

С 344.1Д

К-19

3/VI-65

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

P-2179



Т. Канарек, Л. Охрименко

ВОССТАНОВЛЕНИЕ
ПРОСТРАНСТВЕННОЙ КАРТИНЫ СОБЫТИЯ
В КСЕНОНОВОЙ ПУЗЫРЬКОВОЙ КАМЕРЕ

ЛАБОРАТОРИЯ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

1965

P-2178

Т. Канарек, Л. Охрименко

ВОССТАНОВЛЕНИЕ
ПРОСТРАНСТВЕННОЙ КАРТИНЫ СОБЫТИЯ
В КСЕНОНОВОЙ ПУЗЫРЬКОВОЙ КАМЕРЕ

3396/2 ч

Оформленный документ
научно-исследовательский
ИНСТИТУТ

В в е д е н и е

При фотографировании треков в ксеноновой камере принята следующая схема фотографирования:

1. Оптические оси двух объективов параллельны между собой и перпендикулярны ко всем плоскостям раздела сред (плоскости раздела параллельны друг другу).
2. Точки пересечения оптических осей с плоскостью пленки, фиксированные на пленке, называются главными точками кадра (Г Т К).

Процесс фотографирования происходит следующим образом: луч, отраженный точкой в пространстве и проходящий через центр объектива без изменения направления, пересекает плоскость пленки и образует изображение этой точки. Такой способ проектирования называется центральным, а полученное изображение — центральной проекцией.

В реальных условиях проектирующие лучи проходят через прозрачный наполнитель камеры и защитные стекла, т.е. среды с разными показателями преломления. Поэтому ход проектирующих лучей отступает от центральной проекции, и это приводит к искажению изображений на пленке, симметричному и несимметричному относительно Г Т К — главной точки кадра.

Но это указывает изменение масштаба фотографирования в плоскости пленки в зависимости от расстояния точки до главной оптической оси.

Следовательно, на стереопаре фотографий получаются искаженные изображения треков; поэтому восстановление пространственной картины события в камере становится сложным, так как надо учесть все причины, приведшие к искажению изображения. Только тогда смоделированная пространственная картина будет соответствовать действительной.

1 .

Если осветить кадры стереопары сверху, то главные лучи, направленные от соответственных точек изображений трека на снимках стереопары, будут попарно пересекаться. Точки их пересечения будут моделировать точки трека в пространстве камеры.

Такая пара проектирующих лучей называется соответственными лучами.

Если написать систему уравнений для соответственных лучей, то ее решение даст пространственные координаты измеренной точки.

В реальных условиях написать систему уравнений для соответственных лучей очень сложно из-за:

- 1) отступления их хода от законов центрального проектирования;
- 2) расхождения параметров действительной схемы фотографирования от параметров расчетно-теоретической схемы фотографирования;
- 3) искажений, вносимых усадкой пленки.

Все эти факторы будут учтены, если найти зависимость масштаба фотографирования реперных крестов, находящихся в плоскостях раздела "стекло-ксенон" и "ксенон-дно", от расстояния их изображения на пленке до главной точки кадра. Эта зависимость приведена на рис. 1. Она получена для каждого кадра стереопары по измерениям x, y, x_N, y_N 27 реперных крестов как в одной, так и в другой плоскости раздела. (Размещение реперных крестов приведено на рис. 2. Показана стереопара на пленке)

Для каждого реперного креста было вычислено отношение $M = \frac{R}{\rho}$, т.е. масштаб фотографирования, где $\rho_{ipk} = \sqrt{(x_{ipk} - x_{гтк})^2 + (y_{ipk} - y_{гтк})^2} \sqrt{x_{ipk}'^2 + y_{ipk}'^2}$ - расстояние от изображения р.к. на пленке до главной точки кадра. R - расстояние р.к. в плоскости раздела сред до оптической оси одного из объективов вычисляется по формуле:

$$R = \sqrt{X_{pk}^2 + Y_{pk}^2}$$

где

$$X_{pk} = \frac{B}{\frac{x'_{ipk} - x'_{N ipk}}{y'_{ipk} - y'_{N ipk}}} \times \frac{x'_{ipk}}{y'_{ipk}}; \quad Y_{pk} = \frac{B}{\frac{x'_{ipk} - x'_{N ipk}}{y'_{ipk} - y'_{N ipk}}};$$

B - база фотографирования.

