

24/vi-65

А-971

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

P-2137



ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

Н.Н. Ачасов, В.Г. Кадышевский, Р.М. Мурадян

К ВОПРОСУ О МАССОВЫХ ФОРМУЛАХ
В ТЕОРИИ SU(6) -СИММЕТРИИ

29, 1966, т.3, в.4, с.719-721

1965

P-2137

3314/3 ч8

Н.Н. Ачасов, В.Г. Кадышевский, Р.М. Мурадян

К ВОПРОСУ О МАССОВЫХ ФОРМУЛАХ
В ТЕОРИИ $SU(6)$ -СИММЕТРИИ

Объединенный институт
теоретических исследований
БИБЛИОТЕКА

1. Как известно, умеренно-сильному взаимодействию, нарушающему SU(3)-симметрию, приписываются трансформационные свойства 33-компоненты октета, т.е. состояния с $I=Y=0$ и $C_2^{(8)} = 6^x$. На "шпурном" языке это означает, что расщепление SU(3)-мультиплетов на изотопические мультиплеты осуществляет η' -шпурон, являющийся аналогом η -мезона^{/1/}. Естественно, что в соответствующей формуле для массового оператора^{/2/} фигурируют лишь те квантовые числа, которые равны нулю у η' -шпуриона:

$$M = M_0 + M_1 Y + M_2 (I(I+1) - \frac{Y^2}{4}). \quad (1)$$

При переходе к группе SU(6) описанный механизм универсального шпуронного расщепления становится значительно менее эффективным. η' -шпурон, подобно η -мезону, теперь принадлежит 35-плету группы SU(6) и его состояние описывается уже более детально, чем прежде:

$$C_2^{(4)} = N = S = I = Y = 0 \quad C_2^{(8)} = 6 \quad (2)$$

(N и S - операторы "нормального" и "странного" спина, связанные с полным спином \mathcal{S} соотношением $\mathcal{S} = N + S$). Группа изотопического спина SU(2)_I и однопараметрическая группа калибровочных преобразований U(1)_Y, отвечающая гиперзаряду Y, могут рассматриваться как подгруппы, возникающие при "физической" редукции SU(6)

$$SU(6) \supset SU(2)_I \times SU(3) \supset SU(2)_I \times SU(2)_I \times U(1)_Y \quad (3)$$

или как подгруппы "нефизической" редукции^{xx)}:

$$SU(6) \supset U(1)_Y \times SU(2)_S \times SU(4)_I \supset U(1)_Y \times SU(2)_S \times SU(2)_I \times SU(2)_N \quad (4)$$

Ясно, что возмущение, обладающее трансформационными свойствами состояния (2), не является SU(3)-инвариантным и поэтому не может привести к редукции (3). Следовательно, в рамках SU(6)-схемы для описания расщепления масс частиц, вызываемого

x) $C_2^{(n)}$ - квадратичный оператор Казимира группы SU(n).

xx) Мы применяем здесь терминологию работы^{/3/}

их взаимодействием с η' -шпурционом, принципиально нельзя получить формулу (1).

Вместо (1) теперь должно возникать выражение, содержащее квантовые числа Y , S и $C_2^{(4)}$, поскольку очевидно, что рассматриваемое возмущение приводит к первой фазе редукции (4). Эта новая формула имеет вид ^{/3,4/}:

$$M = a + bY + c [2S(S+1) - C_2^{(4)} + \frac{1}{4} Y^2]. \quad (5)$$

Для снятия вырождения по спине J и изотопическому спину I в оператор M необходимо добавлять члены, отвечающие другим самосопряженным представлениям $SU(6)$.

