

С 323.4

К-199

3/ХII-65

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

P - 2400



ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Као Ти, Нгуен Ван Хьеу, Бронислав Средниава

МЕЗОННЫЕ РЕЗОНАНСЫ 2^+ , 1^+ , 0^+
В ТЕОРИИ ВЫСШИХ СИММЕТРИЙ

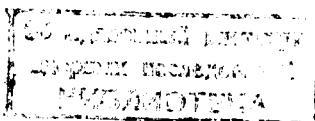
1965

P - 2400

Као Ти, Нгуен Ван Хьеу, Бронислав Среднява^{x/}

МЕЗОННЫЕ РЕЗОНАНСЫ 2^+ , 1^+ , 0^+
В ТЕОРИИ ВЫСШИХ СИММЕТРИЙ

Направлено в Fortschritte der Physik



^{x/} Прикомандирован из Ягеллонского университета, Краков, Польша.

3756/3 48.

В в е д е н и е

В последнее время был найден ряд новых мезонов: 2^+ , 1^+ , 0^+ (см. ^{1/}). Низшими представлениями групп $\bar{SU}(12)$, содержащими такие мезоны, являются 4212^+ и $5940^+/2^+$. В $SU(6)$ такие мезонные резонансы принадлежат представлениям 189, 405, а в $U(6)$ -представлениям, 225, 441 соответственно.

В настоящей работе мы рассматриваем параллельно все эти представления, связь между которыми будет установлена в § 1, 2, 3. В § 4 мы дадим явное выражение матричного элемента распада мезонов 2^+ , 1^+ , 0^+ на известные векторные и псевдоскалярные мезоны. Некоторые состояния распадающегося мезона с необычными значениями изоспина и гиперзаряда рассматриваются в § 5. Полученные результаты обсуждаются в §§ 6, 7.

§ 1. $SU(6)$ и $U(6)$

Относительно подгруппы $SU(3) \otimes SU(2)$ мы имеем следующие разложения для представлений 189 и 405:

$$\underline{189} = (1,1) + \{1,8\} + (1,27) + (3,8) + (3,8) + (3,10) + (3,10^*) + (5,1) + (5,9),$$

$$\underline{405} = (1,27) + (1,8) + (1,1) + (3,8) + (3,8) + (3,10) + (3,10^*) + (3,27) + (5,1) + (5,8) + (5,27).$$

Эти разложения в явном виде даны в приложении А. Если вместо $SU(6)$ мы рассматриваем $U(6)$, то для соответствующих представлений мы получаем очень простые разложения относительно $U(3) \otimes U(2)$. Для представления 225 мы имеем:

$$\Phi_{[CD]}^{[AB]} = \phi_{(cd)}^{(ab)} \Psi_{[rs]}^{[pq]} + \phi_{[cd]}^{(ab)} \Psi_{(rs)}^{[pq]} + \phi_{(cd)}^{[ab]} \Psi_{[rs]}^{(pq)} + \phi_{[cd]}^{[ab]} \Psi_{(rs)}^{(pq)}, \quad (1)$$

где a, b, c, d ($= 1, 2$) - спиновые индексы, p, q, r, s ($= 1, 2, 3$) - унитарные индексы.

Для представления 441 нужно делать замену $(..) \leftrightarrow [..]$ для унитарных индексов.

По сравнению с представлениями 189 и 405 появляются новые члены в обоих представлениях 225 и 441:

$$(1,8), (1,1), (3,8), (3,1).$$

Состояния, содержащиеся в этих новых представлениях, могут смешиваться с некоторыми состояниями представлений 189 и 405. Однако существует немало состояний, которые однозначно определяются независимо от того, какую схему мы возьмем (мы их перечислим в § 5). Кроме того, в дальнейшем мы увидим, что представления 4212+ и 5940+ в схеме $\tilde{SU}(12)$ являются как раз релятивистским обобщением представлений 225 и 441 группы $U(6)$.

§ 2. Связь между $GL(6)$ и $\tilde{SU}(12)$

После появления работы ^{/3/} рядом авторов были предложены различные группы, которые являются релятивистскими обобщениями группы $SU(6)$. В нашей работе мы докажем, что путем "релятивизации" представлений 225 и 441 по схеме $GL(6)$, изложенной в работе ^{/4/}, можно получить представления 4212+ и 5940+ группы $\tilde{SU}(12)$. Тот факт, что группы $\tilde{SU}(12)$ является релятивистским обобщением группы $U(6)$, был отмечен в ^{/5/}.

Чтобы получить релятивистскую форму для выражения (1) по схеме $GL(6)$, нужно ввести пунктирные и непунктирные индексы (см. ^{/4/}). Таким образом, вместо одной функции ϕ_{CD}^{AB} мы имеем замкнутую цепочку функций:

$$\phi_{CD}^{AB}, \phi_{CD}^{\dot{A}\dot{B}}, \phi_{CD}^{\ddot{A}\ddot{B}}, \dots, \phi_{\dot{C}\dot{D}}^{\dot{A}\dot{B}} \quad (2)$$

которые связаны друг с другом обобщенными уравнениями движения типа

$$-\frac{i}{M} p_E^{\dot{A}} \phi_{CD}^{EB} = \phi_{CD}^{\dot{A}B},$$

$$+\frac{i}{M} p_C^E \phi_{ED}^{AB} = \phi_{CD}^{AB}.$$

Как и в работе ^{/4/}, мы предполагаем, что симметрия нарушается определенным образом, а именно, так, чтобы

$$p_E^{\dot{A}} \rightarrow p_{\dot{E}}^{\dot{A}} \delta_{\dot{E}}^{\dot{D}},$$

где

$$\dot{A} = (\dot{a}, \dot{p}), \quad E = (e, t), \quad \hat{p} = p_\mu \sigma_\mu.$$

В таком случае между спиновыми функциями и различными пунктирными и непунктирными индексами можно установить связь с помощью уравнений типа

$$-\frac{i}{M} \hat{p}_{\dot{a}}^{\dot{A}} \phi_{\dot{c}\dot{d}}^{eb} = \phi_{\dot{c}\dot{d}}^{\dot{A}b},$$

$$+\frac{i}{M} \hat{p}_{\dot{b}}^{\dot{B}} \phi_{\dot{c}\dot{d}}^{ab} = \phi_{\dot{c}\dot{d}}^{\dot{B}a}. \quad (3)$$

Чтобы перейти к $\tilde{SU}(12)$, мы группируем функции с различными пунктирными и непунктирными индексами в матрицах 4×4 . Иначе говоря, мы докажем, что вся цепочка (2) образует определенное неприводимое представление группы $\tilde{SU}(12)$. Все это будет видно в дальнейшем. В нашей работе мы пользуемся представлением, в котором

$$(\gamma_\mu)_{\dot{\beta}}^{\dot{\alpha}} = \begin{pmatrix} 0 & (\sigma_\mu)_{\dot{b}}^{\dot{a}} \\ (\sigma_\mu)_{\dot{b}}^{\dot{a}} & 0 \end{pmatrix}; \quad (\gamma_\mu)_{\dot{\beta}}^{\dot{\alpha}} = \begin{pmatrix} \delta_{\dot{b}}^{\dot{a}} & 0 \\ 0 & -\delta_{\dot{b}}^{\dot{a}} \end{pmatrix},$$

где элементы матриц σ_μ определяются следующим образом:

$$(\sigma_4)_{\dot{a}}^{\dot{b}} = (\sigma_4)_{\dot{a}}^{\dot{b}} = \delta_{\dot{b}\dot{a}},$$

$$(\sigma_i)_{\dot{a}}^{\dot{b}} = -(\sigma_i)_{\dot{a}}^{\dot{b}} = i[\sigma_i]_{\dot{b}\dot{a}} \quad (i = 1, 2, 3).$$

Кроме того, мы ввели оператор $C = \gamma_2 \gamma_4$:

$$C_{\dot{\alpha}\dot{\beta}} = \begin{pmatrix} \epsilon^{\dot{a}\dot{b}} & 0 \\ 0 & \epsilon_{\dot{a}\dot{b}} \end{pmatrix},$$

который играет роль метрического тензора в нашем случае. Обратный оператор имеет вид

$$(C^{-1})^{\dot{\alpha}\dot{\beta}} = \begin{pmatrix} \epsilon^{\dot{a}\dot{b}} & 0 \\ 0 & \epsilon_{\dot{a}\dot{b}} \end{pmatrix}.$$

Теперь рассмотрим отдельно спиновые функции $\phi_{[cd]}^{[ab]}$, $\phi_{[cd]}^{(ab)}$, $\phi_{(cd)}^{[ab]}$ и $\phi_{(cd)}^{(ab)}$ и их "релятивизацию".

