ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

Р-2026

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ
ЛАБОРАТОРИЯ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

В.Г.Барышевский, В.Л.Любошиц, М.И.Подгорецкий

О РАССЕЯНИИ НЕЙТРОНОВ НА ПОЛЯРИЗОВАННЫХ ЯДРАХ, НАХОДЯЩИХСЯ ВО ВНЕШНИХ ПОЛЯХ

1965

Р-2026

В.Г.Барышевский, В.Л.Любошиц, М.И.Подгорецкий

О РАССЕЯНИИ НЕЙТРОНОВ НА ПОЛЯРИЗОВАННЫХ ЯДРАХ, НАХОДЯЩИХСЯ ВО ВНЕШНИХ ПОЛЯХ

1. Рассмотрим рассеяние частиц, обладающих спином, на поляризованных ядрах, в магнитном поле или в неоднородном электрическом поле (либо и в том и в другом одновременно). Присутствие полей приводит к изменению поляризации ядер, в частности, – к прецессии. Ясно, что вследствие зависимости поляризации ядер от времени сечение рассеяния, вообще говоря, также зависит от времени. Пусть период прецессии много больше времени взаимодействия частиц друг с другом $\tau \approx \frac{R}{v}$, где R – радиус действия ядерных сил, v – скорость падающих частиц. В этом приближении при каждом столкновении рассеяние происходит так же, как и в отсутствие внешних полей (здесь содержится также естественное предположение о том, что внешние поля существенно не влияют на структуру взаимодействия).Поэтому зависимость сечения от времени имеет вид (см. Приложение 1):

$$\sigma(t) = \mathrm{Sp}\, F \rho(t) F^{+} ,$$

где F –амплитуда рассеяния частицы на ядре в отсутствие внешних полей

$$\rho(t) = e^{iH_0 t} \rho e^{iH_0 t} ,$$

H_0 – гамильтониан ядра во внешнем поле, ρ – поляризационная матрица плотности системы нейтрон + ядро в начальный момент времени.

Заметим, что изменение поляризации моноэнергетического пучка частиц по мере движения в поле не существенно при рассеянии на одиночном ядре. Это связано с тем, что частицы достигают данного ядра с одной и той же, хотя и отличной от первоначальной, поляризацией. В случае рассеяния в толстой мишени частицы подходят к различным ядрам с разной поляризацией. Поэтому, чтобы исключить влияние вращения спина частиц на изменение интенсивности во времени, толщина мишени ℓ должна удовлетворять условию $\ell \ll \frac{v}{\omega}$, где ω –частота прецессии спина частицы.

Рассмотрим более подробно, какие условия должны быть выполнены, чтобы интенсивность рассеянных частиц зависела от времени.

2. В случае рассеяния медленных поляризованных нейтронов на поляризованных ядрах сечение рассеяния, просуммированное по состояниям конечной поляризации, имеет вид

$$\sigma = A + B(\vec{P}_{п}\, \vec{P}_{я}),$$

где $\vec{P}_{п}$ и $\vec{P}_{я}$ –векторы поляризации рассматриваемых частиц. После включения магнитного поля поляризация ядер начинает прецессировать. Так как от времени зависят только поперечные по отношению к полю составляющие вектора поляризации ядер, то для получения зависящей от времени интенсивности рассеянных нейтронов поляризация нейтронов также должна иметь поперечную компоненту. Толщина мишени по указанной выше причине должна удовлетворять условию $\ell << \frac{v}{\omega}$.

Если ядро обладает квадрупольным моментом и в узлах кристалла имеется неоднородное электрическое поле, то появляется квадрупольное расщепление энергетических уровней. Для определенности рассмотрим ядра со спином единица в неоднородном поле, обладающем аксиальной симметрией вдоль оси z . В этом случае от времени зависят только компоненты поляризации ядер P_x и P_y . Поэтому для того, чтобы интенсивность рассеянных нейтронов изменялась с течением времени, нужно, чтобы нейтроны были поляризованы под углом к оси квадрупольного расщепления. Так как неоднородное электрическое поле не вызывает прецессии спина нейтрона, толщина мишени не оказывает влияния на рассматриваемое явление[x].

