

С 323.4  
С - 874

3/viii-65

ОБЪЕДИНЕННЫЙ  
ИНСТИТУТ  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

P-2175



ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Б.В. Струминский, И.Т. Тодоров, Д.Г. Факиров

ГРУППА  $SU_{12}$  КАК ОБЪЕДИНЕНИЕ  
СИМПЛЕКТИЧЕСКОЙ И СПИНОВОЙ СИММЕТРИЙ

Phys. Lett., 1965, v17, n3, p 342-344.

1965

P-2175

Б.В. Струминский, И.Т. Тодоров, Д.Г. Факиров

ГРУППА  $SU_{12}$  КАК ОБЪЕДИНЕНИЕ  
СИМПЛЕКТИЧЕСКОЙ И СПИНОВОЙ СИММЕТРИИ

Направлено в Physics Letters

3410/3 нр.



1. Успех применения группы  $SU_6$  /1-5/, объединяющей группу внутренних симметрий  $SU_3$  с группой спина  $SU_2$ , отодвинул на задний план попытки расширения  $SU_3$ -схемы в рамках чисто внутренних симметрий. Между тем, до сих пор оставалось не выясненным, в какой мере успех  $SU_6$  связан со специфическими свойствами этой группы и входящей в нее группы  $SU_3$ .

В настоящей заметке показано, что если в качестве группы внутренних симметрий взять группу третьего ранга  $Sp_6$ , рассмотренную в /6-8/, то после ее объединения с группой спина по схеме, приводящей от  $SU_3 \times SU_2$  к  $SU_6$  (см., например, /9/), можно получить все основные результаты, получаемые в схеме  $SU_6$ . При этом на месте  $SU_6$  возникает 143-параметрическая унитарная группа<sup>x)</sup>  $SU_{12}$ .

Наряду с уже классифицированными частицами и резонансами основные мультиплеты  $SU_{12}$  (так же как и мультиплеты  $Sp_6$ ) дают место для ряда новых резонансов, для которых рассматриваемая схема предсказывает определенные свойства. Обнаружение этих резонансов являлось бы аргументом в пользу схемы

$$Sp_6 \times SU_2 \rightarrow SU_{12}.$$

2. Стандартная процедура /9/, при помощи которой группа  $Sp_6$  может быть объединена с группой спина  $SU_2$  в группу  $SU_{12}$ , состоит из двух этапов.

а) Дополнение низших нетривиальных представлений алгебр Ли групп  $SU_2$  и  $Sp_6$  до ассоциативных алгебр. Для алгебры Ли двухрядного представления  $SU_2$  такое дополнение сводится, как известно, к присоединению единичной матрицы  $\sigma_0$  к спиновым матрицам  $\sigma_j$ . Алгебра Ли шестирядного представления симплектической группы порождается 21 матрицами  $\Lambda$  /8/. В силу леммы Шура наименьшая ассоциативная алгебра, содержащая эту нетривиальную совокупность матриц, состоит из всех шестирядных матриц (см. /9/). Таким образом, к генераторам  $Sp_6$  необходимо присоединить еще 18 эрмитовых матриц, получая тем самым алгебру Ли группы  $U_6$ . Дополнен-

х) Отметим, что в недавней работе /10/, в которой анализируются компактные группы с числом параметров, не превосходящим 140, показано, что среди этих групп нет ни одной, кроме самой  $SU_6$ , приводящей к тем же физическим результатам, что и  $SU_6$ .

ная алгебра содержит кроме единичной матрицы еще две диагональные матрицы, не содержащиеся среди генераторов группы  $Sp_6$ . В нижнем представлении они выражаются через произведения  $ZI_3$  и  $YZ$ , где  $Z$  - новое квантовое число, введенное в <sup>/8/</sup>, в терминах которого электрический заряд дается формулой

$$Q = I_3 + \frac{1}{2} (B + Y - Z), \quad (1)$$

где  $B$  - барионное число,  $Y$  - гиперзаряд (напомним, что заряды, определяемые по этой формуле, целочисленные).

б) Тензорное перемножение полученных матричных алгебр и переход к простой алгебре Ли (отбрасыванием 12-рядной единицы). Этот стандартный прием приводит к алгебре Ли, в которой прямое произведение  $SU_2 \times SU_6$  входит в  $SU_{12}$  так же как  $SU_2 \times SU_3$  входит в  $SU_6$ .