а) Спиновая функция $\phi_{[ed]}^{[ab]}$

Очевидно, что единственным выражением для функции $\phi_{[ed]}^{[ab]}$, описывающей частицу со спином 0, является:

$$\phi_{[ed]}^{[ab]} = \epsilon^{ab} \epsilon_{ed}.$$

Чтобы получить различные функции цепочки (2), исходя из $\phi_{[ed]}^{[ab]}$, нужно пользоваться уравнениями (3). Для ϵ^{ab} имеем:

$$-\frac{i}{M} \hat{p}_0^a \epsilon^{ab} = -\frac{i}{M} \hat{p}^a b,$$

$$-\frac{i}{M} \hat{p}_0^b \epsilon^{ab} = \frac{i}{M} \hat{p}^b a = \frac{i}{M} \hat{p}^a b,$$

$$\left(-\frac{i}{M} \hat{p}\right)_0^b \left(-\frac{i}{M} \hat{p}\right)_t^a \epsilon^{ab} = -\epsilon^{ab}.$$

Если сгруппировать эти функции в матрице 4 x 4, то получим

$$\begin{pmatrix} \epsilon^{ab} & \frac{i}{M} \hat{p}_0^a \epsilon^{ab} \\ -\frac{i}{M} \hat{p}_0^b \epsilon^{ab} & -\epsilon^{ab} \end{pmatrix}.$$

Эта матрица равна произведению трех матриц:

$$\begin{pmatrix} \delta_t^a & -\frac{i}{M} \hat{p}_t^a \\ -\frac{i}{M} \hat{p}_t^a & \delta_t^a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \delta_a^r & 0 \\ 0 & -\delta_a^r \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \epsilon^{ab} & 0 \\ 0 & \epsilon^{ab} \end{pmatrix} = \left(1 - \frac{i}{M} \hat{p}\right)_\rho^a (\gamma_\mu)_\sigma^b (C^{-1})^{\sigma\beta},$$

где

$$(\hat{p})_\beta^a = (p_\mu \gamma_\mu)_\beta^a; \quad a, \beta = 1, 2, 3, 4.$$

Таким образом, после "релятивизации" мы получаем:

$$\epsilon^{ab} \rightarrow \left[\left(1 - \frac{i}{M} \hat{p}\right)_\rho \gamma_\sigma C^{-1} \right]^{a\rho b\sigma}.$$

Аналогично нетрудно получить "правило релятивизации" для ϵ_{ed} :

$$\epsilon_{ed} \rightarrow [C \gamma_\sigma (1 + \frac{i}{M} \hat{p})]_{\gamma\delta}.$$

В результате релятивистским выражением для $\phi_{[ed]}^{[ab]}$ является

$$\phi_{[ed]}^{[ab]} \rightarrow \left[\left(1 - \frac{i}{M} \hat{p}\right)_\rho \gamma_\sigma C^{-1} \right]^{a\rho b\sigma} [C \gamma_\delta (1 + \frac{i}{M} \hat{p})]_{\gamma\delta}.$$

б) Спиновые функции $\phi_{[ed]}^{(ab)}$ и $\phi_{(ed)}^{[ab]}$

Напишем $\phi_{[ed]}^{(ab)}$ в виде произведения

$$\phi_{[ed]}^{(ab)} = \phi^{(ab)} \epsilon_{ed}.$$

Функция $\phi^{(ab)}$ описывает частицу со спином 1. Этот симметричный тензор второго ранга можно связать с вектором A_μ следующим образом:

$$\phi^{(ab)} = -\frac{i}{M} \hat{p}_t^a (\sigma_\mu)_s^b \epsilon^{ab} A_\mu.$$

Так как индексы a и b симметричны, мы имеем:

$$\epsilon_{ba} \phi^{(ab)} = \epsilon_{ba} \left(-\frac{i}{M} \hat{p}\right)_t^a (\sigma_\mu)_s^b \epsilon^{ab} A_\mu = 0,$$

отсюда

$$p_\mu A_\mu = 0.$$

Цепочка (2) для исходной функции $\phi^{(ab)}$, сгруппированная в матрице 4x4, имеет вид:

$$\begin{pmatrix} -\frac{i}{M} \hat{p}_t^a (\sigma_\mu)_s^b \epsilon^{ab} & (\sigma_\mu)_s^a \epsilon^{ab} \\ (\sigma_\mu)_s^a \epsilon^{ab} & -\frac{i}{M} \hat{p}_t^a (\sigma_\mu)_s^b \epsilon^{ab} \end{pmatrix} A_\mu.$$

Можно непосредственно проверить, что эта матрица равна

$$\left(1 - \frac{i}{M} \hat{p}\right)_\rho^a (\gamma_\mu)_\sigma^b (C^{-1})^{\sigma\beta}.$$

Следовательно, имеем следующее "правило релятивизации" для $\phi_{[ed]}^{(ab)}$:

$$\phi_{[od]}^{(ab)} \rightarrow [(1 - \frac{i}{M} \hat{P}) \gamma_\mu C^{-1}]^{\alpha\beta} [C \gamma_\nu (1 + \frac{i}{M} \hat{P})]_{\gamma\delta} A_\mu$$

и аналогично:

$$\phi_{(od)}^{[ab]} \rightarrow [(1 - \frac{i}{M} \hat{P}) \gamma_\nu C^{-1}]^{\alpha\beta} [C \gamma_\mu (1 + \frac{i}{M} \hat{P})]_{\gamma\delta} A_\mu$$

в) Спиновая функция $\phi_{(od)}^{(ab)}$

Симметричный спинор четвертого ранга $\phi_{(od)}^{(ab)}$ можно связать с общим тензором второго ранга $F_{\mu\nu}$ следующим образом:

$$\phi_{(od)}^{(ab)} = -\frac{1}{M} \hat{P}_i^a (\sigma_\mu)_a^i \epsilon^{ab} \cdot \epsilon_{\alpha\beta} (\sigma_\nu)_\alpha^{\beta} (\frac{i}{M} \hat{P})_d^{\gamma} F_{\mu\nu} \quad (4)$$

Так как ab и cd симметричны, то

$$p_\mu F_{\mu\nu} = p_\nu F_{\mu\nu} = 0$$

Свертывая индексы a и c , получаем

$$\phi_{(od)}^{(ab)} = -(\sigma_\nu)_{d\delta} (\sigma_\mu)^{\delta b} F_{\mu\nu}$$

Теперь разлагаем тензор $F_{\mu\nu}$ на симметричную и антисимметричную части:

$$F_{\mu\nu} = S_{(\mu\nu)} + \frac{1}{\sqrt{3}} (\delta_{\mu\nu} + \frac{p_\mu p_\nu}{M^2}) \Phi + A_{[\mu\nu]}$$

где $S_{(\mu\mu)} = 0$.

Легко показать, что $-(\sigma_\nu)_{d\delta} (\sigma_\mu)^{\delta b} S_{(\mu\nu)} = 0$, таким образом,

$$\phi_{(od)}^{(ab)} = -(\sigma_\nu)_{d\delta} (\sigma_\mu)^{\delta b} \{ A_{[\mu\nu]} + \frac{1}{\sqrt{3}} (\delta_{\mu\nu} + \frac{p_\mu p_\nu}{M^2}) \Phi \}$$

Возьмем последний шпур по b, d :

$$\phi_{(ab)}^{(ab)} = 2\delta_{\mu\nu} \{ A_{[\mu\nu]} + \frac{1}{\sqrt{3}} (\delta_{\mu\nu} + \frac{p_\mu p_\nu}{M^2}) \Phi \} = 2\sqrt{3} \Phi$$

Таким образом, симметричный спинор четвертого ранга со своими шпурами эквивалентен сумме тензоров $S_{(\mu\nu)}$, $A_{[\mu\nu]}$ и $\frac{1}{\sqrt{3}} (\delta_{\mu\nu} + \frac{p_\mu p_\nu}{M^2}) \Phi$, иначе говоря, он описывает частицы со спинами 2, 1, 0.

Цепочку (2) для исходной функции $\phi_{(od)}^{(ab)}$ можно получить с помощью уравнений (3). После группировки получаем:

$$\begin{pmatrix} -\frac{i}{M} \hat{P}_i^a (\sigma_\mu)_a^i \epsilon^{\delta b} (\sigma_\mu)_\delta^{\delta b} \\ (\sigma_\mu)_a^i \epsilon^{ab} & -\frac{i}{M} \hat{P}_i^a (\sigma_\mu)_a^i \epsilon^{\delta b} \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} \epsilon_{\alpha\beta} (\sigma_\nu)_\alpha^{\beta} (\frac{i}{M} \hat{P})_d^{\gamma} & \epsilon_{\alpha\beta} (\sigma_\nu)_\alpha^{\beta} \\ \epsilon_{\delta\delta} (\sigma_\nu)_\delta^{\delta} & \epsilon_{\delta\delta} (\sigma_\nu)_\delta^{\delta} (\frac{i}{M} \hat{P})_d^{\gamma} \end{pmatrix} F_{\mu\nu}$$

отсюда

$$\phi_{(od)}^{(ab)} \rightarrow [(1 - \frac{i}{M} \hat{P}) \gamma_\mu C^{-1}]^{\alpha\beta} [C \gamma_\nu (1 + \frac{i}{M} \hat{P})]_{\gamma\delta} F_{\mu\nu} \quad (5)$$

Рассматриваем теперь часть со спином 2. В выражении (4) нужно вместо $\phi_{(od)}^{(ab)}$ взять $\phi_{(od)}^{0(ab)}$, где индекс 0 обозначает, что данный спинор имеет шпур, равный нулю, а вместо $F_{\mu\nu} = S_{(\mu\nu)}$. Как уже сказано, цепочка (2) замкнута, поэтому можно считать любую функцию исходной. Возьмем, например, следующую функцию в качестве исходной:

$$\phi_{(od)}^{0(ab)} = -\frac{1}{M} \hat{P}_i^a (\sigma_\mu)_a^i \epsilon^{ab} \cdot \epsilon_{\delta\delta} (\sigma_\nu)_\delta^{\delta} (\frac{i}{M} \hat{P})_d^{\gamma} S_{(\mu\nu)} \quad (6)$$

Функция $\phi_{(od)}^{0(ab)}$ связана с предыдущей функцией следующим уравнением:

$$\phi_{(od)}^{0(ab)} = \frac{i}{M} \hat{P}_0^a \phi_{(od)}^{(ab)} \quad (7)$$

Подставив (6) в (7), после некоторых преобразований получаем:

$$\phi_{(od)}^{0(ab)} = -\frac{1}{2M} (\sigma_\lambda)_i^a (\sigma_\mu)^{ib} (\sigma_\nu)_{\alpha\delta} S_{[\lambda\mu]\nu}$$

где

$$S_{[\lambda\mu]\nu} = p_\lambda S_{(\mu\nu)} - p_\mu S_{(\lambda\nu)}$$

Еще раз, пользуясь (8), получаем:

$$\phi_{(od)}^{(ab)} = \frac{1}{4M^2} (\sigma_\eta)_d^i (\sigma_\lambda)_i^a (\sigma_\mu)^{ib} (\sigma_\nu)_{od} S[\lambda\mu][\eta\nu]$$

где

$$S[\lambda\mu][\eta\nu] = P_\eta S[\lambda\mu]_\nu - P_\nu S[\lambda\mu]_\eta$$

Аналогично имеем:

$$\phi_{(od)}^{(ab)} = \frac{1}{2M} (\sigma_\lambda)_o^i (\sigma_\nu)_{rd} (\sigma_\mu)^{ib} S_\mu[\lambda\nu]$$

где

$$S_\mu[\lambda\nu] = P_\lambda S_{(\mu\nu)} - P_\nu S_{(\lambda\mu)}$$

и

$$\phi_{(od)}^{(ab)} = \frac{1}{4M^2} (\sigma_\lambda)_r^i (\sigma_\mu)^{rb} (\sigma_\eta)_o^i (\sigma_\nu)_{od} S[\lambda\mu][\eta\nu]$$

Остальные функции цепочки (2) выражаются подобным образом через один из трех тензоров $S[\lambda\mu]_\nu$, $S_\mu[\lambda\nu]$, $S[\lambda\mu][\eta\nu]$. В дальнейшем мы пользуемся только выражением (5), поэтому не нужны явные выражения для различных функций цепочки (2). Если вместо $S_{(\mu\nu)}$ мы исходим из тензора $A_{[\mu\nu]}$, отвечающего спину 1, то мы получаем подобные выражения для $A_{[\lambda\mu]_\nu}$, $A_\mu[\lambda\nu]$, $A[\lambda\mu][\eta\nu]$. Эти результаты показывают тесную связь между $GL(8)$ и $SU(12)$.