В работе ^{/3/} в качестве таких дополнительных слагаемых предлагается использовать следующие тензорные компоненты (нижняя цифра указывает размерность $SU(6)$ -мультиплетта, верхняя - мультипольность по группе $SU(3)$):

$$T_{(18a)}^{(1)}, \quad T_{(40b)}^{(1)}, \quad T_{(40b)}^{(8)}. \quad (6)$$

При этом вклад от первых двух компонент из (6) имеет вид:

$$a' J(J+1) + b' C_2^{(3)}, \quad (7)$$

т.е. содержит расщепление по J -спину, а компонента $T_{(40b)}^{(8)}$ вносит расщепление по I -спину. Мы хотим подчеркнуть здесь, что выбор возмущения, снимающего выражение по изотопическому спину, в форме $T_{(40b)}^{(8)}$ не является обязательным. В самом деле, нигде не вытекает, что состояние с $I=0$ в 405-плете должно быть 33-компонентой $SU(3)$ -октета и, таким образом, появляться лишь при редукции (3). С равным правом можно предположить, что это состояние возникает в результате редукции (4) и совпадает, например, с состоянием $I=Y=N=S=0$ 84-плета группы $SU(4)_1$. Применяя стандартную процедуру, нетрудно показать, что в данном случае массовый оператор приобретает следующее слагаемое:

$$\text{const} \left[I(I+1) + N(N+1) - \frac{4}{5} C_2^{(4)} \right]. \quad (8)$$

Суммируя (5), (7) и (8), приходим к общей массовой формуле:

$$M = M_0 + M_1 Y + M_2 J(J+1) + M_3 C_2^{(8)} + M_4 [2S(S+1) - C_2^{(4)} + \frac{1}{4} Y^2] + M_5 [I(I+1) + N(N+1) - 4/5 C_2^{(4)}]. \quad (9)$$

Для 35-плета мезонов формула (9) дает:

$$4K^2 - \pi^2 - 3\eta^2 = 4/5 [(K^{*2} - \rho^2) - (K^2 - \pi^2)] \quad (10)$$

$$(\omega^2 - \rho^2)(\phi^2 - \rho^2) = \frac{4}{3} (K^{*2} - \rho^2)(\omega^2 + \phi^2 - 2K^{*2}) + \frac{2}{5} [(K^{*2} - \rho^2) - (K^2 - \pi^2)] \quad (11)$$

$$[\omega^2 + \phi^2 - 2K^{*2} + 4/3 (K^{*2} - \rho^2)] - \frac{9}{50} [(K^{*2} - \rho^2) - (K^2 - \pi^2)]^2.$$

Эти соотношения находятся в хорошем согласии с опытом.

Если при построении массового оператора считать коэффициенты, стоящие перед $T_{(189)}^{(1)}$ и $T_{(408)}^{(1)}$, равными, то $M_8=0$ и выражение (9) становится диагональным по всем частицам, включая, ω и ϕ . При этом возникают соотношения между массами мезонов, также хорошо согласующиеся с экспериментом:

$$\begin{aligned} 4K^2 - \pi^2 - 3\eta^2 &= 4/5 (\omega^2 - \rho^2) \\ \omega^2 + \phi^2 - 2K^{*2} &= 7/10 (\omega^2 - \rho^2) \\ K^{*2} - \omega^2 &= K^2 - \pi^2. \end{aligned} \quad (12)$$

В представлении 56 в силу тождества

$$N(N+1) + I(I+1) - \frac{2}{3} C_2^{(4)} = 2 \left[I(I+1) - \frac{Y^2}{4} \right] - 4Y - 6 \quad (13)$$

и тождеств, приведенных в /3/, формула (9) упрощается и принимает следующий вид:

$$M = M_0 + M_1 Y + M_2 \mathcal{J} (\mathcal{J} + 1) + M_3 [I(I+1) - \frac{1}{2} Y^2 - 1/15 C_2^{(4)}]. \quad (14)$$

С учетом еще одного тождества

$$C_2^{(4)} = \frac{1}{2} Y^2 + 6Y + 9 \quad (15)$$

имеем окончательно:

$$M = M_0 + M_1 Y + M_2 \mathcal{J} (\mathcal{J} + 1) + M_3 [I(I+1) - \frac{3}{10} Y^2]. \quad (16)$$

Из-за наличия дополнительного слагаемого в последнем члене (14) формула Гелл-Манна-Окубо слегка видоизменяется, причем в лучшую сторону (с точки зрения согласия с опытом)

$$\frac{1}{2} (3\Lambda + \Sigma) - (N + \bar{E}) = \frac{1}{20} (\Sigma - \Lambda). \quad (17)$$

Аналогичные изменения претерпевают другие массовые формулы 56-плета.