(Вычисленные по этим координатам расстояния между реперными крестами хорошо согласуются с величиной $80 \pm 0,005$ мм). На таком расстоянии друг от друга нанесены кресты на стекло и дно камеры при помощи координатно-расточного станка, обеспечивающего точность установки резки 0,002 мм.

Оказалось, что зависимость $M = f(\rho)$ может быть описана полиномом $M = a + b\rho^2$. На электронно-вычислительной машине были вычислены коэффициенты

$a_{\text{стекло}}$	$b_{\text{стекло}}$	$a_{\text{дно}}$	$b_{\text{дно}}$
$a_{N \text{стекло}}$	$b_{N \text{стекло}}$	$a_{N \text{дно}}$	$b_{N \text{дно}}$

для одного и другого кадра стереопары.

Используя эти данные, можно определить координаты точек входа и выхода соответственных лучей в ксенон и из ксенона. Тогда уравнения хода соответственных лучей в однородной среде можно записать как уравнение прямой в пространстве:

$$\frac{X - X_{\text{входа}}^i}{X_{\text{вых}}^i - X_{\text{вход}}^i} = \frac{Y - Y_{\text{входа}}^i}{Y_{\text{вых}}^i - Y_{\text{вход}}^i} = \frac{Z}{h};$$

где h - высота камеры.

$$\begin{aligned} X_{\text{вход}}^i &= M_{\text{ст}}^i x'_i & M_{\text{ст}}^i &= a_{\text{ст}} + b_{\text{ст}} \rho_i^2; & \rho_i^2 &= x_i'^2 + y_i'^2; \\ Y_{\text{вход}}^i &= M_{\text{ст}}^i y'_i; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} X_{\text{выход}}^i &= M_{\text{дно}}^i x'_i & M_{\text{дно}}^i &= a_{\text{дно}} + b_{\text{дно}} \rho_i^2; \\ Y_{\text{выход}}^i &= M_{\text{дно}}^i y'_i \end{aligned}$$

- для соответственного луча из точки i ;

$$\begin{aligned} X_{\text{вход}}^{iN} &= M_{\text{ст}}^{iN} x'_{iN} & M_{\text{ст}}^{iN} &= a_{N \text{ст}} + b_{N \text{ст}} \rho_{iN}^2; \\ Y_{\text{вход}}^{iN} &= M_{\text{ст}}^{iN} y'_{iN} & \rho_{iN}^2 &= x_{iN}'^2 + y_{iN}'^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} X_{\text{выход}}^{iN} &= M_{\text{дно}}^{iN} x'_{iN} & M_{\text{дно}}^{iN} &= a_{N \text{дно}} + b_{N \text{дно}} \rho_{iN}^2; & \rho_{iN}^2 &= x_{iN}'^2 + y_{iN}'^2 \\ Y_{\text{выход}}^{iN} &= M_{\text{дно}}^{iN} y'_{iN} \end{aligned}$$

- для другого соответственного луча из точки iN .

$x'_i, y'_i, x'_{iN}, y'_{iN}$ - координаты соответственных точек в системе координат кадра пленки.

Подставив значения координат входа и выхода, получим уравнения хода соответственных лучей в камере:

$$\frac{X - M_{\text{ст}}^i x'_i}{(M_{\text{дно}}^i - M_{\text{ст}}^i) x'_i} = \frac{Y - M_{\text{ст}}^i y'_i}{(M_{\text{дно}}^i - M_{\text{ст}}^i) y'_i} = \frac{Z}{h}; \quad \text{или}$$

$$\left(\frac{X}{x'_i} - M_{\text{ст}}^i \right) = \left(\frac{Y}{y'_i} - M_{\text{ст}}^i \right) = \frac{Z}{h} (M_{\text{дно}}^i - M_{\text{ст}}^i) \quad \text{или} \quad (1)$$

$$\frac{X}{x'_i} = \frac{Y}{y'_i} = \frac{Z}{h} (M_{\text{дно}}^i - M_{\text{ст}}^i) + M_{\text{ст}}^i \quad - \text{ для}$$

одного соответственного луча. Аналогично

$$\frac{X - B}{x'_{iN}} = \frac{Y}{y'_{iN}} = \frac{Z}{h} (M_{\text{дно}}^{\text{IN}} - M_{\text{ст}}^{\text{IN}}) + M_{\text{ст}}^{\text{IN}} \quad (2)$$

для другого соответственного луча.