Важно отметить, что в то время как $\phi_{(od)}^{(ab)} \neq 0$, выражение

$$\left[\left(1 - \frac{i}{M} \hat{p} \right) \gamma_\mu C^{-1} \right]^{\alpha\beta} [C\gamma_\nu (1 + \frac{i}{M} \hat{p})]_{\alpha\delta} F_{\mu\nu} = 0$$

что можно проверить непосредственно. Таким образом, ясно, почему представления 4212+ и 5940+ содержат в разложении лишние члены по сравнению с представлениями 189 и 405 в схеме $SU(8)$ даже после использования уравнений Баргмана-Вигнера. Эти лишние представления суть

$$(1,8), (1,1), (3,8), (3,1).$$

Эти члены есть не что иное, как шпурь, которые нужно вычесть, чтобы из $U(8)$ получить $SU(8)$. Кроме того, нужно отметить, что те компоненты, которые равны нулю при использовании уравнения Баргмана-Вигнера, не появляются в нашем процессе "реализации".

Одним словом, мы показали, что представления 4212+ и 5940+ можно получить из функций цепочки (2), которые, отдельно взятые, являются эквивалентными представлениями группы $GL(8)$.

§ 3. Унитарная часть

Функции $\Psi_{(rs)}^{(pq)}$, $\Psi_{[rs]}^{(pq)}$, $\Psi_{(rs)}^{[pq]}$, $\Psi_{[rs]}^{[pq]}$ в (1) являются соответственно представлениями 36 ($27 + 8 + 1$), 18 ($10 + 8$), 18 ($10^* + 8$), 9 ($8 + 1$) группы $U(3)$. Представление 36 описывает следующие частицы:

$$A_{20}, A_{20}, \bar{A}_{10}, A_{00}, \bar{A}_{00}, \bar{A}_{00}$$

$$A_{\frac{3}{2}1}, A_{\frac{3}{2}-1}, A_{\frac{1}{2}1}, A_{\frac{1}{2}-1}, \bar{A}_{\frac{1}{2}1}, \bar{A}_{\frac{1}{2}-1}$$

$$A_{12}, A_{1-2}$$

Здесь нижние индексы обозначают изоспин и гиперзаряд, знаки $-$, $*$ нужны, когда имеются разные частицы с одинаковыми изоспином и гиперзарядом.

В представлении $\Psi_{[rs]}^{(pq)}$ имеем:

$$B_{\frac{3}{2}1}, B_{\frac{1}{2}1}, B_{\frac{1}{2}-1}, \bar{B}_{\frac{1}{2}-1}$$

$$B_{10}, \bar{B}_{10}, B_{00}$$

$$B_{0-2}$$

Аналогично для $\Psi_{(rs)}^{[pq]}$ имеем:

$$C_{\frac{3}{2}-1}, C_{\frac{1}{2}-1}, C_{\frac{1}{2}1}, \bar{C}_{\frac{1}{2}1}$$

$$C_{10}, \bar{C}_{10}, C_{00}$$

$$C_{02}$$

Представление $\Psi_{[rs]}^{[pq]}$ является обычным конетом:

$$D_{10}, D_{00}, \bar{D}_{00}$$

$$D_{\frac{1}{2}1}, D_{\frac{1}{2}-1}$$

Чтобы найти физические состояния частиц, мы разлагаем эти представления на неприводимые представления подгруппы $SU(2) \otimes U(1)$ (здесь $SU(2)$ - группа изоспина). Например, для $\Psi_{[rs]}^{[pq]}$ имеем:

$$\Psi_{[rs]}^{[pq]} = \frac{1}{2} \epsilon^{pqrs} D_u^\nu \epsilon_{\nu rs}$$

где

$$D_u^\nu = \begin{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} D_{00}^0 + \frac{1}{\sqrt{2}} D_{10}^0 & D_{10}^+ & D_{\frac{1}{2}1}^+ \\ D_{10}^- & \frac{1}{\sqrt{2}} D_{00}^0 - \frac{1}{\sqrt{2}} D_{10}^0 & D_{\frac{1}{2}1}^- \\ D_{\frac{1}{2}-1}^- & D_{\frac{1}{2}-1}^+ & \bar{D}_{00}^0 \end{pmatrix}$$

Аналогично нетрудно получить явные выражения для других представлений.

§ 4. Вершинная функция

Рассматриваем теперь распад мезонов, принадлежащих представлениям 4212^+ и 5940^+ , на известные векторные и псевдоскалярные мезоны. Некоторые распады уже рассматривались в работах /8,7/.

Учитывая внутреннее нарушение симметрии, вызванное волновыми уравнениями (т.е. вводя шпуроны, см. /4,8/), мы получаем следующее общее выражение для матричного элемента распада:

$$L = g_0 \Phi_{CD}^{AB}(p) \bar{\Phi}_A^C(q) \bar{\Phi}_B^D(r) + \\ + g_1 k_A^O \Phi_{CD}^{AB}(p) [\bar{\Phi}_B^E(q) \bar{\Phi}_E^D(r) - \bar{\Phi}_B^E(r) \bar{\Phi}_E^D(q)] + \\ + g_2 k_A^A \Phi_{CD}^{AB}(p) k_B^D \bar{\Phi}_E^E(q) \bar{\Phi}_E^F(r).$$

Здесь p, q, r — четырехмерные импульсы распадающегося резонанса и продуктов распада, $k_B^A = k_B^a \delta_q^p$ ($k = q - r$). Явные выражения матричных элементов для конкретных случаев даны в приложении Б. Как было отмечено в /5/, представление 143 группы $\tilde{SU}(12)$ является релятивистским обобщением представления 36 группы $U(6)$. Мы можем либо из представления 36 получить представление 35 группы $SU(6)$ и затем идентифицировать частицы как обычно, либо взять непосредственно представление 36 и разлагать его на неприводимые представления подгруппы $U(3) \otimes U(2)$. Таким образом, для псевдоскалярных мезонов имеется две альтернативных схемы: диагональные элементы соответствующей унитарной матрицы являются

$$\text{либо } \frac{1}{\sqrt{6}} \eta + \frac{1}{\sqrt{2}} \pi^0 + \frac{1}{\sqrt{3}} \chi, \quad \frac{1}{\sqrt{6}} \eta - \frac{1}{\sqrt{2}} \pi^0 + \frac{1}{\sqrt{3}} \chi, \quad -\sqrt{\frac{2}{3}} \eta + \frac{1}{\sqrt{3}} \chi,$$

$$\text{либо } \frac{1}{\sqrt{2}} \eta + \frac{1}{\sqrt{2}} \pi^0, \quad \frac{1}{\sqrt{2}} \eta - \frac{1}{\sqrt{2}} \pi^0, \quad \chi.$$

Для векторных мезонов эта альтернатива не возникает, так как и в $U(6)$, и в $SU(6)$ спиновая часть уже имеет шпур, равный нулю, поэтому нонет останется нонетом после перехода к $\tilde{SU}(12)$. Ширины распада первоначальных мезонов существенно зависят от того, в какой схеме были взяты псевдоскалярные мезоны.

§ 5. Мезоны, которые могут быть однозначно идентифицированы

Как уже сказано в § 1, существует несколько состояний распадающихся мезонов, которые однозначно определяются независимо от того, является ли $U(6)$ или $SU(6)$ исходной нерелятивистской схемой. Во-первых, это относится к частицам со спином 2. Как видно из (1) и приложения А, унитарная часть для частиц со спином 2 в обеих схемах является нонетом (для определенности мы рассматриваем представления 225 и 189). Таким образом, для частиц со спином 2 вероятность распада зависит лишь от альтернативы, рассматриваемой в § 4, относительно выбора схемы симметрии для псевдоскалярных мезонов, появляющихся в результате распада.

Во-вторых, резонансы со спинами 1 и 0 могут быть идентифицированы однозначно, если их изоспин или гиперзаряд принимает некоторые данные значения. Для представления 4212^+ мы имеем:

$$1^+ \text{ с } I = \frac{3}{2}, \quad Y = \pm 1 \quad (B_{\frac{3}{2}^{\pm 1}}, C_{\frac{3}{2}^{\pm 1}}),$$

$$1^+ \text{ с } I = 0, \quad Y = \pm 2 \quad (B_{0^{\pm 2}}, C_{0^{\pm 2}}),$$

$$0^+ \text{ с } I = 2, \quad Y = 0 \quad (A_{20}),$$

$$0^+ \text{ с } I = \frac{3}{2}, \quad Y = \pm 1 \quad (A_{\frac{3}{2}^{\pm 1}}),$$

$$0^+ \text{ с } I = 1, \quad Y = \pm 2 \quad (A_{1^{\pm 2}}).$$

Для представления 8940^+ мы имеем:

$$1^+ \text{ с } I = 2, \quad Y = 0 \quad (A_{20}),$$

$$1^+ \text{ с } I = 1, \quad Y = \pm 2 \quad (A_{1^{\pm 2}}),$$

$$1^+ \text{ с } I = 0, \quad Y = \pm 2 \quad (B_{0^{\pm 2}}, C_{0^{\pm 2}}),$$

$$0^+ \text{ с } I = 2, \quad Y = 0 \quad (A_{20}),$$

$$0^+ \text{ с } I = \frac{3}{2}, \quad Y = \pm 1 \quad (A_{\frac{3}{2}^{\pm 1}}),$$

$$0^+ \text{ с } I = 1, \quad Y = \pm 2 \quad (A_{1^{\pm 2}}).$$

Видно, что все вышеуказанные состояния не могут смешиваться с состояниями, содержащимися в представлениях

$$(1,8), (1,1), (3,8), (3,1),$$

которые появляются, если вместо $SU(6)$ мы рассматриваем $U(6)$ (см. § 1).