2. Общая массовая формула для описания электромагнитного расщепления в SU(6) - схеме получается из (9) заменой

$$\begin{aligned} Y &\rightarrow -Q \\ I(I+1) &\rightarrow U(U+1) \\ S(S+1) &\rightarrow P(P+1) \\ N(N+1) &\rightarrow R(R+1) \end{aligned} \quad (18)$$

и добавлением члена, пропорционального Q^2 ;

$$M = M'_0 + M'_1 Q + M'_2 \xi (\xi + 1) + M'_3 C_{2U}^{(3)} + M'_4 [2P(P+1) - C_{2U}^{(4)} + \frac{1}{2} Q^2] +$$

(19)

$$+ M'_5 [U(U+1) + R(R+1) - 4/5 C_{2U}^{(4)}] + M'_6 Q^2.$$

Через P, R и $C_{2U}^{(4)}$ здесь обозначены квантовые числа, возникающие при редукции ⁽⁴⁾/8/x

$$SU(6) \supset U(1)_Q \times SU(2)_P \times SU(4)_U \supset U(1)_Q \times SU(2)_P \times SU(2)_U \times SU(2)_R. \quad (20)$$

Для 56-плета в силу тождеств, аналогичных тождествам, использованным выше, формулу (19) можно упростить, так что в результате она будет совпадать с формулой, приведенной в Примечании 6 работы ^{/7/}:

Для применения (19) к мезонному 35-pletу необходимо воспользоваться таблицей квантовых чисел, отвечающих редукции (20).

Состояния	U	R	P	$C_{2U}^{(4)}$
$K^0, \frac{1}{2}(-\rho^0 + \sqrt{3}\eta), \bar{K}^0$	1	0	0	8
$K^{*0}, \frac{1}{2}(-\rho^0 + \sqrt{3}\omega), \bar{K}^{*0}$	1	1	0	8
$\frac{1}{2}(\rho^0 + \frac{1}{\sqrt{3}}\omega) + \sqrt{\frac{2}{3}}\phi$	0	1	0	8
$-\sqrt{\frac{1}{2}}\rho^0 - \frac{1}{\sqrt{6}}\omega + \frac{1}{\sqrt{3}}\phi$	0	0	1	0
$\frac{1}{2}(\sqrt{3}\pi^0 + \eta)$	0	0	0	0
$K^+, -\pi^+$	1/2	1/2	1/2	15/4
$K^{*+}, -\rho^+$	1/2	1/2	1/2	15/4
$\pi^-, -K^-$	1/2	1/2	1/2	15/4
$\rho^-, -K^{*-}$	1/2	1/2	1/2	15/4

При этом получается следующее соотношение, справедливое во всех порядках по умеренно-сильному взаимодействию:

^(x) Другими словами, \vec{P} есть спин "протонного" кварка \vec{R} - спин остальных кварков, а $\vec{P} + \vec{R} = \vec{J}$.

$$K^{*+} - K^{*0} + \frac{10}{3} (\rho^+ - \rho^0) = K^+ - K^0 + \frac{10}{3} (\pi^+ - \pi^0). \quad (21)$$

Остальные соотношения для масс мезонов, вытекающие из (19), менее интересны, поскольку содержат "массы переходов"

$$\langle \rho^0 \omega \rangle, \quad \langle \rho^+ \phi \rangle \quad \langle \omega \phi \rangle.$$

Авторы выражают глубокую благодарность А.Н.Тавхелидзе и И.Т.Тодорову за интерес к работе и плодотворные дискуссии.

Л и т е р а т у р а

1. S.Coleman, S.L.Glashow. Phys. Rev., 134, B671 (1964).
2. S.Okubo. Progress of Theor. Phys., 27, 949 (1962).
3. M.A.Bagi Beg, V.Singh. Phys. Rev., L., 13, 418 (1964) 1.
4. T.K.Kuo, Y.T.Yao. Phys. Rev., L., 13, 415 (1964).
5. J.Schwinger. Phys. Rev., 135, B816 (1964).
6. J.M.Charap, P.T.Mattews. Phys. Lett., 13, 346 (1964).
57. T.K.Kuo, T.Yao. Phys. Rev. Lett., 14, 79 (1965).

Рукопись поступила в издательский отдел
23 апреля 1965 г.