Совместное решение уравнений (1) и (2) даст пространственные координаты точки моделируемого трека.

II.

Запишем уравнения соответственных лучей в виде проекций на плоскость OXZ и плоскость OXY

$$\begin{aligned} \text{I} \left\{ \begin{aligned} \frac{X}{x'} &= \frac{Z}{h} (M_{\text{дно}}^{\text{I}} - M_{\text{ст}}^{\text{I}}) + M_{\text{ст}}^{\text{I}} ; \\ \frac{X-B}{x'_N} &= \frac{Z}{h} (M_{\text{дно}}^{\text{IN}} - M_{\text{ст}}^{\text{IN}}) + M_{\text{ст}}^{\text{IN}} \end{aligned} \right. & \text{II} \left\{ \begin{aligned} \frac{X}{x'} &= \frac{Y}{y'} ; \\ \frac{X-B}{x'_N} &= \frac{Y}{y'_N} . \end{aligned} \right. \end{aligned}$$

Решение системы уравнений I даст формулы для вычисления X и Z:

$$\begin{aligned} X &= \left[\frac{Z}{h} (M_{\text{дно}}^{\text{I}} - M_{\text{ст}}^{\text{I}}) + M_{\text{ст}}^{\text{I}} \right] x' ; \\ Z &= \frac{B + M_{\text{ст}}^{\text{IN}} x'_{iN} - M_{\text{ст}}^{\text{I}} x'_i}{(M_{\text{дно}}^{\text{I}} - M_{\text{ст}}^{\text{I}}) \frac{x'_i}{h} - (M_{\text{дно}}^{\text{IN}} - M_{\text{ст}}^{\text{IN}}) \frac{x'_{iN}}{h}} . \end{aligned}$$

Подставив выражение X в уравнения системы II, получим две формулы для вычисления Y:

$$\begin{aligned} Y &= \left[\frac{Z}{h} (M_{\text{дно}}^{\text{I}} - M_{\text{ст}}^{\text{I}}) + M_{\text{ст}}^{\text{I}} \right] y' ; \\ Y &= \left\{ \left[\frac{Z}{h} (M_{\text{дно}}^{\text{I}} - M_{\text{ст}}^{\text{I}}) + M_{\text{ст}}^{\text{I}} \right] x' - B \right\} \frac{y'_N}{x'_N} . \end{aligned}$$

Эти формулы для вычисления пространственных координат назовем формулами варианта 1. Формулы варианта 2 получим из решения системы уравнений II и подставим выражения для X в уравнения системы I:

$$X = \frac{x'}{y'} Y ;$$

$$Y = \frac{B}{\left(\frac{x'}{y'} - \frac{x'_N}{y'_N} \right)}$$

$$Z = \frac{h}{(M_{\text{дно}}^{\text{IN}} - M_{\text{ст}}^{\text{IN}})} \cdot \frac{Y}{y'_N} - \frac{h}{(M_{\text{дно}}^{\text{I}} - M_{\text{ст}}^{\text{I}})} \cdot M_{\text{ст}}^{\text{IN}} ;$$

$$Z = \frac{h}{(M_{\text{дно}}^{\text{I}} - M_{\text{ст}}^{\text{I}})} \cdot \frac{Y}{y'} - \frac{h}{(M_{\text{дно}}^{\text{I}} - M_{\text{ст}}^{\text{I}})} \cdot M_{\text{ст}}^{\text{I}} .$$

Выбор плоскостей проекции наиболее целесообразен, так как проекции соответственных лучей на плоскость OYZ либо сливаются, либо пересекаются под очень малыми углами.

Измеряемые соответственные "точки" изображений треков на пленке имеют в диаметре несколько десятков микрон, ошибка в измерении координат точки на пленке в среднем около десяти микрон. Поэтому соответственные лучи, построенные по измерениям соответственных точек, не пересекаются.