Так как в результате распада резонансов 1^+ , 0^+ с вышеуказанными значениями изоспина и гиперзаряда никогда не появляются χ и η , поэтому здесь альтернатива, обсуждаемая в § 4, не возникает. Таким образом, для распадов этих резонансов мы имеем однозначность относительно псевдоскалярных мезонов.

Одним словом, вероятность распада резонансов со спином 2^+ определяется однозначно независимо от того, в какой схеме, $U(8)$ или $SU(8)$, были взяты распадающиеся мезоны, но двузначно относительно псевдоскалярных мезонов, появляющихся в результате распада. Что касается резонансов 1^+ и 0^+ (с указанными выше изоспином и гиперзарядом) вероятность распада определяется однозначно.

Вероятность распада первоначальных мезонов в остальных состояниях существенно зависит от выбора группы симметрии: $U(8)$ или $SU(8)$.

§ 6. Ширины распада

Мы дадим здесь окончательные выражения для ширины распада для отдельных случаев:

$$2^+ \rightarrow 0^- + 0^-.$$

Матричный элемент:

$$G \frac{1}{\sqrt{8p_0 q_0 r_0}} k_\mu k_\nu S_{\mu\nu} (p) \bar{\Phi}_5(q) \bar{\Phi}_5(r).$$

Вероятность распада:

$$|G|^2 \frac{4}{15\pi M^2} |\vec{k}|^5 \quad (8)$$

$$2^+ \rightarrow 1^- + 0^-.$$

Матричный элемент: $G \frac{1}{\sqrt{8p_0 q_0 r_0}} \epsilon_{\mu\lambda\delta\phi} p_\lambda k_\nu k_\delta S_{\mu\nu} (p) \bar{\Phi}_\phi(q) \bar{\Phi}_5(r).$

Вероятность распада:

$$|G|^2 \frac{2}{5\pi} |\vec{k}|^5, \quad (9)$$

$$1^+ \rightarrow 1^- + 0^-.$$

Матричный элемент:

$$\frac{1}{\sqrt{8p_0 q_0 r_0}} (G_1 A_\mu (p) \bar{\Phi}_\mu(q) \bar{\Phi}_5(r) + G_2 k_\mu A_\mu(p) k_\nu \bar{\Phi}_\nu(q) \bar{\Phi}_5(r)). \quad (10)$$

Вероятность распада:

$$\frac{1}{\pi} \frac{1}{24M^2} R |\vec{k}|,$$

где $R = |G_1|^2 \left[2 + \frac{(M^2 + m^2 - \mu^2)^2}{4M^2 m^2} \right] +$

$$+ |G_2|^2 \left[M^2 - 2(m^2 + \mu^2) + \frac{(M^2 - 3m^2 - \mu^2)^2}{4m^2} \right] \left[M^2 - 2(m^2 + \mu^2) + \frac{(m^2 - \mu^2)^2}{M^2} \right] +$$

$$+ 2\text{Re}G_1 G_2 \left[M^2 - 2(m^2 + \mu^2) + \frac{(M^2 - 3m^2 - \mu^2)^2}{4m^2} + \frac{(m^2 - \mu^2)^2}{M^2} - \frac{(M^2 - 3m^2 - \mu^2)(M^2 + m^2 - \mu^2)(m^2 - \mu^2)}{4M^2 m^2} \right]$$

и m, μ - массы мезонов $1^-, 0^-$ соответственно.

Матричный элемент: $G \frac{1}{\sqrt{8p_0 q_0 r_0}} \Phi(p) \bar{\Phi}_5(q) \bar{\Phi}_5(r).$

Вероятность распада:

$$|G|^2 \frac{1}{8\pi M^2} |\vec{k}|. \quad (11)$$

Во всех выражениях для вероятности распада

$$|\vec{k}| = \frac{M}{2} \sqrt{1 - 2 \frac{m_1^2 + m_2^2}{M^2} + \frac{(m_1 - m_2)^2}{M^4}}, \quad (12)$$

где M, m_1, m_2 и p, q, r - массы и четырехмерные импульсы распадающегося мезона и продуктов распада, $\vec{k} = \vec{q} - \vec{r}$. Значения $|G|^2$ для мезонов со спином 2^+ даны в таблицах 1,2,3,4. Если положим $M = 1310$ Мэв, то пользуясь таблицами 1 и 2 и формулами (8) (9), мы получим:

$$\begin{aligned} \Gamma_{D_{10} K\bar{K}} : \Gamma_{D_{10} \eta\eta} : \Gamma_{D_{10} \pi\chi} : \Gamma_{D_{10} \rho\pi} \\ = 1 : 2 : \frac{1}{6} : 5 \quad (0^- \text{ в } SU(8)) \\ = 1 : 8 : 0 : 5 \quad (0^- \text{ в } U(8)) \end{aligned}$$

Таким образом, если мы отождествляем резонанс D_{10} , принадлежащий представлению 4212^+ , с мезонным резонансом A_2 , то соотношения, полученные нами в случае, когда мезоны 0^- взяты в схеме $SU(8)$, неплохо согласуются с экспериментальными данными (см. /1/). Такие соотношения также были получены в работах /6,7/. Однако, как видно из таблиц 3,4, можно отождествить мезонный резонанс A_2 и с A_{10} , \bar{A}_{10} , принадлежащими представлению 5940^+ . (Для A_{10} , \bar{A}_{10} мы получим такие же соотношения, что и для D_{10} , так как из таблиц 1,2,3,4 видно, что значения $|G|^2$ для D_{10} равны значениям $|G|^2$ для \bar{A}_{10} и в 4 раза меньше значений $|G|^2$ для A_{10}). Такая возможность еще не рассматривалась в предыдущих работах. Таким образом, пока трудно отождествить мезон A_2 с каким-нибудь из резонансов D_{10} , A_{10} , \bar{A}_{10} . Если будут найдены еще два резонанса, подобные A_2 , то можно будет их идентифицировать и тем самым ответить на вопрос, к какому представлению принадлежит данный резонанс.

Для резонанса $K\pi$ существует аналогичное положение: его можно отождествить с одним из резонансов: $D_{\frac{1}{2}1}$, $A_{\frac{1}{2}1}$, $\bar{A}_{\frac{1}{2}1}$ (как видно из таблиц 1,2,3,4, значения

$|G|^2$ для $D_{\frac{1}{2}1}$ в два раза меньше значения $|G|^2$ для $\bar{A}_{\frac{1}{2}1}$ и в три раза меньше значений $|G|^2$ для $A_{\frac{1}{2}1}$). Полагая $M = 1430$ Мэв, мы получим:

$$\begin{aligned} \Gamma_{D_{\frac{1}{2}1} K \eta} : \Gamma_{D_{\frac{1}{2}1} K \pi} : \Gamma_{D_{\frac{1}{2}1} K \omega} : \Gamma_{D_{\frac{1}{2}1} \rho K} : \Gamma_{D_{\frac{1}{2}1} K^* \pi} \\ = 1 : 30 : \frac{1}{2} : 2 : 6 \quad (0^-, \text{взяты в } SU(6)). \\ = 3 : 30 : \frac{1}{2} : 2 : 6 \quad (0^-, \text{взяты в } U(6)). \end{aligned}$$

Для $A_{\frac{1}{2}1}$, $\bar{A}_{\frac{1}{2}1}$ имеем те же соотношения, если возьмем ту же массу.

Относительно резонанса f_0 мы получим следующее соотношение, отбросив его с \bar{D}_{00} :

$$\Gamma_{D_{00} \pi \pi} : \Gamma_{D_{00} \eta \eta} = 1 : 0,01 \quad (0^- \text{ в } U(6))$$

Это соотношение остается тем же, если вместо \bar{D}_{00} мы возьмем D_{00} , A_{00}

\bar{A}_{00} .

Если пренебречь константой g_2 , то можно получить

$$\begin{aligned} \Gamma_{D_{00} \eta \eta} : \Gamma_{D_{00} \pi \pi} : \Gamma_{D_{00} K K} &= 1 : 4 : 22 \quad (0^- \text{ в } SU(6)) \\ &= 0,4 : 4 : 22 \quad (0^- \text{ в } U(6)). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Gamma_{D_{00} \eta \eta} : \Gamma_{D_{00} \pi \pi} : \Gamma_{D_{00} K K} &= 0,03 : 30 : 1 \quad (0^- \text{ в } SU(6)) \\ &= 0,3 : 30 : 1 \quad (0^- \text{ в } U(6)). \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Gamma_{A_{00} \eta \eta} : \Gamma_{A_{00} \pi \pi} : \Gamma_{A_{00} K K} &= 0,02 : 15 : 1 \quad (0^- \text{ в } SU(6)) \\ &= 0,2 : 15 : 1 \quad (0^- \text{ в } U(6)). \end{aligned}$$

(Для \bar{A}_{00} соотношения такие же, как и для D_{00}).

$$\Gamma_{D_{00} \pi \pi} : \Gamma_{D_{00} \eta \eta} : \Gamma_{D_{10} \rho \pi} = 4 : 2 : 1.$$

$$\Gamma_{A_{00} \pi \pi} : \Gamma_{A_{00} \eta \eta} : \Gamma_{A_{10} \rho \pi} : \Gamma_{\bar{A}_{10} \rho \pi} = 13 : 2 : 4 : 1.$$

Для резонансов 1^+ и 0^+ с указанными в § 5 изоспином и гиперзарядом напишем матричные элементы для конкретных случаев. Чтобы получить ширины, нужно взять G , G_1 и G_2 из матричных элементов и подставить в (10), (11).

