ЯФ, 1966, т. 3, в. 6, с. 1111-1118
23/IX-65

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

Р-2283

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

О.Г. Боков, Нгуен Ван Хьеу,
К.В. Рерих, А.А. Хелашвили

НАРУШЕННАЯ СИММЕТРИЯ $\tilde{U}(12)$ И УСЛОВИЕ УНИТАРНОСТИ S-МАТРИЦЫ

1965

Примечание при корректуре к препринту Р-2283

Вопрос о совместимости симметрии $\tilde{U}(12)$ с условием унитарности также был рассмотрен в работе Гешкенбейна и др. (V.Y. Geshkenbein, B.L. Ioffe, M.S. Marinov, V.I. Roginski, Phys. Lett. 16, 347 (1965)).

Р - 2283

О.Г. Боков, Нгуен Ван Хьеу,
К.В. Рерих, А.А. Хелашвили

НАРУШЕННАЯ СИММЕТРИЯ $\tilde{U}(12)$ И УСЛОВИЕ УНИТАРНОСТИ S -МАТРИЦЫ

Направлено в "Ядерную физику"

1. Введение. Рассеяние синглета на кварке

В работах [1,2] было показано, что требование строгой инвариантности S -матрицы относительно группы $\tilde{U}(12)$ несовместимо с условием унитарности. Это противоречие можно увидеть весьма просто, рассматривая рассеяние скалярного мезона на кварке

$$1 + 6 \to 1 + 6 .$$

Для этого процесса матричный элемент, инвариантный относительно группы $\tilde{U}(12)$, имеет вид

$$M(p_2,q_2;p_1q_1) = \bar{u}^a(p_2)u_a(p_1)\bar{\phi}(q_2)\phi(q_1)A(s,t) \quad , \tag{1}$$

где q_1, q_2 и p_1, p_2 – 4-импульсы мезонов и кварков до и после рассеяния, соответственно, $u_a(p_1)$ и $\phi(q_1)$ – их волновые функции, $s=-(p_1+q_1)^2$, $t=-(p_1-p_2)^2$. С другой стороны, во втором порядке теории возмущений, что соответствует условию унитарности в одночастичном приближении, мы имеем

$$M^{(2)}(p_2,q_2;p_1,q_1) = g^2\{-[\frac{1}{(p_1+q_1)^2+m^2}+\frac{1}{(p_1-q_2)^2+m^2}]\bar{u}^a(p_2)u_a(p_1)\bar{\phi}(q_2)\phi(q_1)+ \tag{2}$$

$$+[\frac{1}{(p_1+q_1)^2+m^2}-\frac{1}{(p_1-q_2)^2+m^2}]\bar{u}^a(p_2)\frac{\hat{q}_1+\hat{q}_2}{2m}u_a(p_1)\bar{\phi}(q_2)\phi(q_1)\} ,$$

в противоречие с выражением (1). Аналогично, если подставить выражение (1) в правую часть соотношения

$$\frac{1}{i}[M(p_1,q_1;p_2,q_2)^* - M(p_2,q_2;p_1,q_1)] = \frac{m}{(2\pi)^2}\sum_n\int\frac{d^3p_n}{2p_n^0}\frac{d^3q_n}{2q_n^0}\times \tag{3}$$

$$\times M(p_n,q_n;p_1q_1)M(p_n,q_n;p_2,q_2)^* ,$$

являющегося условием унитарности в двухчастичном приближении, то в результате суммирования и интегрирования по переменным промежуточного состояния возникает амлитуда типа второго члена в (2). Таким образом, матричный элемент (1) противоречит условию унитарности.