3. Включим параллельно оси квадрупольного расщепления магнитное поле H и будем измерять интенсивность рассеянных нейтронов инерционным детектором с разрешающим временем, большим периода прецессии. Ясно, что в этом случае мы будем измерять некоторое постоянное во времени значение интенсивности нейтронов. Если теперь начать изменять магнитное поле, то, как известно, при значении поля

$$H_0 = \frac{Q}{\mu} \left(\frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2}\right) ,$$

где Q -квадрупольный момент ядра,

μ -магнитный момент ядра,

$\frac{\partial^2 \phi}{\partial z^2}$ -градиент электрического поля в точке расположения ядра,

произойдет пересечение уровней, соответствующих проекциям спина $m = 0$ и -1 (или $+1$) на направление поля. Нетрудно видеть, что при этом одна из компонент вектора поляризации ядра "остановится"/2,3/ и мы обнаружим всплеск интенсивности рассеянных нейтронов[xx]. Аналогичные всплески вследствие "остановки" поляризации будут наблюдаться и при рассеянии на ядрах, на которые действует только магнитное поле, изменяющееся во времени с некоторой определенной частотой Ω (см. Приложение III). Для устранения влияния прецессии нейтронов толщина мишени, по-прежнему, должна удовлетворять условию $\ell << \frac{v}{\omega}$.

---

[x] Следует, правда, учесть, что нейтроны прецессируют и в ядерном поле /1/. Однако, если степень поляризации мишени небольшая, влиянием ядерного поля можно пренебречь.

[xx] Такие же всплески вследствие "остановки" поляризации будут наблюдаться и в интенсивности излученных поляризованными ядрами γ -квантов или β -электронов.

Заметим, что, как и в рассеянии нейтронов, аналогичные периодические изменения интенсивности возникают также при резонансном рассеянии света и излучении γ-квантов ядрами, если спин возбужденного состояния прецессирует во внешних полях. В частности, при пересечении уровней наблюдается всплеск интенсивности, не зависящий от времени [4]. Однако между этими двумя явлениями имеются и некоторые различия. В самом деле, поляризация возбужденного состояния создается в самом акте возбуждения, в то время как нейтроны рассеиваются на заранее поляризованных ядрах и являются поэтому лишь индикаторами состояния ядер. В соответствии с этим, в первом случае речь может идти только о резонансном рассеянии фотонов, в то время как во втором энергия рассеивающихся нейтронов вообще не играет никакой роли.

4. При добавлении поперечного поля $\vec{h}$ пересечение уровней становится невозможным. Интенсивность рассеянных нейтронов в этом случае всегда периодически зависит от времени. При этом, если падающие нейтроны поляризованы вдоль суммарного магнитного поля, толщина мишени роли не играет (см. примечание на стр. 4). Пусть теперь $h \ll \mathcal{H}$ и мишень поляризована так, что у нее заселен только уровень с $m = -1$. В этом случае отлична от нуля всего одна компонента поляризации P_z, постоянная по времени. Если мы теперь будем медленно уменьшать продольное магнитное поле до значения $\mathcal{H}_0$, то уровень с $m = -1$ (или с $m = +1$) перейдет в уровень с $m = 0$. Этот переход проявится в изменении интенсивности рассеянных нейтронов, так как мишень, у которой заселен только уровень с $m = 0$, ведет себя для медленных нейтронов, как неполяризованная.

В реальных условиях нельзя заселить только уровень с $m = -1$, но можно добиться различия в заселенности состояний с $m = -1$ и $m = 0$. Интенсивность рассеянных нейтронов будет тогда периодически зависеть от времени, но при использовании инерционного детектора эта зависимость исчезает. В этих условиях в области пересечения будет иметь место прежний эффект, пропорциональный разности заселенностей уровней с $m = 0$ и $m = -1$ [x].