А. Представление 4212⁺

$$\begin{aligned} &1^+ \rightarrow 1^- + 0^- \\ \text{а) } \frac{1}{\sqrt{2}} g_{110}^0 \{k_\mu k_\phi - \frac{1}{2}[(M+m)^2 - \mu^2] \delta_{\mu\phi}\} \{ (B_{\frac{1}{2}1})_{\mu\lambda} \times \end{aligned}$$

$$\times [\pi_1 K_{\phi\lambda}^* + \rho_{\phi\lambda} K_\lambda] + (C_{\frac{1}{2}-1})_{\mu\lambda} [\pi_1 (CK_\phi^*)_\lambda + \rho_{\phi\lambda} (CK)_\lambda],$$

где $C = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ -1 & 0 \end{pmatrix}$,

i, λ — изовекторные и изоспинорные индексы. Явные выражения для $T_{i\lambda}$ даны в приложении В ;

$$\text{б) } \frac{1}{\sqrt{2}} g_{110}^0 \{k_\mu k_\phi - \frac{1}{2}[(M+m)^2 - \mu^2] \delta_{\mu\phi}\} \times \{ (B_{0-2})_\mu \bar{K}_\phi^* CK + (C_{02})_\mu K_\phi^* CK \}.$$

$$0^+ \rightarrow 0^- + 0^-$$

$$\text{а) } -\frac{1}{2} g_{000}^0 (A_{20})_{ij} \pi_i \pi_j.$$

Здесь i, j — изотензорные индексы. Явные выражения для T_{ij} даны в приложении В ;

$$\text{б) } -\frac{1}{2} g_{000}^0 [(A_{12})_\lambda K C r_\lambda K + (A_{1-2})_\lambda \bar{K} C r_\lambda \bar{K}].$$

Здесь r_λ — обычные матрицы Паули.

$$\text{в) } -\frac{1}{\sqrt{2}} g_{000}^0 [(A_{\frac{1}{2}1})_{i\lambda} K_\lambda + (A_{\frac{1}{2}-1})_{i\lambda} (CK)_\lambda] \pi_i.$$

Б. Представление 5940⁺

$$1^+ \rightarrow 1^- + 0^-$$

$$\text{а) } i\sqrt{2} g_{110}^0 \{[(M+m)^2 - \mu^2] \delta_{\mu\phi} - k_\mu k_\phi\} (A_{20})_{\mu\lambda} \rho_{\phi\lambda} \pi_1,$$

$$б) i\sqrt{2} g_{110}^0 \{[(M+m)^2 - \mu^2] \delta_{\mu\phi} - k_\mu k_\phi\} [(A_{12})_{\mu\lambda} K_\phi^* C_{r\lambda} K + (A_{1-2})_{\mu\lambda} \bar{K}_\phi^* C_{r\lambda} \bar{K}] .$$

$$в) \frac{1}{\sqrt{2}} g_{110}^0 [k_\mu k_\phi - \frac{1}{2}[(M+m)^2 - \mu^2] \delta_{\mu\phi}] [(B_{0-2})_{\mu\phi} \bar{K}^* \bar{K} + (C_{02})_{\mu\phi} K^* K] .$$

$$0^+ + 0^- + 0^-$$

$$а) \frac{\sqrt{3}}{2} g_{000}^0 (A_{20})_{11} \pi_1 \pi_1 .$$

$$б) \frac{\sqrt{3}}{2} g_{000}^0 [(A_{12})_{\lambda} K C_{r\lambda} K + (A_{1-2})_{\lambda} \bar{K} C_{r\lambda} \bar{K}] .$$

$$в) \frac{\sqrt{3}}{2} g_{000}^0 [(A_{\frac{3}{2}1})_{1\lambda} K_\lambda + (A_{\frac{3}{2}-1})_{1\lambda} (\bar{K})_\lambda] \pi_1 .$$

Все выше написанные матричные элементы зависят только от одной константы g_0 (см. также приложение Б). Это позволяет найти соотношения ширины этих резонансов, когда будут известны их массы.

§ 7. Заключение

Рассмотрение представления 5940^+ наряду с представлением 4212^+ показывает, что имеющиеся в настоящее время экспериментальных данных еще недостаточно для того, чтобы идентифицировать найденные до сих пор мезонные резонансы 2^+ , 1^+ , 0^+ . Наряду с резонансом A_2 должны существовать еще два подобных резонанса. Это относится к резонансу $K\pi$. Что касается f_0 , то неизвестное соотношение $\frac{g_1}{g_2}$ еще в большей степени затрудняет идентификацию этого мезона.

Интересно отметить, что матричный элемент распада, который имеет самый общий вид, рассматриваемый в § 4, запрещает распады мезонных резонансов 2^+ с изоспином 2 и гиперзарядом 0 на $\pi\pi$, $\rho\pi$, распады мезонных резонансов 2^+ с изоспином 3/2 и гиперзарядом +1 на $K\pi$, $K\pi$, $K^*\pi$, $\bar{K}^*\pi$ и с изоспином 1 и гиперзарядом ± 2 на KK , $\bar{K}\bar{K}$, $\bar{K}^*\bar{K}^*$, K^*K^* тоже запрещены.

Здесь еще раз отметим, что для распадающегося мезона все состояния, рассмат-

риваемые в нашей работе, определяются однозначно независимо от того, какую исходную нерелятивистскую схему ($U(6)$ или $SU(6)$) мы выберем.

Однако для остальных состояний имеется альтернатива выбора исходной нерелятивистской группы.

Таким образом, для этих состояний нужно найти их связь в обеих схемах. Это можно сделать, сравнивая разложение (1) с разложениями, данными в приложении А.

В заключение авторы выражают глубокую благодарность академику Н.Н. Боголюбову и профессору Я.А. Смородинскому за ценные советы и обсуждения.

Л и т е р а т у р а

1. Sulamith Goldhaber. UCRL-16295 (1965).
2. A.Salam, R.Delbourgo, J.Strathdee. Proc. Roy. Soc., 284, 146 (1965); A.Salam, R.Delbourgo, J.Strathdee, M.A.Rashid. Proc.Roy.Soc., 385, 312 (1965).
3. F.Gursey, L.A.Radicati. Phys.Rev.Lett., 13, 173 (1964).
4. Нгуен Ван Хьеу. ЯФ, 2, 517 (1965).
5. P.Winternitz et al. Preprint E-2246, Dubna, 1965; Jad. Phys. (in print).
6. R.Delbourgo, Phys.Letters, 15, 347 (1965); R.Delbourgo, M.A.Rashid, J.Strathdee. Preprint IC365/37, 1965).
7. G.Costa, M.Yonin, G.Sartori. Nuovo Cim., 39, 352 (1965).
8. R.Oehme. Phys.Rev.Lett., 14, 664 (1965);

Нгуен Ван Хьеу, Я.А. Смородинский, ЯФ, 2, 517 (1965);
Нгуен Ван Хьеу, Фам Куй Ты. Препринт ОИЯИ, P-2338, Дубна, 1965; ЯФ (в печати).

Рукопись поступила в издательский отдел
20 октября 1965 г.

Таблица 1

(4212⁺)

$2^+ \rightarrow 0^- + 0^-$	$ G ^2$	
	0^- в $U(6)$	0^- в $SU(6)$
$D_{10}\eta\pi$	$\frac{1}{2} g_{200}^1 ^2$	$\frac{1}{6} g_{200}^1 ^2$
$D_{10}\bar{K}K$	$\frac{1}{4} g_{200}^1 ^2$	←
$D_{10}\pi\chi$	0	$\frac{1}{3} g_{200}^1 ^2$
$D_{\frac{1}{2}1}K\eta, D_{\frac{1}{2}-1}\bar{K}\eta$	$\frac{1}{8} g_{200}^1 ^2$	$\frac{1}{24} g_{200}^1 ^2$
$D_{\frac{1}{2}1}K\chi, D_{\frac{1}{2}-1}\bar{K}\chi$	$\frac{1}{4} g_{200}^1 ^2$	$\frac{1}{3} g_{200}^1 ^2$
$D_{\frac{1}{2}1}K\pi, D_{\frac{1}{2}-1}\bar{K}\pi$	$\frac{3}{8} g_{200}^1 ^2$	←
$D_{00}\eta\eta$	$ \frac{1}{2\sqrt{2}}g_{200}^1 + \frac{1}{\sqrt{2}}g_{200}^2 ^2$	$ \frac{5}{6\sqrt{2}}g_{200}^1 + \frac{1}{\sqrt{2}}g_{200}^2 ^2$
$D_{00}\pi\pi$	$3 \frac{1}{2\sqrt{2}}g_{200}^1 + \frac{1}{\sqrt{2}}g_{200}^2 ^2$	←
$D_{00}\bar{K}K$	$2 \frac{3}{2\sqrt{2}}g_{200}^1 + \sqrt{2}g_{200}^2 ^2$	←
$D_{00}\chi\chi$	$\frac{1}{2} g_{200}^1 + g_{200}^2 ^2$	$ \frac{2}{3\sqrt{2}}g_{200}^1 + \frac{1}{\sqrt{2}}g_{200}^2 ^2$
$D_{00}\chi\eta$	0	$\frac{1}{9} g_{200}^1 ^2$
$\widetilde{D}_{00}\eta\eta$	$\frac{1}{4} g_{200}^1 + g_{200}^2 ^2$	$ \frac{1}{6}g_{200}^1 + \frac{1}{2}g_{200}^2 ^2$
$\widetilde{D}_{00}\pi\pi$	$\frac{3}{4} g_{200}^1 + g_{200}^2 ^2$	←
$\widetilde{D}_{00}\bar{K}K$	$\frac{1}{4} g_{200}^1 + 2g_{200}^2 ^2$	←
$\widetilde{D}_{00}\chi\chi$	$\frac{1}{4} g_{200}^2 ^2$	$ \frac{1}{3}g_{200}^1 + \frac{1}{2}g_{200}^2 ^2$

Стрелка ← означает, что значения $|G|^2$ в обоих случаях одинаковы.
Значения g даны в приложении Б.