Однако, поскольку волновые уравнения даже для свободных частиц не инвариантны относительно группы $\tilde{U}(12)$ или группы $SL(6)$ [4-7], то мы не имеем основания потребовать строгой инвариантности S-матрицы относительно этих групп. С другой стороны, эти волновые уравнения инвариантны относительно группы $\tilde{U}(12)$ или группы $SL(6)$, если обычные 4-импульсы частиц рассматриваются как компоненты тензоров, преобразующихся по присоединенным представлениям этих групп, т.е. если вместо 4-импульсов ввести 143-компонентные или 36-компонентные импульсы соответственно. Только в этом случае матричные элементы могут быть инвариантными относительно группы $\tilde{U}(12)$ или $SL(6)$. На основе этого замечания в работе [7] одного из авторов был предложен метод изучения нарушенной симметрии $SL(6)$ с учетом внутреннего нарушения, вызываемого волновыми уравнениями. Этот метод в применении к группе $\tilde{U}(12)$ заключается в следующем: сначала рассмотрим импульсы p_i, q_i начальных и конечных частиц как компоненты тензоров, преобразующихся как 143-плет $(\hat{P}_i)^A_B$, $(\hat{Q}_i)^A_B$; $A=(a,\alpha)$, $B=(b,\beta)$, $a,b=1,2,3$; $\alpha,\beta=1,2,3,4$. Из волновых функций начальных и конечных частиц и их 143-мерных импульсов образуем все возможные независимые инварианты, принимая во внимание волновые уравнения. Матричный элемент должен содержать все эти инварианты. После этого в полученном инвариантном матричном элементе мы делаем замену:

$$(\hat{P})^A_B \to \delta^a_b \, \hat{P}^\alpha_\beta \,, \qquad (4)$$

т.е. положим равными нулю все лишние компоненты. По аналогии с введением шпурионов при изучении правила отбора слабых взаимодействий этот метод называется шпурионным формализмом.

Согласно предложенному методу матричный элемент рассмотренного выше процесса рассеяния синглета на кварке имеет вид:

$$M(p_2, q_2; p_1, q_1) = \bar{\psi}(p_2)^A \psi(p_1)_A \bar{\phi}(q_2)\phi(q_1) A(s,t) + \qquad (5)$$
$$+ \bar{\psi}(p_2)^A \, i\left(\frac{\hat{Q}_1 + \hat{Q}_2}{2m}\right)^B_A \psi(p_1)_B \bar{\phi}(q_2)\phi(q_1) B(s,t).$$

Второй член в (5) инвариантен, если пользоваться 143-импульсами $(\hat{Q}_i)^A_b$, и нарушает симметрию $\tilde{U}(12)$ после замены (4). Существование членов такого типа, содержащих явно импульсы, было отмечено также в работах [8,9]. В работе [8] они называются нерегулярными. Очевидно, что в данном случае предложенный метод изучения симметрии $\tilde{U}(12)$ с учетом внутреннего нарушения не противоречит условию унитарности.

Однако это заключение является тривиальным, так как здесь мы не получаем новых следствий $\tilde{U}(12)$ по сравнению с унитарной симметрией. Поэтому необходимо проверить условие унитарности для амплитуд рассеяния и вершинных функций, содержащих волновые функции высших мультиплетов группы $\tilde{U}(12)$. Отметим, что в случае высших мультиплетов нарушенная симметрия $\tilde{U}(12)$ дает ряд новых экспериментально проверяемых следствий [10-13], часть которых хорошо согласуется с опытом [13].

2. Инвариантные формулы суммирования по спиновым и унитарным состояниям

В работе [7] было показано, что формулы суммирования по спиновым и унитарным состояниям мультиплетов группы SL (6) можно написать в инвариантном относительно группы SL (6) виде несмотря на то, что формулы суммирования для частиц с разными спинами в каждом мультиплете группы SL (6) имеют совсем разные виды. Мы покажем сначала, что аналогичные инвариантные формулы суммирования также имеются для мультиплетов группы $\tilde{U}(12)$.