Генераторы группы  $Sp_6 S^{ab}$  выражаются через генераторы группы  $SU_{12} A^{aa} \beta b$  по формуле

$$S^{ab} = A^{aa} h^{bb} + A^{ab} h^{a'a}, \quad (2)$$

где  $a, \beta = 1, 2$  - спиновые индексы,  $a, b = 1, 2, \dots, 6$  - симплектические индексы,  $h^{ab}$  - метрический тензор симплектической группы.

3. Псевдоскалярные и векторные мезоны мы будем помещать (как и в случае  $SU_6$  -симметрии) в присоединенное представление  $SU_{12}$ , которое в данном случае 143-мерно. Барионы со спином и четностью  $(1/2^+)$  и  $(3/2^+)$  входят в представление 364 группы  $SU_{12}$ , по которому преобразуется симметрический тензор третьего ранга  $\psi^{aa, \beta b, \gamma c}$ .

Эти представления раскладываются следующим образом по неприводимым представлениям группы  $Sp_6 \times SU_2$  (первая цифра обозначает размерность представления  $Sp_6$ , вторая - размерность представления  $SU_2$ ):

$$\underline{143} = (21, 3) + (21, 1) + (14, 3) + (14, 1) + (1, 3) \quad (3)$$

$$(364) = (64, 2) + (8, 2) + (56, 4). \quad (4)$$

Барионный  $SU_3$ -октет  $(1/2^+)$  входит в представление  $(64, 2)$ , в то время как декаплет  $(3/2^+)$  - в  $(56, 4)$ , причем для них  $Z = 1$ .

Одним из важнейших результатов, полученных в схеме  $SU_6$ , является вывод, согласующийся с опытом, формул для магнитных моментов частиц <sup>/5/</sup>. В <sup>/11/</sup> этот результат был получен векторным сложением магнитных моментов кварков. Здесь мы покажем на примере барионов, что те же соотношения получаются и при сложении

магнитных моментов трионов, которые по предположению пропорциональны произведению заряда триона на его спин:

$$\vec{\mu} = \mu \sum_{i=1}^3 Q_i \vec{\sigma}_i, \quad (5)$$

где  $\mu$  - абсолютное значение магнитного момента триона с зарядом 1,  $Q_i$  и  $\vec{\sigma}_i$  - операторы заряда и спина, действующие на  $i$ -й индекс тензора  $\psi^{A_1 A_2 A_3}$ . Для того, чтобы найти магнитные моменты известных барионов (входящих в  $SU_3$  - октет и декаплет) достаточно знать моменты протона, нейтрона и  $\Sigma^-$ ; все остальные моменты выражаются через них при помощи соотношений, полученных в работах по  $Sp_6$  симметрии <sup>/8/</sup>

$$\begin{aligned} \mu_p &= \mu_{\Sigma^+}, \quad \mu_n = \mu_{\Xi^0}, \quad \mu_{\Xi^-} = \mu_{\Sigma^-}, \quad \mu_{\Sigma^0} = \frac{1}{2} (\mu_p + \mu_{\Sigma^-}) \\ \mu_{\Lambda} &= \frac{1}{6} (\mu_p + 4\mu_n + \mu_{\Sigma^-}). \end{aligned} \quad (6)$$

Волновые функции  $p$ ,  $n$  и  $\Sigma^-$  имеют вид <sup>x)</sup>:

$$\begin{aligned} p &= \sqrt{\frac{2}{3}} (2\psi^{\bar{1}1, 11, 22} + \psi^{\bar{1}1, 11, 2\bar{2}} - \psi^{\bar{1}1, 12, 21} - \psi^{\bar{1}1, 1\bar{2}, 21} - \psi^{\bar{1}1, 12, 2\bar{1}}) \\ n &= \sqrt{\frac{2}{3}} (2\psi^{\bar{1}2, 12, 21} + \psi^{\bar{1}2, 12, 2\bar{1}} - \psi^{\bar{1}1, 12, 22} - \psi^{\bar{1}1, 1\bar{2}, 22} - \psi^{\bar{1}1, 12, 2\bar{2}}) \\ \Sigma^- &= \sqrt{\frac{2}{3}} (2\psi^{\bar{1}2, 12, 2\bar{2}} + \psi^{\bar{1}2, 12, 2\bar{1}} - \psi^{\bar{1}2, 1\bar{2}, 22} - \psi^{\bar{1}2, 1\bar{2}, 2\bar{2}} - \psi^{\bar{1}2, 12, 2\bar{1}}), \end{aligned} \quad (7)$$

где индексы без черты соответствуют барионному заряду 1, а индекс с чертой - барионному заряду - 1.