5. Рассмотрим теперь случай быстрых нейтронов (или протонов). В дифференциальном сечении рассеяния таких частиц появляется член, пропорциональный $\vec{P}\,[\vec{k}_a \times \vec{k}_b]$, где $\vec{k}_a$ и $\vec{k}_b$ – начальный и конечный импульсы нейтрона (протона), $\vec{P}$ – вектор поляризации ядер и член, пропорциональный $\langle S_i S_k \rangle k_i^a k_k^b$, где $\langle S_i S_k \rangle$ – тензор квадруполяризации мишени. В этом случае от времени зависят как угловое распределение, так и асимметрия нейтронов (протонов) относительно плоскости рассеяния.

---

[x] Подобное же явление можно, в принципе, наблюдать также в случае γ-излучения и β-распадов поляризованных ядер в магнитном поле при наличии квадрупольного расщепления (см. также примечание на стр. 4).

Ранее интенсивность рассеянных частиц, а следовательно, и ее всплески при пересечении уровней, были одинаковы по всем направлениям. Ясно, что члены, рассматриваемые теперь, дают разные вклады по разным направлениям. Заметим, что эффект имеет место и тогда, когда пучок падающих частиц не поляризован, при этом толщина мишени роли не играет.

6. До сих пор мы рассматривали рассеянные нейтроны. Обратимся теперь к проходящему пучку. Как известно, для проходящего когерентного пучка поляризованная ядерная мишень ведет себя, как область с магнитным полем, направленным вдоль поляризации ядер /1/. При наличии квадрупольного расщепления или внешнего магнитного поля поляризация начинает зависеть от времени, так что в этом случае поляризованная мишень эквивалентна области, в которой действует магнитное поле, изменяющееся во времени с несколькими частотами. Характер изменения определяется величиной квадрупольного расщепления и ларморовской частотой прецессии ядер во внешнем магнитном поле. Если исследовать теперь поляризацию вышедших частиц, то окажется, что ее направление, вообще говоря, зависит от времени и толщины мишени. Теория движения произвольно поляризованного нейтрона в постоянном и переменном полях, а также некоторые частные случаи рассмотрены в Приложении II . Отметим, что ввиду периодического изменения полного сечения с течением времени число частиц, прошедших через мишень, также зависит от времени. При пересечении уровней в проходящем пучке будет наблюдаться всплеск как в полном числе частиц, так и в интенсивности частиц, обладающих некоторым определенным значением поляризации (предполагается, что нейтроны регистрируются инерционным детектором).

Все явления в проходящем пучке имеют интересную особенность в том случае, когда эффективное переменное поле становится очень малым по сравнению с постоянным полем. Эта особенность состоит в том, что влияние переменного поля на поляризацию и интенсивность проходящего пучка имеет резонансный характер. При частоте переменного поля, равной ларморовской частоте прецессии нейтронов, резко изменяется как величина постоянной части поляризации, так и амплитуда поляризации, периодически меняющейся со временем. То же самое относится и к интенсивности проходящего пучка (см. также Приложение II). Вдали от резонанса влияние малого переменного поля несущественно и поведение пучка практически целиком определяется постоянным полем. Таким образом, те "биения" интенсивности и поляризации нейтронов в проходящем пучке, о которых говорилось выше, в случае мишени с достаточно малой поляризацией становятся заметными только при резонансных частотах. В связи с этим следует отметить, что обычный парамагнитный резонанс и рассмотренный нами ранее парамагнитный резонанс второго рода /1,5,6/ фактически являются лишь частными случаями целого класса аналогичных явлений[x)].

Рассмотренные выше явления могут быть использованы для измерения магнитных и квадрупольных моментов ядер, а также для создания пульсирующих пучков нейтронов. Первая из указанных целей может быть, по-видимому, достигнута даже при работе с мишенями, поляризация которых мала.