Как известно, для кварков с волновой функцией ψ_A мы имеем формулу:

$$\Sigma\,\psi_A\,\bar{\psi}^B = \left(\frac{m-i\hat{p}}{2m}\right)_a^{\beta}\delta_a^b = \left(\frac{m-i\hat{p}}{2m}\right)_{a\beta}\delta_a^b\,. \tag{6}$$

Рассмотрим теперь 143-плет с волновой функцией Φ_B^A, выражаемой через физические волновые функции нонета векторных мезонов $(\xi_\mu)_b^a$ и нонета псевдоскалярных мезонов $(\phi)_b^a$ следующим образом:

$$\Phi_A^B(p) = \frac{1}{2\sqrt{2}}\left\{\left[\left(\frac{m-i\hat{p}}{2m}\right)\gamma_5\right]_{a\beta}(\phi)_a^b + \left[\left(\frac{m-i\hat{p}}{2m}\right)\gamma_\mu\right]_{a\beta}(\xi_\mu)_a^b\right\}. \tag{7}$$

Обратно, физические волновые функции $(\xi_\mu)_a^b$ и $(\phi)_a^b$ получаются из Φ_A^B соответствующими проектированиями

$$(\phi)_a^b = \frac{1}{2\sqrt{2}}\,\Phi_{a,a}^{b,\beta}\left[\gamma_5\left(1-\frac{i\hat{p}}{m}\right)\right]_{\beta a} \tag{8}$$

$$(\xi_\mu)_a^b = \frac{1}{2\sqrt{2}}\,\Phi_{a,a}^{b,\beta}\left[\gamma_\mu\left(1-\frac{i\hat{p}}{m}\right)\right]_{\beta a}\,. \tag{9}$$

Формула суммирования по спиновым и унитарным состояниям для этого мультиплета получается обобщением формулы (6) и имеет вид

$$\sum \Phi^{b,\beta}_{a,\alpha}(p)\,\bar{\Phi}^{c,\gamma}_{d\delta}(p) = \delta^{b}_{d}\,\delta^{c}_{a}\left(\frac{m - i\hat{p}}{2m}\right)^{\gamma}_{\alpha}\left(\frac{m + i\hat{p}}{2m}\right)^{\beta}_{\delta}. \tag{10}$$

Проектируя обе части этой формулы на состояния векторных и псевдоскалярных мезонов при помощи формул (8) и (9), получаем известные формулы

$$\sum (\phi)^{b}_{a}\,(\bar{\phi})^{c}_{d} = \delta^{b}_{d}\,\delta^{c}_{a} \tag{11}$$

$$\sum (\xi_{\mu})^{b}_{a}\,(\bar{\xi}_{\nu})^{c}_{d} = \delta^{b}_{d}\,\delta^{c}_{a}\left(\delta_{\mu\nu} + \frac{p_{\mu}p_{\nu}}{m^{2}}\right). \tag{12}$$

Аналогично, для 364-плета с волновой функцией

$$\Psi_{ABC}(p) \equiv \Psi_{(a,\alpha)(b,\beta)(c,\gamma)} = \frac{1}{2\sqrt{2}}\left[\left(1 - \frac{i\hat{p}}{m}\right)\gamma_{\mu} C\right]_{\beta\gamma}(\psi_{\mu})_{\alpha,\,abc} + \tag{13}$$

$$+ \frac{1}{6\sqrt{2}}\Big\{\epsilon_{abd}\left[\left(1 - \frac{i\hat{p}}{m}\right)\gamma_{5} C\right]_{\alpha\beta}(\psi)^{d}_{\gamma,c} + \epsilon_{cad}\left[\left(1 - \frac{i\hat{p}}{m}\right)\gamma_{5} C\right]_{\gamma\alpha}(\psi)^{d}_{\beta,b} +$$

$$\epsilon_{bcd}\left[\left(1 - \frac{i\hat{p}}{m}\right)\gamma_{5} C\right]_{\beta\gamma}(\psi)^{d}_{\alpha,a}\Big\},$$

