ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

Р-2213

ЛАБОРАТОРИЯ НЕЙТРОННОЙ ФИЗИКИ

Б. Козик

КОРРЕЛЯЦИОННЫЕ ФУНКЦИИ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ ТИПА РАЗМНОЖЕНИЯ

ЯФ, 1966, т3, №5, с883-886.

1965

Р-2213

Б. Козик[x)]

КОРРЕЛЯЦИОННЫЕ ФУНКЦИИ СЛУЧАЙНЫХ ПРОЦЕССОВ ТИПА РАЗМНОЖЕНИЯ

Направлено в журнал "Ядерная физика"

x) Центральный институт ядерных исследований, Дрезден-Россендорф, ГДР

Пусть $P_2(E', t'; E, t)$ – совместная вероятность того, что развивающаяся как марковский процесс система в момент t' находится в состоянии E', а в момент $t>t'$ – в состоянии E.

Производящая функция моментов вероятности P_2 может быть представлена в виде

$$H_2(\phi', t'; \phi, t) = \int dE \int dE' P_2 e^{\phi' E' + \phi E} =$$
$$= \int dE' P_1(E', t') e^{\phi' E'} H_1(\phi, t | E', t'), \tag{1}$$

где

$$H_1(\phi, t | E', t') = \int dE \, P(E, t | E', t') e^{\phi E}, \tag{2}$$

а $P(E, t|E', t')$ – условная вероятность.

Из соотношения (1) следует сразу, что "двухмерная" производящая функция H_2 удовлетворяет относительно переменных ϕ, t такому же прямому уравнению, что и "одномерная" производящая функция H_1.

В случае процесса типа размножения частиц разных сортов (пусть их число равно r) $E \to \vec{n} = (n_1, n_2, \dots n_r)$, $E' \to \vec{n}' = (n_1', n_2', \dots n_r')$,

где n_i – число частиц сорта „i", а производящая функция H_1 удовлетворяет прямому уравнению[1,2]

$$\frac{\partial H_1}{\partial t} = \sum_{k=1}^{r} g_k(\vec{\phi}) \frac{\partial H_1}{\partial \phi_k} + \sum_{k=1}^{r} S_k(t)(e^{\phi_k} - 1), \tag{3}$$

где $S_k(t)$ – интенсивность источника частиц типа „k".

Из уравнения (3) можно получить уравнения для моментов любого порядка, например, для средних чисел частиц $\bar{n}_k$ и для центральных моментов второго порядка $\sigma^2_{jk} = \langle (n_i - \bar{n}_i)(n_j - \bar{n}_j) \rangle$. Так как производящая функция H_2 относительно t, ϕ также удовлетворяет уравнению (3), то из последнего следуют уравнения для взаимных корреляционных функций

$$R_{ij}(t', t) = <[n_i(t') - \bar{n}_i(t')][n_j(t) - \bar{n}_j(t)]>, \qquad (4)$$

которые имеют вид

$$\frac{\partial R_{ij}}{\partial t}(t',t) - \sum_k a_{jk}(t) R_{ik}(t',t) = 0, \; t'<t, \qquad (5)$$

где

$$a_{ik} = \frac{\partial g_k(\vec{\phi})}{\partial \phi_i} \bigg|_{\phi_1 = \phi_2 = \ldots = \phi_r = 0}. \qquad (6)$$

Функции R_{ij} должны удовлетворять начальным условиям

$$R_{ij}(t', t') = \sigma^2_{ij}(t'). \qquad (7)$$

В случае стационарных систем $(R_{ij} = R_{ij}(t-t'))$ уравнения (5) совпадают с нестационарной однородной системой для средних чисел частиц $\bar{n}_k$. Тогда от производных по времени можно избавиться при помощи преобразования Лапласа. С другой стороны, полученная таким образом новая система уравнений прямо определяет спектральные плотности мощности

$$<|n|^2>_{ij} = 4\int_0^\infty dt \; R_{ij}(t)\cos\omega t = 4 \; \mathrm{Real} \; \bar{R}_{ij}(s)\big|_{s=i\omega}, \qquad (8)$$

где

$$\bar{R}_{ij}(s) = \int_0^\infty dt \; R_{ij}(t)\, e^{-st}. \qquad (9)$$

Таким путем было получено точное выражение для спектральной плотности мощности шумов в стационарных ядерных реакторах в одногрупповом однозонном приближении /2/. Но таким же путем можно определить корреляционные функции точечных марковских процессов типа размножения, когда случайная функция $n(t)$ зависит еще от нескольких других непрерывных параметров. В этом случае пространство этих параметров нужно разбить на конечное число конечных ячеек, а частицы, принадлежащие разным ячейкам, рассматривать как частицы разных сортов, которые по известным стохастическим законам превращаются друг в друга. После вывода системы (5) и системы для центральных моментов второго порядка можно совершить предельный переход к бесконечно малым ячейкам. Таким путем получено уравнение для бинарной корреляционной плотности процесса размножения нейтронов в ядерных реакторах с учетом пространственной и энергетической зависимости распределения нейтронов /3/.

В заключение отметим, что такой подход равносилен непосредственному выводу прямого уравнения для производящих функций точечных процессов, где приходится вводить функциональные производные /1/.

Литература

1. М.С. Бартлетт. Введение в теорию случайных процессов, ИИЛ, Москва, 1958.
2. Б. Козик. "Статистическое обоснование применения динамической модели к стационарным ядерным реакторам". Препринт ОИЯИ Р-1996, Дубна 1965.
3. Б. Козик. "Корреляционная теория размножения нейтронов с учетом пространственно-энергетической зависимости их распределения". Препринт ОИЯИ Р-2216, Дубна, 1965.

Рукопись поступила в издательский отдел
8 июня 1965 г.