Усредняя компоненту вектора (5) по функциям (7), находим

$$\mu_p = \mu, \quad \mu_n = -\frac{2}{3}\mu, \quad \mu_{\Sigma^-} = -\frac{1}{3}\mu. \quad (8)$$

Магнитные моменты резонансов со спином 3/2 равны  $\mu Q$ , где  $Q$  заряд резонанса. Совпадение этих результатов с  $SU_6$ -теорией вызвано тем, что для рассматриваемых барионов  $B - Z$  равно нулю.

Нетрудно также показать, что отношение  $\frac{g_A}{g_V}$  для лептонных распадов барионов оказывается тем же, что и в схеме  $SU_6$  <sup>/2/</sup>.

4. Нарушение  $SU_{12}$  симметрии вводится по аналогии с  $SU_6$  симметрией <sup>/4/</sup>. Возмущение преобразуется по представлениям 143, 4212, 5940 группы  $SU_{12}$ .

Для барионов с  $Z = 1$  мы получаем известные массовые формулы  $SU_6$  симметрии. Что касается мезонов, то там ситуация несколько сложнее, и этот вопрос будет разобран отдельно.

x) Мы пользуемся нормировкой  $|\psi^{\bar{a}bc}|^2 = \frac{1}{6} (1 + \delta^{bc})$ .

Отметим, что в теории  $SU_{12}$  сохраняются соотношения между амплитудами радиационных распадов векторных мезонов, полученных в схеме  $SU_6$ . Кроме того, из симметрии  $SU_{12}$  следует соотношение между амплитудами распада  $\omega \rightarrow \pi + \gamma$  и магнитным моментом  $\rho$ -мезона

$$\sqrt{3} A(\rho \eta) = \sqrt{\frac{2}{3}} A(\phi \eta) = A(K^{*0} K^0) = A(\omega \rightarrow \pi \gamma) = \mu_{\rho+} \quad (8)$$

Отметим, наконец, что можно построить релятивистское обобщение группы  $SU_{12}$  по аналогии с релятивистским расширением группы  $SU_6$  <sup>/3,8/</sup>. В результате возникает неоднородная группа  $SL(12)$ ; при этом минимальная возможная размерность группы трансляций - 144. Аналогом группы  $\tilde{U}(12) = U(6,6)$  <sup>/12/</sup> является в нашем случае группа  $U(12, 12) (= \tilde{U}(24))$ , сохраняющая эрмитову форму с 12 знаками "+" и с 12 знаками "-" в комплексном 24-мерном пространстве.

В заключение авторы выражают искреннюю благодарность В.Г.Кадышевскому, В.И.Каломыцеву, А.Н.Тавхелидзе и участникам семинара Лаборатории теоретической физики Объединенного института ядерных исследований за полезные обсуждения.

#### Л и т е р а т у р а

1. F.Gursey and L.A.Radicati. Phys. Rev. Lett., 13, 183 (1964).  
A.Pais. Phys. Rev. Lett., 13, 175 (1964).
2. F.Gursey, A.Pais. and L.Radicati. Phys. Rev. Lett., 13, 299 (1964).
3. B.Sakita. Phys. Rev., 136, B1756 (1964).
4. M.A.B.Beg and V.Singh. Phys. Rev. Lett., 13, 418 (1964).
5. M.A.B.Beg, B.W.Lee and A.Pais. Phys. Rev. Lett., 13, 514 (1964).
6. H.Bacry, J.Nuyts and L.Van Hove. Phys. Lett., 9, 379 (1964);  
Nuovo Cim., 35 510 (1965).
7. H.Bacry, J.Nuyts and L.Van Hove. Phys. Lett., 12, 285 (1964).
8. Б.В.Струминский. А-четность и  $Sp_6$  симметрия. Препринт ОИЯИ Р-2058, Дубна, 1965.
9. V.G.Kadyshevskiy, R.M.Muradyan, A.N.Tavkhelidze and I.T.Todorov. Phys. Lett., 15, 180 and 182 (1965).
10. D.W.Joseph. Simple Alternatives to  $SU(6)$ . Preprint, Lincoln (1965).
11. Б.В.Струминский. Магнитные моменты барионов в модели кварков. Препринт ОИЯИ Р-1939, Дубна 1965.
12. R.Delbourgo, A.Salam and J.Strathdee. Proc. Roy. Soc. A 284, N. 1396, 146 (1965).

Рукопись поступила в издательский отдел  
15 мая 1965 г.