ПРИЛОЖЕНИЕ I

Рассеяние нейтронов на ядрах, находящихся во внешнем поле

Оператор Гамильтона для системы нейтрон + ядро во внешнем электромагнитном поле имеет вид:

$$H = \frac{\vec{p}^{\,2}}{2m} - \mu_{я}\,(\vec{S}\vec{H}) - \mu_n\,(\vec{\sigma}\vec{H}) + \sum_{\alpha,\beta=1}^{3} Q_{\alpha\beta}\,\partial_\alpha E_\beta + V_1(r) + V_2(r)(\vec{\sigma}\cdot\vec{S}), \qquad (1)$$

где $\vec{p}$ и m – оператор импульса и масса нейтрона, μ_n и $\vec{\sigma}$ – его магнитный момент и оператор спина, $\mu_я$, $Q_{\alpha\beta}$ и $\vec{S}$ – магнитный момент, тензор квадрупольного момента и оператор спина ядра, $\vec{H}$ и $\vec{E}$ – напряженности магнитного и электрического полей, которые отличны от нуля в некоторой ограниченной области пространства, $V_1(r)$ и $V_2(r)(\vec{\sigma}\cdot\vec{S})$ – потенциалы взаимодействия нейтрона с ядром. Ядра считаются неподвижно закрепленными.

Волновая функция $\psi(\vec{r},t)$, описывающая процесс рассеяния нейтронов на ядрах, удовлетворяет уравнению Шредингера

$$i\hbar\frac{\partial\psi}{\partial t} = H\psi . \qquad (2)$$

Представим $\psi(t)$ в виде

$$\psi(t) = \sum_\ell c_\ell\,\psi_\ell\, e^{-i\frac{E_\ell}{h}t} , \qquad (3)$$

где ϕ_ℓ ψ_ℓ – собственные функции оператора H, удовлетворяющие уравнениям

$$H\phi_\ell = E_\ell\,\phi_\ell . \qquad (4)$$

Так как нейтрон образуется вне поля, энергия E_ℓ не зависит от ориентации спина нейтрона. Она может быть представлена в виде суммы энергии падающего нейтрона и энергии ядра ϵ_ℓ до рассеяния

---

x) Точно так же, для поляризованного света в аналогичных условиях возможны не только резонансные переходы, указанные в /5/, но и "биения" круговой и линейной поляризации, имеющие резонансный характер.

$$E_\ell = \frac{\hbar^2}{2m} k^2 + \epsilon_\ell \quad . \tag{5}$$

Здесь k – волновой вектор нейтрона в области, где внешнее поле равно нулю.

Пусть теперь Φ_p – собственные функции оператора взаимодействия ядра с внешним полем. При этом

$$H_0 \Phi_p = \epsilon_p \Phi_p \ , \tag{6}$$

где

$$H_0 = -\mu_{(я)} (\vec{S}\vec{\mathcal{H}}_\circ) - \sum_{\alpha,\beta=1}^{3} Q_{\alpha\beta}\partial_\alpha E_\beta \ . \tag{7}$$

Запишем волновые функции ϕ_ℓ в виде

$$\phi_\ell = \sum_p a_{\ell p} \Phi_p \ . \tag{8}$$

Величина $a_{\ell p}$ при фиксированных индексах ℓ и p представляет собой спинор по индексам нейтрона. Нетрудно видеть, что для $a_{\ell p}$ мы можем написать следующую систему уравнений:

$$(E_\ell - \epsilon_p) a_{\ell p} = \frac{\vec{p}^{\,2}}{2m} a_{\ell p} + \sum_m \langle p | W | m \rangle a_{\ell m} \ , \tag{9}$$

где

$$W = -\mu_n (\vec{\sigma}\vec{\mathcal{H}}) + V_1(r) + V_2(r)(\vec{\sigma}\vec{S}) . \tag{10}$$

Заметим, что каждый из матричных элементов $\langle p | W | m \rangle$ представляет собой двухрядную матрицу в спиновом пространстве нейтрона.