На пересечение соответственных лучей может указывать получение двух разных значений Y, вычисленных по формулам варианта 1, а также иные значения X, Y, Z, вычисленные по формулам варианта 2. Это видно по результатам расчетов, приведенных в таблице 1а.

Но соответственные лучи обязаны в какой-то области пространства проходить вблизи друг друга. Найти минимальное расстояние между соответственными лучами можно по формуле:

$$d_{\text{min}} = \frac{\begin{vmatrix} X_1 - X_2 & Y_1 - Y_2 & Z_1 - Z_2 \\ l_1 & m_1 & n_1 \\ l_2 & m_2 & n_2 \end{vmatrix}}{\sqrt{\begin{vmatrix} l_1 & m_1 \\ l_2 & m_2 \end{vmatrix}^2 + \begin{vmatrix} m_1 & n_1 \\ m_2 & n_2 \end{vmatrix}^2 + \begin{vmatrix} n_1 & l_1 \\ n_2 & l_2 \end{vmatrix}^2}}$$

Направляющие косинусы лучей l_1, m_1, n_1 определяем, пользуясь координатами точек их входа и выхода в среду l_2, m_2, n_2 из среды.

Были вычислены пространственные координаты точек пересечения соответственных лучей с прямой наикратчайшего расстояния между ними:

$$\begin{aligned} X_1, Y_1, Z_1 &- \text{ для одного соответственного луча,} \\ X_2, Y_2, Z_2 &- \text{ для другого соответственного луча.} \end{aligned}$$

Результаты расчетов приведены в таблице 16 для трех серий измерений одних и тех же точек, проведенных разными лаборантами. Оказалось, что $X_1 = X_2, Z_1 = Z_2$ и почти совпадают со значениями X, Z , рассчитанными по формулам варианта 1, а $Y_1 - Y_2 = \Delta Y$ почти близко в $d_{\text{мин}}$ между соответственными лучами.

Если за пространственные координаты точки пересечения соответственных лучей выбрать значения $X_{\text{п}}, Y_{\text{п}}, Z_{\text{п}}$, определяемые через координаты точек пересечения с ними прямой наикратчайшего расстояния:

$$\begin{aligned} X_{\text{п}} &= \frac{X_1 + X_2}{2}; \\ Z_{\text{п}} &= \frac{Z_1 + Z_2}{2}; \\ Y_{\text{п}} &= \frac{Y_1 + Y_2}{2}; \end{aligned}$$

то для вычисления пространственных координат точек моделируемого трека нужно использовать формулы варианта 1.

$$\begin{aligned} X &= \left[\frac{Z}{h} (M_{\text{дно}}^i - M_{\text{ст}}^i) + M_{\text{ст}}^i \right] x'_i; \\ Z &= \frac{B + M_{\text{ст}}^i x'_{iN} - M_{\text{ст}}^i x'_i}{(M_{\text{дно}}^i - M_{\text{ст}}^i) \frac{x'_i}{h} - (M_{\text{дно}}^{iN} - M_{\text{ст}}^{iN}) \frac{x'_{iN}}{h}}; \\ Y &= \left[\frac{Z}{h} (M_{\text{дно}}^i - M_{\text{ст}}^i) + M_{\text{ст}}^i \right] y'_i. \end{aligned}$$

По величине $\Delta Y = Y_1 - Y_2$ можно сделать вывод о качестве измерений соответственных точек.

Примечания.

1. Приведенные в работе расчеты и таблицы были выполнены по измерениям на пленке, полученной при облучении ксеононовой камеры π^- -мезонами с импульсом 8 Гэв/с.

2. Допустимая величина $\Delta Y = 0,100$ мм, так как ошибка в измерении точки на пленке составляет в среднем 10 мк (0,010 мм).

III.

Если осветить кадры стереопары сверху, то световые лучи, проходящие через точки изображения трека на каждом кадре стереопары и соответственный объектив, будут проектировать оба изображения трека в пространство.

Совмещение этих изображений в пространстве смоделирует трек, изображение которого получено на стереопаре. Такой способ моделирования трека даст возможность обойти трудности, связанные с поисками соответственных точек на изображениях трека, уменьшить влияние ошибок при измерении координат на результат моделирования.