мы имеем формулу суммирования

$$\sum \Psi_{ABC}\bar{\Psi}^{A'B'C'} = \frac{1}{3!}\sum_{P(A',B',C')}\delta^{a'}_{a}\delta^{b'}_{b}\delta^{c'}_{c}\left(\frac{m - i\hat{p}}{2m}\right)^{\alpha'}_{\alpha}\left(\frac{m - i\hat{p}}{2m}\right)^{\beta'}_{\beta}\left(\frac{m - i\hat{p}}{2m}\right)^{\gamma'}_{\gamma}, \tag{14}$$

где $\sum_{P(A',B',C')}$ обозначает суммирование по всем перестановкам соответствующих индексов. Проектируя эту формулу на состояния декуплета и октета при помощи формул

$$(\psi_{\mu})_{\alpha,abc} = \frac{1}{2\sqrt{2}}\,\Psi_{(a',\alpha)(b',\beta)(c',\gamma)}\left[C^{-1}\gamma_{\mu}\left(1 - \frac{i\hat{p}}{m}\right)\right]_{\nu\beta}\frac{1}{3!}\,\delta^{\{a'b'c'\}}_{\{abc\}} \tag{15}$$

$$(\psi)^{d}_{\gamma,c} = \frac{1}{2\sqrt{2}}\,\epsilon^{abd}\left[C^{-1}\gamma_{5}\left(1 - \frac{i\hat{p}}{m}\right)\right]_{\beta\alpha}\Psi_{ABC}, \tag{16}$$

вытекающих из (13), мы получаем известные формулы суммирования для декуплета со спином 3/2 и октета со спином 1/2

$$\Sigma\,(\psi_\mu)_{\gamma,efg}(\psi_\nu)^{a,e'f'g'} = \frac{1}{3!}\sum_{P(e'f'g')}\delta_e^{e'}\delta_f^{f'}\delta_g^{g'}\times\{(\frac{m-i\hat{p}}{2m})[\delta_{\mu\nu}-\frac{1}{3}\gamma_\mu\gamma_\nu +$$

$$+\frac{i}{3m}(p_\nu\gamma_\mu - p_\mu\gamma_\nu)+\frac{2}{3}\;\frac{p_\mu p_\nu}{m^2}]\}_\gamma^a\,, \qquad (17)$$

$$\Sigma\,(\psi)^e_{\gamma,o}(\psi)^{\gamma',o'}_{e'} = (\delta_o^{o'}\delta_e^{e}{}_{'} - \frac{1}{3}\delta_e^{o'}\delta_o^{e})(\frac{m-i\hat{p}}{2m})_\gamma^{\gamma'}.$$

Если вместо обычных 4-импульсов ввести 143-компонентные импульсы, то формулы суммирования (6), (10) и (14) становятся инвариантными относительно группы $\tilde{\tilde{U}}(12)$

$$\Sigma\;\Psi_A\bar{\Psi}^B = (\frac{m-i\hat{p}}{2m})_A^B$$

$$\Sigma\;\Phi_A^B\bar{\Phi}_C^D = (\frac{m-i\hat{p}}{2m})_A^D(\frac{m+i\hat{p}}{2m})_C^B$$

$$\Sigma\;\Psi_{ABC}\bar{\Psi}^{A'B'C'} = \frac{1}{3!}\sum_{P(A'B'C')}(\frac{m-i\hat{p}}{2m})_A^{A'}(\frac{m-i\hat{p}}{2m})_B^{B'}(\frac{m-i\hat{p}}{2m})_C^{C'}.$$

После замены (4) эти формулы превращаются в формулы (6), (10) и (14).

3. Мезон-мезонное рассеяние

Рассмотрим теперь рассеяние мезонов из 143-плетов. Импульсы начальных мезонов обозначим через p_i, а конечных мезонов – через q_i. Часть матричного элемента, не содержащая явно импульсов и инвариантная относительно группы $\tilde{U}(12)$, имеет вид:

$$M_1(q_1, q_2; p_1, p_2) = F_1(s,t)\,Sp(\bar{\Phi}(q_1)\bar{\Phi}(q_2)\Phi(p_1)\Phi(p_2)) + F_2(s,t)\,Sp(\bar{\Phi}(q_2)\bar{\Phi}(q_1)\Phi(p_1)\Phi(p_2)) +$$