При решении задачи о рассеянии нейтрона на ядре удобно перейти к системе интегральных уравнений:

$$a_{\ell p} = a_\ell^{(0)} \delta_{\ell p} - \frac{m}{2\pi\hbar^2} \int \frac{e^{ik_{\ell p}|\vec{r} - \vec{r}'|}}{|\vec{r} - \vec{r}'|} \sum_m \langle p | W | m \rangle a_{\ell,m} \, d^3 r' , \tag{11}$$

где

$$k_{\ell p} = \sqrt{\frac{2m}{\hbar^2}(E_\ell - \epsilon_p)} = \sqrt{k^2 + \frac{2m}{\hbar^2}(\epsilon_\ell - \epsilon_p)} \ .$$

При этом

$$a_\ell^{(0)} = e^{i\vec{k}\vec{r}} u^{(n)} \ , \tag{12}$$

где $u^{(n)}$ – спиновая функция падающего нейтрона. Если за время прохождения области, занятой полем, спиновое состояние нейтрона изменяется незначительно (т.е. $\frac{\mu_n \mathcal{H} \ell}{\hbar v} \ll 1$), в формуле (10) можно пренебречь членом $-\mu_n(\vec{\sigma}\vec{\mathcal{H}})$, описывающим взаимодействие нейтрона с магнитным полем. В этом случае

$$W \approx V_1(r) + V_2(r)(\vec{\sigma}\cdot\vec{S}). \tag{13}$$

Если к тому же

$$\frac{2m(\epsilon_\ell - \epsilon_k)}{\hbar^2 k^2} R \ll 1, \tag{14}$$

или, что то же, $\frac{\omega R}{v} \ll 1$ (здесь R – средний радиус взаимодействия нейтрона с ядром, ω – частота прецессии ядра во внешнем поле), то можно считать, что $k_{\ell_D} \approx k$. При этих предположениях система интегральных уравнений (11) совпадает с системой уравнений, описывающих рассеяние нейтрона на ядре в отсутствии внешнего поля. Следовательно, ϕ_ℓ можно представить в виде суммы падающей и расходящейся сферической волны

$$\phi_\ell = e^{i\vec{k}\vec{r}} \chi_\ell + F_\ell \frac{e^{ikr}}{r}. \tag{15}$$

Здесь χ_ℓ – волновая функция, описывающая начальное спиновое состояние нейтрона и ядра при фиксированной энергии ядра ϵ_ℓ $(\psi_\ell = u^{(n)} \Phi_\ell)$, и $(\chi_\ell = u^{(n)} \cdot \Phi_\ell)$

$$F_\ell = F u^{(n)} \Phi_\ell, \tag{16}$$

где F – обычный оператор рассеяния в отсутствии внешнего поля, действующий в спиновом пространстве нейтрона и ядра.

Подставляя (15) в (13), получим

$$\psi_{\text{расс.}}(t) = \{\Sigma c_\ell F_\ell e^{-i\frac{E_\ell}{\hbar}t}\}\frac{e^{ikr}}{r} = F(t)\frac{e^{ikr}}{r}. \tag{17}$$

Отсюда дифференциальное сечение рассеяния поляризованного нейтрона на поляризованном ядре, находящемся во внешнем поле, после суммирования по конечным состояниям поляризации имеет вид:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega} = \langle F^+(t)F(t)\rangle = \langle\sum_{k,\ell} c_\ell c_k^* e^{-i\frac{E_\ell}{\hbar}t} e^{\frac{i}{\hbar}E_k t} u^{+(n)} \langle k|F^+F|\ell\rangle u^{(n)}\rangle = \tag{18}$$

$$= Sp\, F^+ \rho^{(n)} \rho^{(я)}(t) F.$$

Здесь $\rho^{(n)} = \overline{u^{(n)} u^{(n)+}}$ – поляризационная матрица плотности нейтрона,

$$\rho^{(я)}(t) = e^{iH_0 t} \rho^{(я)} e^{-iH_0 t}, \tag{19}$$

где ρ – матрица плотности ядра при $t = 0$ $(\rho_{\ell k} = \overline{c_\ell c_k^*})$, H_0 определяется по формуле (7), черта означает усреднение по ансамблю.