Таблица 2

(4212⁺)

$2^+ \rightarrow 1^- + 0^-$	$ G ^2$	
	0^- в $U(6)$	0^- в $SU(6)$
$D_{10}K^*\bar{K}, D_{10}\bar{K}^*K$	$\frac{1}{4} g_{210}^1 ^2$	←
$D_{10}\rho\pi$	1	←
$D_{\frac{1}{2}1}\omega K, D_{\frac{1}{2}-1}\omega\bar{K}$	$\frac{1}{8}$	←
$D_{\frac{1}{2}1}K^*\chi, D_{\frac{1}{2}-1}\bar{K}^*\chi$	$\frac{1}{4}$	0
$D_{\frac{1}{2}1}\rho K, D_{\frac{1}{2}-1}\rho\bar{K}$	$\frac{3}{8}$	←
$D_{\frac{1}{2}1}K^*\eta, D_{\frac{1}{2}-1}\bar{K}^*\eta$	$\frac{1}{8}$	$\frac{3}{8} g_{210}^1 ^2$
$D_{\frac{1}{2}1}\varphi K, D_{\frac{1}{2}-1}\varphi\bar{K}$	$\frac{1}{4}$	←
$D_{\frac{1}{2}1}K^*\pi, D_{\frac{1}{2}-1}\bar{K}^*\pi$	$\frac{3}{8}$	←
$D_{00}\bar{K}^*K, D_{00}K^*\bar{K}$	$\frac{1}{8}$	←
$\widetilde{D}_{00}\bar{K}^*K, D_{00}K^*\bar{K}$	$\frac{1}{4}$	←

Примечание: См. табл. 1.

Таблица 3

(5940+)

$2^+ \rightarrow 0^- + 0^-$	$ G ^2$	
	0^- в $U(6)$	0^- в $SU(6)$
$A_{10} \bar{K}K$	$ g_{200}^1 ^2$	\leftarrow
$A_{10} \pi\eta$	2 "	$\frac{2}{3} g_{200}^1 ^2$
$A_{10} \pi\chi$	0	$\frac{4}{3}$ "
$\widetilde{A}_{10} \bar{K}K$	$\frac{1}{4}$ "	\leftarrow
$\widetilde{A}_{10} \pi\eta$	$\frac{1}{2}$ "	$\frac{1}{6}$ "
$\widetilde{A}_{10} \pi\chi$	0	$\frac{1}{3}$ "
$A_{\frac{1}{2}1} K\eta, A_{\frac{1}{2}-1} \bar{K}\eta$	$\frac{3}{8}$ "	$\frac{1}{8}$ "
$A_{\frac{1}{2}1} K\pi, A_{\frac{1}{2}-1} \bar{K}\pi$	$\frac{1}{8}$ "	\leftarrow
$A_{\frac{1}{2}1} K\chi, A_{\frac{1}{2}-1} \bar{K}\chi$	$\frac{3}{4}$ "	1 "
$\widetilde{A}_{\frac{1}{2}1} K\eta, \widetilde{A}_{\frac{1}{2}-1} \bar{K}\eta$	$\frac{1}{4}$ "	$\frac{1}{12}$ "
$\widetilde{A}_{\frac{1}{2}1} K\pi, \widetilde{A}_{\frac{1}{2}-1} \bar{K}\pi$	$\frac{3}{4}$ "	\leftarrow
$\widetilde{A}_{\frac{1}{2}1} K\chi, \widetilde{A}_{\frac{1}{2}-1} \bar{K}\chi$	$\frac{1}{2}$ "	$\frac{2}{3}$ "
$A_{00} \pi\pi$	$\frac{3}{4} g_{200}^1 + g_{200}^2 ^2$	\leftarrow
$A_{00} \bar{K}K$	$2 \left \frac{\sqrt{3}}{2} g_{200}^1 + \sqrt{3} g_{200}^2 \right ^2$	\leftarrow
$A_{00} \eta\eta$	$\frac{3}{4} g_{200}^1 + g_{200}^2 ^2$	$\left \frac{1}{2\sqrt{3}} g_{200}^1 + \frac{\sqrt{3}}{2} g_{200}^2 \right ^2$

$\widetilde{A}_{00} \pi\pi$	$3 \left \frac{1}{2\sqrt{2}} g_{200}^1 + \frac{1}{\sqrt{2}} g_{200}^2 \right ^2$	\leftarrow
$\widetilde{A}_{00} \bar{K}K$	$2 \left \frac{3}{2\sqrt{2}} g_{200}^1 + \sqrt{2} g_{200}^2 \right ^2$	\leftarrow
$\widetilde{A}_{00} \eta\eta$	$\left \frac{1}{2\sqrt{2}} g_{200}^1 + \frac{1}{\sqrt{2}} g_{200}^2 \right ^2$	$\left \frac{5}{6\sqrt{2}} g_{200}^1 + \frac{1}{\sqrt{2}} g_{200}^2 \right ^2$
$\widetilde{A}_{00} \chi\chi$	$\frac{1}{2} g_{200}^1 + g_{200}^2 ^2$	$\left \frac{2}{3\sqrt{2}} g_{200}^1 + \frac{1}{\sqrt{2}} g_{200}^2 \right ^2$
$\widetilde{A}_{00} \chi\eta$	0	$\frac{1}{9} g_{200}^1 ^2$
$\widetilde{\widetilde{A}}_{00} \pi\pi$	$\frac{3}{4} g_{200}^2 ^2$	\leftarrow
$\widetilde{\widetilde{A}}_{00} \bar{K}K$	$2 g_{200}^1 + g_{200}^2 ^2$	\leftarrow
$\widetilde{\widetilde{A}}_{00} \chi\chi$	$ g_{200}^1 + \frac{1}{2} g_{200}^2 ^2$	$\left \frac{1}{3} g_{200}^1 + \frac{1}{2} g_{200}^2 \right ^2$
$\widetilde{\widetilde{A}}_{00} \eta\eta$	0	$\left \frac{2}{3} g_{200}^1 + \frac{1}{2} g_{200}^2 \right ^2$
$\widetilde{\widetilde{A}}_{00} \chi\eta$	0	$\frac{8}{9} g_{200}^1 ^2$

Примечание: См. табл. 1.

Таблица 4

(5940⁺)

$2^+ \rightarrow 1^- + 0^-$	$ \alpha ^2$	
	0 ⁻ в $V(6)$	0 ⁻ в $SU(6)$
$A_{10} \rho \Pi$	$4 g_{210}^1 ^2$	←
$A_{10} K^* \bar{K}, A_{10} \bar{K}^* K$	1 "	←
$\widetilde{A}_{10} \rho \Pi$	1 "	←
$\widetilde{A}_{10} K^* \bar{K}, \widetilde{A}_{10} \bar{K}^* K$	$\frac{1}{4}$ "	←
$A_{00} K^* \bar{K}, A_{00} \bar{K}^* K$	$\frac{2}{3}$ "	←
$\widetilde{A}_{00} \bar{K}^* K, \widetilde{A}_{00} K^* \bar{K}$	$\frac{1}{4}$ "	←
$\widetilde{\widetilde{A}}_{00} \bar{K}^* K, \widetilde{\widetilde{A}}_{00} K^* \bar{K}$	2 "	←
$A_{\frac{1}{2}1} K^* \Pi, A_{\frac{1}{2}-1} K^* \Pi$	$\frac{9}{8}$ "	←
$A_{\frac{1}{2}1} \rho K, A_{\frac{1}{2}-1} \rho \bar{K}$	$\frac{9}{8}$ "	←
$A_{\frac{1}{2}1} K^* \eta, A_{\frac{1}{2}-1} \bar{K}^* \eta$	$\frac{3}{8}$ "	$\frac{9}{8} g_{210}^1 ^2$
$A_{\frac{1}{2}1} \varphi K, A_{\frac{1}{2}-1} \varphi \bar{K}$	$\frac{3}{4}$ "	←

$A_{\frac{1}{2}1} \omega K, A_{\frac{1}{2}-1} \omega \bar{K}$	$\frac{3}{8} g_{210}^1 ^2$	←
$A_{\frac{1}{2}1} K^* \chi, A_{\frac{1}{2}-1} \bar{K}^* \chi$	$\frac{3}{4}$ "	0
$\widetilde{A}_{\frac{1}{2}1} K^* \Pi, A_{\frac{1}{2}-1} \bar{K}^* \Pi$	$\frac{3}{4}$ "	←
$\widetilde{A}_{\frac{1}{2}1} \rho K, \widetilde{A}_{\frac{1}{2}-1} \rho \bar{K}$	$\frac{3}{4}$ "	←
$\widetilde{A}_{\frac{1}{2}1} K^* \eta, \widetilde{A}_{\frac{1}{2}-1} \bar{K}^* \eta$	$\frac{1}{4}$ "	$\frac{3}{4}$ "
$\widetilde{A}_{\frac{1}{2}1} \varphi K, \widetilde{A}_{\frac{1}{2}-1} \varphi \bar{K}$	$\frac{1}{2}$ "	←
$\widetilde{A}_{\frac{1}{2}1} \omega K, \widetilde{A}_{\frac{1}{2}-1} \omega \bar{K}$	$\frac{1}{4}$ "	←
$\widetilde{A}_{\frac{1}{2}1} K^* \chi, \widetilde{A}_{\frac{1}{2}-1} \bar{K}^* \chi$	$\frac{1}{2}$ "	0

Примечание: См. табл. 1.