$$+F_3(s,t)\,Sp(\bar{\Phi}(q_1)\Phi(p_1)\bar{\Phi}(q_2)\Phi(p_2)) + F_4(s,t)\,Sp(\bar{\Phi}(q_1)\bar{\Phi}(q_2))\,Sp(\Phi(p_1)\Phi(p_2)) +$$

$$+F_5(s,t)\,Sp(\bar{\Phi}(q_1)\Phi(p_1))\,Sp(\bar{\Phi}(q_2)\Phi(p_2)) + F_6(s,t)\,Sp(\bar{\Phi}(q_1)\Phi(p_2))\,Sp(\Phi(p_1)\bar{\Phi}(q_2)) +$$

$$+ F_7(s,t)\,Sp(\bar\Phi(q_2)\bar\Phi(q_1)\Phi(p_2)\Phi(p_1)) + F_8(s,t)\,Sp(\bar\Phi(q_1)\bar\Phi(q_2)\Phi(p_2)\Phi(p_1)) +$$

$$+ F_9(s,t)\,Sp(\Phi(p_1)\bar\Phi(q_1)\Phi(p_2)\bar\Phi(q_2)). \tag{22}$$

Если потребовать C-инвариантность матричного элемента, то

$$F_1(s,t) = F_7(s,t), \quad F_2(s,t) = F_8(s,t), \quad F_3(s,t) = F_9(s,t).$$

Часть матричного элемента, содержащая явно импульсы и инвариатная относительно группы $\tilde U(12)$ только при использовании 143-импульсов, имеет вид:

$$M_2(q_1,q_2;p_1,p_2) = G_1(s,t)\,Sp(\frac{i\hat p}{m}\bar\Phi(q_1)\bar\Phi(q_2)\Phi(p_1)\Phi(p_2)) + G_2(s,t)\,Sp(\bar\Phi(q_1)\frac{i\hat K}{m}$$

$$\bar\Phi(q_2)\Phi(p_1)\Phi(p_2)) + G_3(s,t)\,Sp(\bar\Phi(q_1)\bar\Phi(q_2)\frac{i\hat P}{m}\Phi(p_1)\Phi(p_2)) +$$

$$+ G_4(s,t)\,Sp(\bar\Phi(q_1)\bar\Phi(q_2)\Phi(p_1)\frac{i\hat q}{m}\Phi(p_2)) + \ldots + \tag{23}$$

$$+ G_r(s,t)\,Sp(\bar\Phi(q_1)\frac{i\hat K}{m}\bar\Phi(q_2)\frac{i\hat P}{m}\Phi(p_1)\Phi(p_2)) + \ldots,$$

где $P = p_1 + p_2 = q_1 + q_2$, $\qquad K = p_1 - p_2$, $q = q_1 - q_2$.

Поскольку мы не рассматриваем физические следствия нарушения симметрии $\tilde U(12)$ в мезон-мезонном рассеянии, а интересуемся только вопросом выполнения условия унитарности, то нет необходимости в перечислении всех возможных нерегулярных амплитуд в (23); достаточно указать вид таких амплитуд. Следует заметить, что их достаточно много-- порядка 400. Отметим также, что матричный элемент не содержит амплитуд вида, например,

$$Sp(\bar\Phi(q_2)\gamma_\mu\bar\Phi(q_1)\Phi(p_1)\gamma_\mu\Phi(p_2)), \tag{24}$$

инвариантных относительно подгруппы $SU(3)\times L$, где L – однородная группа Лоренца, но неинвариантных относительно группы $\tilde U(12)$.