Предполагается, что координаты точек вдоль изображения трека на пленке измеряются партиями, независимо на каждом кадре стереопары, так что соответственных точек, кроме точек начала и конца трека, нет.

Уравнение луча, проектирующего каждую из этих точек в пространство, имеет вид:

$$\frac{X}{x'_i} = \frac{Y}{y'_i} = \frac{Z}{h} (M_{\text{дно}}^i - M_{\text{ст}}^i) + M_{\text{ст}}^i \text{ для точек одного кадра,} \quad (1)$$

$$\frac{X - B}{x'_{iN}} = \frac{Y}{y'_{iN}} = \frac{Z}{h} (M_{\text{дно}}^{iN} - M_{\text{ст}}^{iN}) + M_{\text{ст}}^{iN} \text{ для точек другого кадра.} \quad (2)$$

Эти же уравнения можно представить в другом виде:

$$X = a_i Y + a_i \quad (1) \quad X - B = a_{N1} Y + a_{N1} \quad (2)$$

$$Z = \beta_i Y + b_i \quad Z = \beta_{N1} Y + b_{N1},$$

где

$$\begin{aligned} a_i &= a_{N1} = 0; & \alpha_i &= \frac{Z'_i}{y'_i}; & a_{N1} &= \frac{x'_{iN}}{y'_{iN}}; \\ b_i &= -M_{\text{ст}}^i \frac{h}{(M_{\text{дно}}^i - M_{\text{ст}}^i)}; & \beta_i &= \frac{h}{(M_{\text{дно}}^i - M_{\text{ст}}^i) y'_i}; & \beta_{N1} &= \frac{h}{(M_{\text{дно}}^{iN} - M_{\text{ст}}^{iN}) y'_{iN}}. \end{aligned}$$

Предполагается, что известен вид уравнения кривой, описывающей трек в пространстве. В нашем случае это прямая. Тогда уравнение моделируемого трека можно записать в виде:

$$\begin{cases} X = a Y + a \\ Z = \beta Y + b \end{cases}$$

Параметры a , β , a , b определяются из условия пересечения этой прямой с обоями потоками проектирующих лучей:

$$\frac{a - a_1}{a - a_1} = \frac{b - b_1}{\beta - \beta_1};$$

$$\frac{a - a_{N1}}{a - a_{N1}} = \frac{b - b_{N1}}{\beta - \beta_{N1}}; \quad i \geq 2.$$

После преобразования система I имеет вид:

$$a b_1 + a_1 b - a \beta_1 - a_1 \beta = (a_1 b_1 - a_1 \beta_1) + (a b - a \beta)$$

$$a b_{N1} + a_{N1} b - a \beta_{N1} - a_{N1} \beta = (a_{N1} b_{N1} - a_{N1} \beta_{N1}) + (a b - a \beta) \quad \text{Ia}$$

Если ввести параметр "K" как равенство $K = a b - a \beta$ (II), то решив систему уравнений Ia, получим значения a , b , a , β , выраженные через "K" параметр. Подставив эти значения в равенство II, имеем уравнение, решение которого даст величину K (два значения). Одно из значений K используется для определения параметров уравнения моделируемого трека.

Таблица 1а

Простр. координаты	№ обработ. случая		148-169		170-079		251-222	
	0	a	0	a	0	a	0	a
X варианта 1	109,516	108,895	98,269	96,840	64,124	62,174		
X варианта 2	109,291	108,866	98,262	96,855	64,124	62,765		
Y варианта 1	12,225	94,623	145,039	212,551	110,745	202,816		
Y варианта 2	12,168	94,563	145,018	212,620	119,747	202,772		
Z варианта 1	59,048	60,090	52,412	52,520	89,820	89,043		
Z варианта 2	57,583	59,904	52,382	52,647	89,809	88,904		