ПРИЛОЖЕНИЕ II

Движение произвольно поляризованного нейтрона в продольном постоянном и вращающемся поперечном магнитных полях

Уравнения, определяющие зависимость спиновой функции нейтрона $\psi = \binom{c_1}{c_2}$ от расстояния ℓ вдоль направления движения пучка, имеют вид

$$i\frac{dc_1}{d\ell} = \frac{1}{v}\left(\frac{\omega_0}{2}c_1 + \frac{\omega'}{2}e^{-i\alpha}e^{-i\omega\frac{\ell}{v}}c_2\right), \tag{1}$$

$$i\frac{dc_2}{d\ell} = \frac{1}{v}\left(-\frac{\omega_0}{2}c_2 + \frac{\omega'}{2}e^{i\alpha}e^{i\omega\frac{\ell}{v}}c_1\right),$$

где ω_0 – ларморовская частота прецессии нейтрона в постоянном поле, $\hbar\omega'$ – энергия взаимодействия спина с поперечным магнитным полем, α – угол между осью $\vec{x}$ и направлением поперечного поля в момент влета нейтрона в область взаимодействия (предполагается, что ось координат z направлена по постоянному полю), ω – частота переменного поля, v – средняя скорость движения нейтронов.

После подстановки $c_1 = c_1' e^{-i\frac{\omega}{2}\frac{\ell}{v}}$ и $c_2 = c_2' e^{i\frac{\omega}{2}\frac{\ell}{v}}$ мы получаем систему уравнений для c_1' и c_2' с постоянными коэффициентами, которую легко разрешить. В результате решение системы (1) имеет вид:

$$c_1 = e^{-i\frac{\omega\ell}{2v}}\left[\left(\cos\frac{\Omega\ell}{v} - i\frac{\omega_0-\omega}{2\Omega}\sin\frac{\Omega\ell}{v}\right)c_1(0) - \frac{i\omega'}{2\Omega}e^{-i\alpha}\sin\frac{\Omega\ell}{v}c_2(0)\right],$$

$$c_2 = e^{i\frac{\omega\ell}{2v}}\left[\left(\cos\frac{\Omega\ell}{v} + i\frac{\omega_0-\omega}{2\Omega}\sin\frac{\Omega\ell}{v}\right)c_2(0) - i\frac{\omega'}{2\Omega}e^{i\alpha}\sin\frac{\Omega\ell}{v}c_1(0)\right], \tag{2}$$

где

$$\Omega = \tfrac{1}{2}\sqrt{(\omega_0-\omega)^2 + \omega'^2},$$

$\binom{c_1(0)}{c_2(0)}$ – спиновая функция нейтрона при входе в область действия поля. Заметим теперь, что фаза α меняется со временем по закону

$$\alpha = \omega t.$$

Учитывая это, с помощью волновой функции (2) легко найти временную зависимость поляризации нейтрона при выходе из области взаимодействия. Для компонент вектора поляризации $\vec{P}$ получаются следующие выражения:

$$P_z = P_z^{(0)}\left[\left(\cos^2\frac{\Omega\ell}{v} + \left(\frac{\omega_0-\omega}{2\Omega}\right)^2\sin\frac{\Omega\ell}{v} - \frac{\omega'^2}{4\Omega^2}\sin^2\frac{\Omega\ell}{v}\right]+\right. \tag{3}$$

$$+ P_x^{(0)}\left[\frac{\omega'(\omega_0-\omega)}{4\Omega^2}\sin^2\frac{\Omega\ell}{v}\cos\omega t - \frac{\omega'}{2\Omega}\sin 2\Omega\frac{\ell}{v}\sin\omega t\right];$$

$$
\begin{aligned}
P_x = \cos\frac{\omega\ell}{v}\,\{P_x^{(0)}\,[\cos^2\frac{\Omega\ell}{v} - \left(\frac{\omega_0-\omega}{2\Omega}\right)^2\sin^2\frac{\Omega\ell}{v} + \frac{\omega'^2}{4\Omega}\sin^2\Omega\frac{\ell}{v}\cos 2\omega t\,] +\\
+ P_z^{(0)}\,[\frac{\omega'}{2\Omega}\sin 2\Omega\frac{\ell}{v}\sin\omega t + \frac{(\omega_0-\omega)\omega'}{4\Omega^2}\sin^2\frac{\Omega\ell}{v}\cos 2\omega t\,] +\\
+ \sin\frac{\omega\ell}{v}\,\{P_x^{(0)}\,[\sin 2\Omega\frac{\ell}{v}\cdot\frac{\omega_0-\omega}{2\Omega} - \frac{\omega'^2}{4\Omega^2}\sin^2\Omega\frac{\ell}{v}\sin 2\omega t\,] +\\
P_z^{(0)}\,[\frac{\omega'}{2\Omega}\sin 2\Omega\frac{\ell}{v}\cos\omega t - \frac{(\omega_0-\omega)\omega'}{4\Omega^2}\sin^2\Omega\frac{\ell}{v}\sin\omega t\,\}\,;
\end{aligned}
\tag{4}
$$