Подставим теперь в правую часть двухчастичного условия унитарности (3) матричный элемент:

$$M(q_1,q_2;p_1,p_2) = M_1(q_1,q_2;p_1,p_2) + M_2(q_1,q_2;p_1,p_2) \tag{25}$$

и рассмотрим вклад от члена, содержащего произведение $F_1(s,t')F_1^*(s,t'')$, например. Мы имеем:

$$\sum_n \int \frac{d^3p_n}{2p_n^0}\frac{d^3q_n}{2q_n^0} F_1(s,t')F_1^*(s,t'')\,Sp(\bar\Phi(q_2)\bar\Phi(q_1)\Phi(p_n)\Phi(q_n))\,Sp(\bar\Phi(q_n)\bar\Phi(p_n)$$

$$\Phi(p_1)\Phi(p_2)) = \frac{3}{4m^2}\left(\frac{P^2+4m^2}{2m^2}\right) Sp(\bar\Phi(q_2)\bar\Phi(q_1)\gamma_\mu\Phi(p_1)\Phi(p_2)\gamma_\mu)\,I^{11}+ \tag{26}$$

+ члены вида (22) и (23),

где

$$I^{11}=\int d^4q_n\,\delta(q_n^2+m^2)\,\delta(p^2-2pq_n)\,\Theta(q_n^0)\,F_1(s,t')F_1^*(s,t'')\times$$
$$\times\left[\frac{p^2+4m^2}{4}+\frac{(q_nK)(q_nK)}{K^2}+\frac{(q_nq)(q_nq)}{q^2}\right], \tag{27}$$

т.е. в результате суммирования и интегрирования по промежуточным состояниям возникает новая структура, неинвариантная относительно группы $\tilde U(12)$ даже, если ввести 143-импульсы. Такая же структура возникает от других произведений. Мы имеем, например,

$$\sum_n \int \frac{d^3p_n}{2p_n^0}\frac{d^3q_n}{2q_n^0} G_1(s,t')G_1^*(s,t'')\,Sp\left(\frac{i\hat P}{m}\bar\Phi(q_2)\bar\Phi(q_1)\Phi(p_n)\Phi(q_n)\right)Sp(\bar\Phi(q_n)\bar\Phi(p_n)$$

$$\Phi(p_1)\Phi(p_2)\frac{i\hat P}{m}) = \frac{3}{4m^2}\left(\frac{\hat P^2+4m^2}{2m^2}\right)\frac{P}{m^2}Sp(\bar\Phi(q_2)\bar\Phi(q_1)\gamma_\mu\Phi(p_1)\Phi(p_2)\gamma_\mu)\,J^{11}+ \tag{28}$$

+ члены вида (22) и (23), где J^{11} получается из I^{11} заменой $F_1\to G_1$,

$$\sum_n \int \frac{d^3p_n}{2p_n^0}\frac{d^3q_n}{2q_n^0} G_3(s,t')G_3^*(s,t'')\,Sp(\bar\Phi(q_2)\bar\Phi(q_1)\frac{i\hat P}{m}\Phi(p_n)\Phi(q_n)). \tag{29}$$

$$Sp(\bar\Phi(q_n)\bar\Phi(p_n)\frac{i\hat P}{m}\Phi(p_1)\Phi(p_2)) = \frac{3}{4m^2}\left(\frac{P^2+4m^2}{2m^2}\right)\frac{P^2}{m^2}Sp(\bar\Phi(q_2)\bar\Phi(q_1)\gamma_\mu\Phi(p_1)\Phi(p_2)\gamma_\mu)\,J^{33}+$$

+ члены вида (22) и (23), где J^{33} получается из I^{11} заменой $F_1\to G_3$.

Таким образом, условие унитарности в двухчастичном приближении приводит к двум классам интегральных уравнений. Первый класс состоит из уравнений, полученных путем сравнения инвариантных функций при допустимых амплитудах вида (22) и (23). В левых частях таких уравнений стоят мнимые части инвариантных амплитуд, а в правых частях стоят интегралы, содержащие произведения инвариантных амплитуд. Число таких уравнений равно числу инвариантных амплитуд. Если существовали бы только уравнения этого класса, то не было бы вопроса о совместимости нарушенной симметрии $\tilde U(12)$ с условием унитарности. Что касается второго класса, то он содержит уравнения типа

$$I^{11} + \frac{P^2}{m^2} J^{11} + \frac{P^2}{m^2} J^{22} + \ldots = 0 . \qquad (30)$$

Уравнения этого класса получаются в результате того, что коэффициенты при новых структурах, возникающих в правой части условия унитарности, должны обращаться в нуль.