Таблица 1б

№ обработ. случая	148-169		170-079		251-222		
	0	a	0	a	0	a	
d _{min}	0,059	0,059	0,020	0,069	0,002	0,041	
I измерение	X ₁	109,516	108,895	98,269	96,838	64,124	62,773
	X ₂	109,516	108,895	98,269	96,841	64,124	62,773
	ΔX	0,000	0,000	0,000	0,002	0,000	0,000
	Y ₁	12,225	94,623	145,039	212,554	119,745	202,814
	Y ₂	12,168	94,564	145,019	212,619	119,837	202,775
	ΔY	0,059	0,059	0,020	0,065	0,092	0,039
	Z ₁	59,048	60,088	52,412	52,530	89,821	89,037
	Z ₂	59,049	60,095	52,416	52,511	89,820	89,047
	ΔZ	0,001	0,007	0,004	0,019	0,001	0,010
II измерение	d _{min}			0,085	0,107	0,112	0,022
	X ₁			98,233	96,721	64,135	62,411
	X ₂			98,233	96,722	64,135	62,412
	ΔX			0,000	0,001	0,000	0,001
	Y ₁			145,371	214,168	119,805	227,194
	Y ₂			145,287	214,065	119,694	227,173
	ΔY			0,084	0,103	0,111	0,021
	Z ₁			53,180	53,111	89,075	89,726
	Z ₂			53,198	53,142	90,093	89,732
ΔZ			0,016	0,031	0,018	0,006	
III измерение	d _{min}			0,067	0,218	0,305	0,166
	X ₁			98,194	97,522	64,114	63,184
	X ₂			98,194	97,522	64,114	63,184
	ΔX			0,000	0,000	0,000	0,000
	Y ₁			145,378	176,012	119,997	175,166
	Y ₂			145,312	175,801	119,865	175,003
	ΔY			0,066	0,211	0,302	0,163
	Z ₁			53,079	53,316	90,169	88,841
	Z ₂			53,092	53,367	90,217	90,008
ΔZ			0,013	0,051	0,048	0,037	

Л и т е р а т у р а

1. М. Малы. "Восстановление пространственных координат треков в камере". ЛВЭ ОИЯИ Б-3-983, 1962.
2. Э.М.Лившиц. "О коррекции искажений стереоснимков треков". Вопросы физики элементарных частиц. Сборник материалов, доложенных на четвертой сессии весенней школы теоретической и экспериментальной физики. Нор-Амбед. 16-28 апреля 1964 г.
3. T.J.Kanarek, E.J.Maltsev, T.Nagy, A.Prokes, G.M.Stashkov, E.P.Ustenko, L.V.Chuvilo and Y.N.Shkobin. Proc. of the Intern. Conf. on High-Energy Acceler. and Instrum., CERN 1958, p. 508.

Рукопись поступила в издательский отдел
18 мая 1965 г.

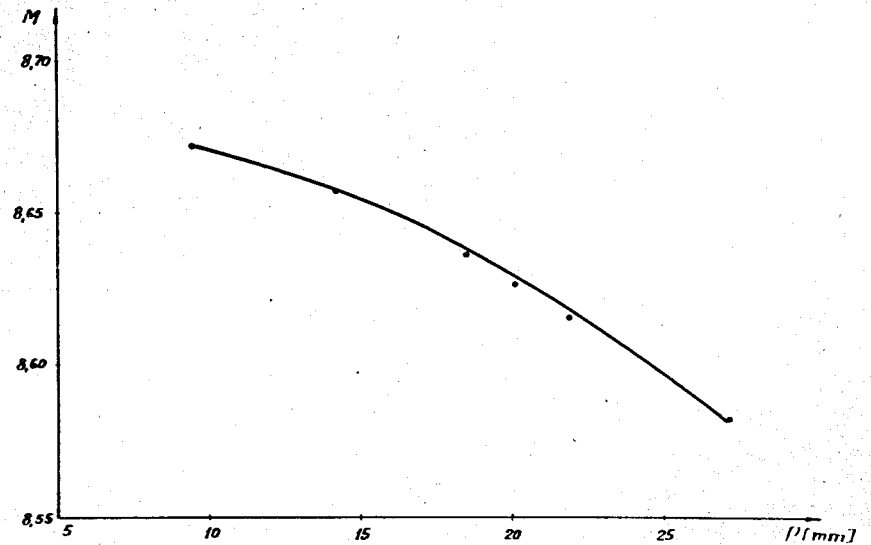


Рис. 1.