$$\begin{aligned}
 \Psi_{[CD]}^{[AB]} = & \frac{1}{2} \varphi_{(cd)}^{(ab)} \epsilon^{\rho\mu} N_{\mu}^{\nu} \epsilon_{\nu rs} + \\
 & + \frac{1}{2} \varphi^{(ab)} \epsilon_{cd} D_{[rs]}^{[pq]} + \frac{1}{2} \epsilon^{ab} \varphi_{cd} D_{[rs]}^{(pq)} + \\
 & + \frac{1}{4\sqrt{3}} \left[O_r^p \delta_s^q (\varphi_c^b \delta_d^a - \varphi_d^a \delta_c^b) - O_r^q \delta_s^p (\varphi_c^a \delta_d^b - \varphi_d^b \delta_c^a) \right. \\
 & \quad \left. - O_s^p \delta_r^q (\varphi_d^b \delta_c^a - \varphi_c^a \delta_d^b) + O_s^q \delta_r^p (\varphi_d^a \delta_c^b - \varphi_c^b \delta_d^a) \right] \\
 & + \frac{1}{4\sqrt{3}} \left[O_r^p \delta_s^q (\varphi_c^a \delta_d^b + 2\varphi_d^b \delta_c^a) - O_r^q \delta_s^p (\varphi_c^b \delta_d^a + 2\varphi_d^a \delta_c^b) \right. \\
 & \quad \left. - O_s^p \delta_r^q (\varphi_d^a \delta_c^b + 2\varphi_c^b \delta_d^a) + O_s^q \delta_r^p (\varphi_d^b \delta_c^a + 2\varphi_c^a \delta_d^b) \right] \\
 & + \frac{1}{2} H_{(rs)}^{(pq)} (\delta_c^a \delta_d^b - \delta_d^a \delta_c^b) \\
 & + \frac{1}{4\sqrt{30}} \left[O_r^p \delta_s^q (\delta_c^a \delta_d^b + 4\delta_d^a \delta_c^b) - O_r^q \delta_s^p (\delta_c^b \delta_d^a + 4\delta_d^b \delta_c^a) \right. \\
 & \quad \left. - O_s^p \delta_r^q (\delta_d^a \delta_c^b + 4\delta_c^a \delta_d^b) + O_s^q \delta_r^p (\delta_d^b \delta_c^a + 4\delta_c^b \delta_d^a) \right] \\
 & + \frac{1}{12\sqrt{10}} \left[\delta_r^p \delta_s^q (\delta_c^a \delta_d^b - 5\delta_d^a \delta_c^b) - \delta_r^q \delta_s^p (\delta_c^b \delta_d^a - 5\delta_d^b \delta_c^a) \right].
 \end{aligned}$$

Здесь H, D, N, O - 27-плет, декуплет, нонет и октет; a, b, c, d - спиновые индексы; p, q, r, s - унитарные индексы.

$$\begin{aligned}
 \Psi_{(CD)}^{(AB)} = & \varphi_{(cd)}^{(ab)} K_{(rs)}^{(pq)} \\
 & + \frac{1}{2} \epsilon^{ab} \varphi_{(cd)} D_{(rs)}^{[pq]} + \frac{1}{2} \epsilon_{cd} \varphi^{(ab)} D_{[rs]}^{(pq)} \\
 & + \frac{1}{4} (\varphi_c^a \delta_d^b + \varphi_d^a \delta_c^b + \varphi_c^b \delta_d^a + \varphi_d^b \delta_c^a) H_{(rs)}^{(pq)} \\
 & + \frac{1}{4\sqrt{3}} \left[O_r^p \delta_s^q (\varphi_c^b \delta_d^a - \varphi_d^a \delta_c^b) + O_r^q \delta_s^p (\varphi_c^a \delta_d^b - \varphi_d^b \delta_c^a) \right. \\
 & \quad \left. + O_s^p \delta_r^q (\varphi_d^b \delta_c^a - \varphi_c^a \delta_d^b) + O_s^q \delta_r^p (\varphi_d^a \delta_c^b - \varphi_c^b \delta_d^a) \right] \\
 & + \frac{1}{4\sqrt{30}} \left[O_r^p \delta_s^q (\varphi_c^a \delta_d^b - 4\varphi_d^b \delta_c^a) + O_r^q \delta_s^p (\varphi_c^b \delta_d^a - 4\varphi_d^a \delta_c^b) \right. \\
 & \quad \left. + O_s^p \delta_r^q (\varphi_d^a \delta_c^b - 4\varphi_c^b \delta_d^a) + O_s^q \delta_r^p (\varphi_d^b \delta_c^a - 4\varphi_c^a \delta_d^b) \right] \\
 & + \frac{1}{2\sqrt{3}} (\delta_c^a \delta_d^b + \delta_d^a \delta_c^b) H_{(rs)}^{(pq)} \\
 & + \frac{1}{8\sqrt{15}} \left[7 (O_r^p \delta_s^q \delta_c^a \delta_d^b + O_r^q \delta_s^p \delta_c^b \delta_d^a + O_s^p \delta_r^q \delta_d^a \delta_c^b + O_s^q \delta_r^p \delta_d^b \delta_c^a) \right. \\
 & \quad \left. - 8 (O_r^p \delta_s^q \delta_d^a \delta_c^b + O_r^q \delta_s^p \delta_d^b \delta_c^a + O_s^p \delta_r^q \delta_c^a \delta_d^b + O_s^q \delta_r^p \delta_c^b \delta_d^a) \right] \\
 & + \frac{1}{12\sqrt{14}} \left[5 (\delta_r^p \delta_s^q \delta_c^a \delta_d^b + \delta_r^q \delta_s^p \delta_c^b \delta_d^a) \right. \\
 & \quad \left. - 7 (\delta_r^p \delta_s^q \delta_d^a \delta_c^b + \delta_r^q \delta_s^p \delta_d^b \delta_c^a) \right].
 \end{aligned}$$

Здесь K - 36-плет.

ПРИЛОЖЕНИЕ Б

1. J_M^+ , J_N^+ , J_0^+ , J_P^+ обозначают распадающиеся частицы со спином J .
Нижние буквы $M, N, 0, P$ указывают, что волновые функции распадающихся
частиц имеют соответственно следующие симметрии по унитарным индексам в представ-
лении 4212+:

$$\begin{bmatrix} p q \\ r s \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} p q \\ c r s \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} p q \\ r s \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} p q \\ r s \end{bmatrix}.$$

(для представления 5940+ нужно делать замену $(..) \rightarrow [..]$).

2. В приложении мы пользуемся следующими обозначениями:

$$\begin{aligned} \text{a.} \quad S_p ABC &= A_{ps}^{pq} B_q^t C_s^t. \\ S_p BAC &= B_p^r A_{rs}^{pq} C_q^s. \\ S_p A S_p BC &= A_{ps}^{pq} B_q^t C_t^s. \\ S_p (A \{B, C\}) &= A_{ps}^{pq} \{B_q^t C_t^s + C_q^t B_t^s\}. \\ S_p (A [B, C]) &= A_{ps}^{pq} \{B_q^t C_t^s - C_q^t B_t^s\}. \end{aligned}$$

A - распадающаяся частица ($S_{\mu\nu}, A_\mu, \Phi$)
B, C - продукты распада (Φ_s, Φ_μ).

$$\text{б.} \quad A \equiv A(p); B' \equiv B(q), B'' \equiv B(r).$$

в. M, m, μ - массы распадающегося мезона, векторного и псевдоскалярного мезонов
соответственно.

$$\underline{2_M^+ \rightarrow 0^- + 0^-}$$

$$g_{200}^1 k_\mu k_\nu S_p (S_{\mu\nu} \{\Phi_5', \Phi_5''\}) + g_{200}^2 k_\mu k_\nu S_p S_{\mu\nu} S_p \Phi_5' \Phi_5''.$$

$$\underline{0_M^+ \rightarrow 0^- + 0^-}$$

$$g_{000}^0 \sqrt{3} S_p \Phi_5' \Phi_5'' + g_{000}^1 \frac{2}{\sqrt{3}} S_p (\Phi_5' \Phi_5'') + g_{000}^2 \frac{2}{\sqrt{3}} S_p \Phi_5' S_p \Phi_5''.$$

$$\underline{2_M^+ \rightarrow 1^- + 0^-}$$

$$g_{210}^1 \epsilon_{\mu\lambda\delta\sigma} k_\nu k_\delta p_\lambda \left\{ S_p (S_{\mu\nu} [\Phi_\mu', \Phi_5'']) + S_p (S_{\mu\nu} [\Phi_\mu'', \Phi_5']) \right\}.$$

$$\underline{1_M^+ \rightarrow 1^- + 0^-}$$

$$\begin{aligned} &g_{110}^0 i\sqrt{2} \left\{ [(M+m)^2 - \mu^2] \delta_{\mu\nu} - k_\mu k_\nu \right\} (S_p \Phi_5' A_\mu \Phi_\nu'' + S_p \Phi_\nu' A_\mu \Phi_5'') \\ &- g_{110}^1 i\sqrt{2} M m k_\mu k_\nu \left\{ S_p (A_\mu \{\Phi_\nu', \Phi_5''\}) + S_p (A_\mu \{\Phi_\nu'', \Phi_5'\}) \right\} \\ &+ g_{110}^1 \frac{i}{\sqrt{2}} \left\{ [M^2 - (m+\mu)^2] [M^2 - (m-\mu)^2] \delta_{\mu\nu} - (M^2 + m^2 - \mu^2) k_\mu k_\nu \right\} \times \\ &\times \left\{ S_p (A_\mu [\Phi_\nu', \Phi_5'']) + S_p (A_\mu [\Phi_\nu'', \Phi_5']) \right\}. \end{aligned}$$

$$\underline{2_M^+ \rightarrow 1^- + 1^-}$$

$$g_{211}^0 \left[M(M+2m)(p_\varphi \delta_{\nu\theta} - p_\theta \delta_{\nu\varphi}) k_\mu + M^2(M+2m)^2 \delta_{\mu\varphi} \delta_{\nu\theta} - k_\mu k_\nu p_\varphi p_\theta \right] \times \int \delta \phi'_\varphi \delta_{\mu\nu} \phi''_\theta$$

$$g_{211}^1 \left[2m(M+2m)(p_\varphi \delta_{\nu\theta} - p_\theta \delta_{\nu\varphi}) k_\mu + M(M+2m) k_\mu k_\nu \delta_{\varphi\theta} + 2k_\mu k_\nu p_\varphi p_\theta \right] \times \int \delta (S_{\mu\nu} \{ \phi'_\varphi, \phi''_\theta \})$$

$$g_{211}^2 \left[(M^2 - 4m^2) k_\mu k_\nu \delta_{\varphi\theta} + 2k_\mu k_\nu p_\varphi p_\theta \right] \int \delta \phi_{\mu\nu} \delta \phi'_\varphi \phi''_\theta$$