Таким образом, в данной схеме нарушенной симметрии $\tilde{U}(12)$ число всех уравнений полученных из условия унитарности, существенно превышает число искомых инвариантных амплитуд $F_i(s,t)$ и $G_i(s,t)$. Если число независимых уравнений также превышает число искомых амплитуд, что более вероятно, то данная схема нарушенной симметрии $\tilde{U}(12)$ несовместима с условием унитарности.

4. Вершинная функция

Рассмотрим теперь вопрос об условии унитарности в случае мезонного тока J^A_B, преобразующегося как соответствующий тензор группы $\tilde{U}(12)$. Нетрудно видеть, что матричный элемент тока J^A_B, удовлетворяющего условию эрмитовости и C-инвариантности, имеет вид:

$$\begin{aligned}
< k_2 | J^A_B | k_1 > = {} & f^D_1(K^2)\,[\,\bar\Phi^A_C(k_2)\Phi^C_B(k_1) + \bar\Phi^C_B(k_2)\Phi^A_C(k_1)\,] + \\
& + f^D_2(K^2)\,[\,\bar\Phi^D_{A'}(k_2)\left(\frac{i\hat K}{m}\right)^{A'}_B \Phi^A_D(k_1) - \bar\Phi^D_{A'}(k_2)\left(\frac{i\hat K}{m}\right)^A_D \Phi^{A'}_B(k_1) + \\
& + \bar\Phi^A_{A'}(k_2)\left(\frac{i\hat K}{m}\right)^D_B \Phi^{A'}_D(k_1) - \bar\Phi^D_B(k_2)\left(\frac{i\hat K}{m}\right)^A_{A'} \Phi^{A'}_D(k_1)\,] + \\
& + f^D_3(K^2)\,[\,\bar\Phi^D_C(k_1)\left(\frac{i\hat K}{m}\right)^A_D\left(\frac{i\hat K}{m}\right)^{A'}_B \Phi^C_A(k_1) + \bar\Phi^C_D(k_2)\left(\frac{i\hat K}{m}\right)^D_B\left(\frac{i\hat K}{m}\right)^A_{A'} \Phi^{A'}_C(k_1)\,] + \\
& + f^D_4(K^2)\,[\,\bar\Phi^E_D(k_2)\left(\frac{i\hat K}{m}\right)^D_E \Phi^A_C(k_1)\left(\frac{i\hat K}{m}\right)^C_B + \bar\Phi^E_D(k_2)\left(\frac{i\hat K}{m}\right)^D_E \Phi^C_B(k_1)\left(\frac{i\hat K}{m}\right)^A_C + \\
& + \bar\Phi^A_C(k_2)\left(\frac{i\hat K}{m}\right)^C_B\left(\frac{i\hat K}{m}\right)^E_D \Phi^D_E(k_1) + \bar\Phi^C_B(k_2)\left(\frac{i\hat K}{m}\right)^A_C\left(\frac{i\hat K}{m}\right)^E_D \Phi^D_E(k_1)\,],
\end{aligned} \qquad (31)$$

где k_1, k_2 импульсы начального и конечного мезонов, $K = k_2 - k_1$, а $f^D_i(K^2)$ формфакторы D-типа.

Двухчастичное условие унитарности для вершинной функции в аннигиляционном канале имеет вид:

$$\frac{1}{i}\,[\,< k_1 k_2 | J^A_B | 0 > - < 0 | J^B_A | k_1 k_2 >^*\,] = \frac{1}{(2\pi)^3} \int d^4 q_1\, d^4 q_2\, \delta(q_1^2 + m^2)\,\delta(q_2^2 + m^2) . \qquad (32)$$

$$\delta(K - q_1 - q_2) \sum M^*(q_1, q_2; k_1 k_2) \langle q_1 q_2 | J^A_B | 0 \rangle, \tag{32}$$

где $M(q_1, q_2; k_1, k_2)$ есть матричный элемент рассеяния мезона на мезоне, который имеет вид (25).

