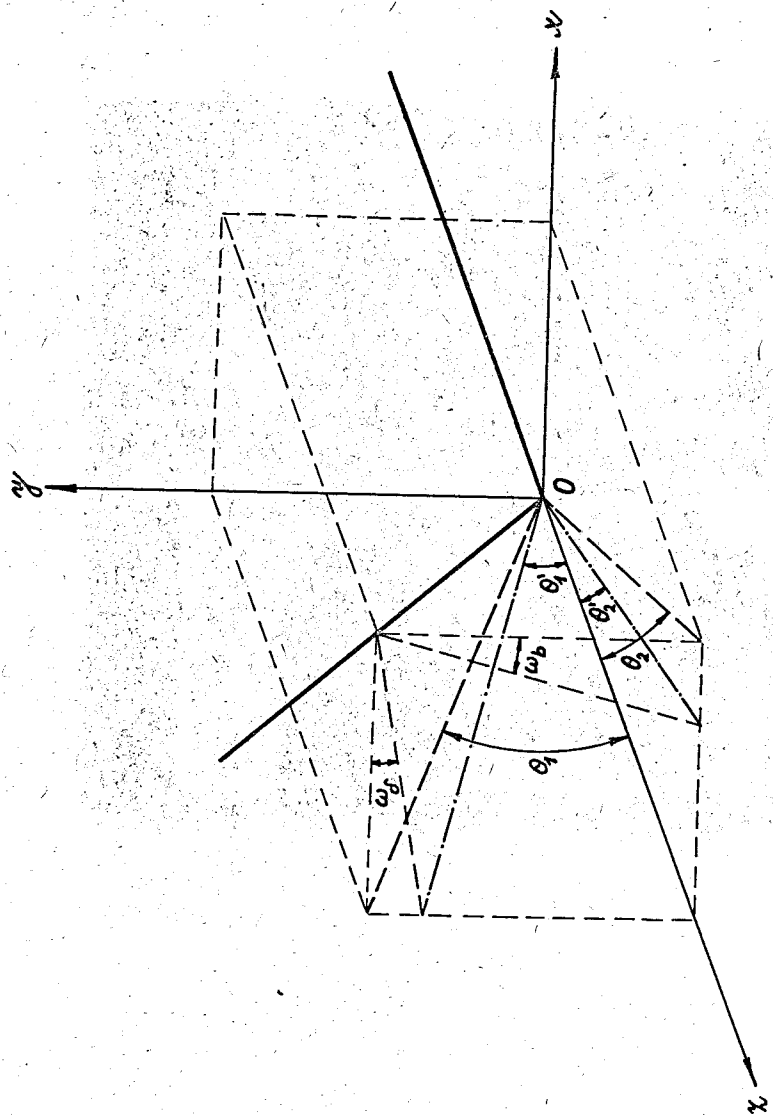
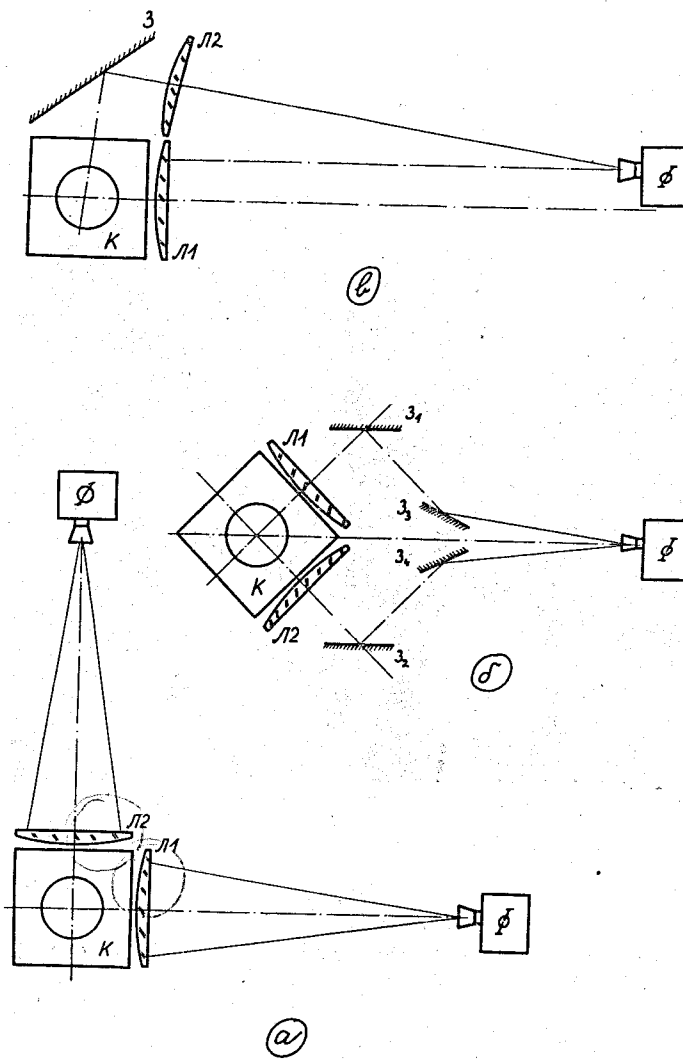
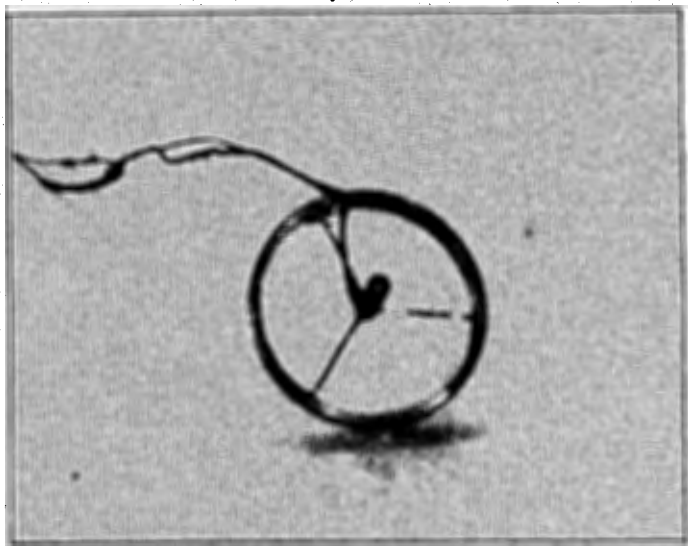


Рис. 5



Р и с. 6. Оптические системы, часто применяемые в опытах с искровыми камерами.



**Р и с. 7. Устройство для определения параллельности фотопленки и стенок искровой камеры (плоскости линз).**