$$\underline{1_M^+ \rightarrow 1^- + 1^-}$$

$$g_{111}^1 \epsilon_{\mu\lambda\nu\tau} k_\lambda p_\tau p_\delta k_\rho \epsilon_{\delta\theta\varphi\gamma} \int \delta (A_{\mu\nu} [\phi'_\varphi, \phi''_\theta])$$

$$\underline{0_M^+ \rightarrow 1^- + 1^-}$$

$$g_{011}^0 \left(\frac{2}{\sqrt{3}} M^2 \delta_{\varphi\theta} - \frac{8}{\sqrt{3}} k_\varphi k_\theta \right) \int \delta (\phi'_\varphi \phi \phi''_\theta) + g_{011}^1 \frac{2}{\sqrt{3}} [2k_\varphi k_\theta - (M^2 - 4m^2) \delta_{\varphi\theta}] \times \int \delta (\phi \{ \phi'_\varphi, \phi''_\theta \})$$

$$+ g_{011}^2 \frac{2}{\sqrt{3}} [2k_\varphi k_\theta - (M^2 - 4m^2) \delta_{\varphi\theta}] \int \delta \phi \delta \phi'_\varphi \phi''_\theta$$

$$\underline{1_N^+ \rightarrow 1^- + 0^-}$$

$$g_{110}^0 i \left\{ k_\mu k_\varphi - \frac{1}{2} [(M+m)^2 - \mu^2] \delta_{\mu\varphi} \right\} \left(\int \delta \phi'_\varphi A_\mu \phi''_5 + \int \delta \phi'_5 A_\mu \phi''_\varphi \right)$$

$$+ g_{110}^1 \frac{i}{2m} \left\{ [(M-m)^2 - \mu^2] k_\varphi k_\mu \left(\int \delta A_\mu \phi'_\varphi \phi''_5 + \int \delta A_\mu \phi''_\varphi \phi'_5 \right) - [(M+m)^2 - \mu^2] k_\varphi k_\mu \left(\int \delta A_\mu \phi'_5 \phi''_\varphi + \int \delta A_\mu \phi''_5 \phi'_\varphi \right) \right.$$

$$\left. - [M^2 - (m+\mu)^2] [M^2 - (m-\mu)^2] \delta_{\mu\varphi} \left[\int \delta (A_\mu [\phi'_\varphi, \phi''_5]) + \int \delta (A_\mu [\phi''_\varphi, \phi'_5]) \right] \right\}$$

$$\underline{1_N^+ \rightarrow 1^- + 1^-}$$

$$g_{111}^0 \left[M(M+2m) \epsilon_{\mu\sigma\varphi\theta} p_\sigma + \epsilon_{\mu\sigma\varphi\theta} p_\sigma k_\rho k_\theta - \epsilon_{\mu\sigma\varphi\theta} p_\sigma k_\rho k_\varphi \right] \int \delta \phi'_\varphi A_\mu \phi''_\theta$$

$$+ g_{111}^1 \left\{ 2im (\epsilon_{\mu\sigma\varphi\theta} p_\sigma k_\rho k_\theta + \epsilon_{\mu\sigma\varphi\theta} p_\sigma k_\rho k_\varphi) \int \delta (A_\mu \{ \phi'_\varphi, \phi''_\theta \}) - iM \epsilon_{\varphi\theta\delta\gamma} p_\delta k_\gamma k_\mu \int \delta (A_\mu [\phi'_\varphi, \phi''_\theta]) \right\}$$

$$\underline{1_0^+ \rightarrow 1^- + 0^-}$$

$$g_{110}^0 i \left\{ k_\mu k_\varphi - \frac{1}{2} [(M+m)^2 - \mu^2] \delta_{\mu\varphi} \right\} \left(\int \delta \phi'_\varphi A_\mu \phi''_5 + \int \delta \phi'_5 A_\mu \phi''_\varphi \right) +$$

$$\begin{aligned}
& + g_{110}^1 \frac{i}{2m} \left\{ -[(M+m)^2 - \mu^2] k_\varphi k_\mu (\delta_\rho A_\mu \Phi'_\varphi \Phi''_5 + \delta_\rho A_\mu \Phi''_\varphi \Phi'_5) \right. \\
& \quad \left. + [(M-m)^2 - \mu^2] k_\varphi k_\mu (\delta_\rho A_\mu \Phi'_5 \Phi''_\varphi + \delta_\rho A_\mu \Phi''_5 \Phi'_\varphi) \right. \\
& \quad \left. + [M^2 - (m+\mu)^2][M^2 - (m-\mu)^2] \delta_{\mu\varphi} \left[\delta_\rho (A_\mu [\Phi'_\varphi \Phi''_5]) + \delta_\rho (A_\mu [\Phi''_\varphi \Phi'_5]) \right] \right\}.
\end{aligned}$$

$$\underline{1_0^+ \rightarrow 1^- + 1^-}$$

$$\begin{aligned}
& g_{111}^0 \left\{ M(M+2m) \epsilon_{\mu\sigma\rho\theta} p_\sigma + \epsilon_{\mu\sigma\rho\varphi} p_\sigma k_\varphi k_\theta - \epsilon_{\mu\sigma\rho\theta} p_\sigma k_\varphi k_\rho \right\} \delta_\rho \Phi'_\varphi A_\mu \Phi''_\theta \\
& + g_{111}^1 \left\{ 2im (\epsilon_{\theta\mu\rho\sigma} p_\sigma k_\rho k_\varphi + \epsilon_{\varphi\mu\rho\sigma} p_\sigma k_\rho k_\theta) \delta_\rho (A_\mu \{\Phi'_\varphi \Phi''_\theta\}) \right. \\
& \quad \left. - iM \epsilon_{\varphi\theta\rho\sigma} p_\sigma k_\rho k_\mu \delta_\rho (A_\mu [\Phi'_\varphi \Phi''_\theta]) \right\}.
\end{aligned}$$

$$\underline{0_p^+ \rightarrow 0^- + 0^-}$$

$$-g_{000}^0 \delta_\rho \Phi'_5 \Phi''_5 + g_{000}^1 2\delta_\rho (\Phi'_5 \Phi''_5) + g_{000}^2 2\delta_\rho \Phi'_5 \delta_\rho \Phi''_5.$$

$$\underline{0_p^+ \rightarrow 1^- + 1^-}$$

$$\begin{aligned}
& g_{011}^0 2(M^2 \delta_{\varphi\theta} - 2k_\varphi k_\theta) \delta_\rho \Phi'_\varphi \Phi''_\theta + g_{011}^1 2(2k_\varphi k_\theta - [M^2 - 4m^2] \delta_{\varphi\theta}) \times \\
& \times \delta_\rho (\Phi'_\varphi \Phi''_\theta) + g_{011}^2 2[2k_\varphi k_\theta - (M^2 - 4m^2) \delta_{\varphi\theta}] \delta_\rho \Phi'_\varphi \delta_\rho \Phi''_\theta.
\end{aligned}$$

$$g_{200}^1 = 8i \frac{M+2\mu}{\mu^2} g_1, \quad g_{200}^2 = 32 \frac{M^2 - 4\mu^2}{\mu^2} g_2.$$

$$g_{000}^0 = -\frac{2(M+2\mu)^2}{\mu^2} g_0,$$

$$g_{000}^1 = -2i \frac{M+2\mu}{\mu^2} (M^2 - 4\mu^2) g_2,$$

$$g_{000}^2 = -8 \frac{(M-4\mu^2)^2}{\mu^2} g_2,$$

$$g_{210}^1 = 8 \frac{M+m+\mu}{Mm\mu} g_1,$$

$$g_{110}^0 = \frac{2i}{M^2 m \mu} (M+m+\mu)(M-m+\mu) g_0,$$

$$g_{110}^1 = \frac{8}{M^2 \mu m} (M+m+\mu) g_1,$$

$$g_{211}^0 = -\frac{4}{M^2 m^2} g_0, \quad g_{211}^1 = \frac{8i}{Mm^2} g_1,$$

$$g_{211}^2 = \frac{32}{m^2} g_2, \quad g_{111}^1 = 4i \frac{M+2m}{M^2 m^2} g_1,$$

$$g_{011}^0 = \frac{(M+2m)^2}{M^2 m^2} g_0, \quad g_{011}^1 = 2i \frac{M+2m}{m^2} g_1,$$

$$g_{011}^2 = \frac{8(M^2 - 4m^2)}{m^2} g_2,$$

$$g_{111}^0 = 2i \frac{M+2m}{M^2 m^2} g_0.$$

ПРИЛОЖЕНИЕ В

1. Здесь даны явные выражения для тензора T_{ij} , описывающего изоспин 2.

$$T_{11} = \frac{1}{2} \left(T^1 - \frac{2}{\sqrt{6}} T^3 + T^5 \right)$$

$$T_{12} = \frac{i}{2} (T^1 - T^5) = T_{21}$$

$$T_{13} = -\frac{1}{2} (T^2 + T^4) = T_{31}$$

$$T_{22} = \frac{1}{2} \left(-T^1 - \frac{2}{\sqrt{6}} T^3 - T^5 \right)$$

$$T_{23} = -\frac{i}{2} (T^2 - T^4) = T_{32}$$

$$T_{33} = \frac{2}{\sqrt{6}} T^3$$

2. Для изоспин-тензора $T_{i\lambda}$ (i - изовекторный индекс, λ - изоспинный индекс), описывающего изоспин 3/2, имеем:

$$T_{11} = \frac{1}{\sqrt{2}} T^1 - \frac{1}{\sqrt{6}} T^3, \quad T_{12} = \frac{1}{\sqrt{6}} T^2 + \frac{1}{\sqrt{2}} T^4,$$

$$T_{21} = \frac{i}{\sqrt{2}} T^1 + \frac{i}{\sqrt{6}} T^3, \quad T_{22} = \frac{i}{\sqrt{6}} T^2 - \frac{i}{\sqrt{2}} T^4,$$

$$T_{31} = -\frac{2}{\sqrt{6}} T^2, \quad T_{32} = -\frac{2}{\sqrt{6}} T^3.$$

Во всех выражениях верхний индекс обозначает проекцию изоспина: наивысшая проекция соответствует индексу 1, и т.д.