Подставляя в правую часть условия унитарности (32) выражения для M и $\langle q_1 q_2 | J^A_B | 0 \rangle$ и проводя суммирование и интегрирование по промежуточным состояниям, легко видеть, что возникают новые структуры, не содержащиеся в вершинной функции (31). Например,

$$\begin{gathered}
\sum \int d^4 q_1\, d^4 q_2\, \delta(q_1^2 + m^2)\, \delta(q_2^2 + m^2)\, \delta(K - q_1 - q_2)\, f_1^D(K^2)\, G_4^*(K^2, t') \times \\
\times \operatorname{Sp}\left(\overset{a}{\Phi}(k_2) \frac{i(\hat{q}_1 - \hat{q}_2)}{m} \bar{\Phi}(k_1) \Phi(q_2) \Phi(q_1) \right) \left(\bar{\Phi}^C_B(q_1) \bar{\Phi}^A_C(q_2) \right) = \\
= \frac{3}{4m^2} \left(\frac{K^2 + 4m^2}{2m^2} \right) f_1^D(K^2) \left(\bar{\Phi}^C_B(k_2) (\gamma_\mu)_C^D \bar{\Phi}(k_1)_D^E (\gamma_\mu)_E^A \right) I_4 +
\end{gathered} \tag{33}$$

+ члены вида (31),

где

$$I_4 = -\tfrac{1}{2} \int d^4 q_1\, \delta(q_1^2 + m^2)\, \delta(K^2 - 2Kq_1)\, G_4^*(K^2, t') \left[\frac{K^2 + 4m^2}{4} + \frac{(q_1 P)^2}{P^2} \right]. \tag{34}$$

Структуры подобного вида будут возникать также из других членов в правой части (32), и поэтому, как и в случае мезон-мезонного рассеяния, мы снова получаем два класса интегральных уравнений для инвариантных амплитуд и формфакторов. Для случая вершины, таким образом, возникает такая же трудность, что и для амплитуд рассеяния.

В заключение авторы выражают глубокую благодарность Н.Н. Боголюбову и Я.А. Смородинскому за интерес к работе.

Литература

1. M.A.Beg and A.Pais,. Phys. Rev. Lett., 14, 509 (1965).
2. R.Blankenbecler, M.L.Goldberger, K.Johnson and S.B.Treiman. Phys. Rev. Lett., 14, 518 (1965).
3. R.Delbourgo, A.Salam, J.Strathdee. Proc. Roy. Soc., 284 , N 1396 (1965).
4. T.Fulton, J.Wess. Phys. Lett., 14, 57 (1965).
5. V.G.Kadyshevsky, R.Muradian, A.N.Tavkhelidze and I.T.Todorov. Phys. Lett., 15, 182 (1965).
6. W.Ruhl. Nuovo Cim., 37, 301 (1965).
7. Нгуен Ван-Хьеу, Яф 2, 4 1965.
8. W.Ruhl. Phys. Lett., 15., 304 (1965).
9. R.Oehme. Phys. Rev., Lett., 15, 284 (1965).
10. J.Charap and P.T.Mathews. Preprint, London.
11. F.Hussain and P.Rotelli. Phys. Lett., 16, 183 (1965).
12. П. Винтерниц, А.А. Макаров, Нгуен Ван-Хьеу, Л.Г. Ткачев и М. Углирж, Препринт ОИЯИ, Е-2194, 1965.
13. В.Б. Беляев, Дао Вонг Дык и Нгуен Ван-Хьеу. Препринт ОИЯИ, Р-2228, 1965.

Рукопись поступила в издательский отдел
19 июля 1965 г.