$$
\begin{aligned}
P_y = \sin\frac{\omega\ell}{v}\,\{P_x^{(0)}\,[\cos^2\frac{\Omega\ell}{v} - \left(\frac{\omega_0-\omega}{2\Omega}\right)^2\sin^2\frac{\Omega\ell}{v} + \frac{\omega'^2}{4\Omega}\sin^2\Omega\frac{\ell}{v}\cos 2\omega t\,] +\\
+ P_z^{(0)}\,[\frac{\omega'}{2\Omega}\sin 2\Omega\frac{\ell}{v}\sin\omega t + \frac{(\omega-\omega)\omega'}{4\Omega^2}\sin^2\frac{\Omega\ell}{v}\cos\omega t\,]\} -\\
-\cos\frac{\omega\ell}{v}\,\{P_x^{(0)}\,[\frac{\omega_0-\omega}{2\Omega}\sin 2\Omega\frac{\ell}{v} - \frac{\omega'^2}{4\Omega^2}\sin^2\Omega\frac{\ell}{v}\sin 2\omega t\,] +\\
+ P_z^{(0)}\,[\frac{\omega'}{2\Omega}\sin 2\Omega\frac{\ell}{v}\cos\omega t - \frac{(\omega_0-\omega)\omega'}{4\Omega}\sin^2\Omega\frac{\ell}{v}\sin\omega t\,]\}\,.
\end{aligned}
\tag{5}
$$

Здесь

$$P_z^{(0)} = \overline{|c_1(0)|^2 - |c_2(0)|^2}\,,$$

$$P_x^{(0)} = \overline{2\mathrm{Re}\,c_1(0)\,c_2^*(0)}\,,$$

$P_z^{(0)}$ и P_x^{0} – компоненты начальной поляризации нейтрона x). В случае резонанса выражения для компонент поляризации существенно упрощаются:

$$
\begin{aligned}
P_z &= P_z^{(0)}\cos\omega'\frac{\ell}{v} - \sin\omega t\sin\frac{\omega'\ell}{v}P_x^{(0)}\,,\\
P_x &= A\cos\frac{\omega\ell}{v} + B\sin\frac{\omega\ell}{v}\,,\\
P_y &= A\sin\frac{\omega\ell}{v} - B\cos\frac{\omega\ell}{v}\,,
\end{aligned}
\tag{6}
$$

$$
\begin{aligned}
A &= (1-2\sin^2\frac{\omega'\ell}{2v}\sin^2\omega t)P_x^{(0)} + P_z^{(0)}\sin\frac{\omega'\ell}{v}\sin\omega t\,,\\
B &= -\sin^2\frac{\omega'\ell}{2v}\sin 2\omega t P_x^{(0)} + P_z^{(0)}\sin\frac{\omega'\ell}{v}\cos\omega t\,.
\end{aligned}
\tag{07}
$$

при этом

$\omega = \omega_0$, $\Omega = \omega'$

---

x) Направление оси x мы выбираем таким образом, что оно совпадает с начальной поперечной поляризацией нейтрона, так что $P_y^{(0)} = 0$.

Если при влете в магнитное поле нейтрон имел только одну, отличную от нуля компоненту поляризации $P_z^{(0)} = P_0$, то по выходе из него

$$P_z = P_0 \cos \frac{\omega \ell}{v}$$

и не зависит от времени. Поперечные же компоненты становятся отличными от нуля и изменяются во времени с частотой ω:

$$P_x = (\sin \frac{\omega' \ell}{v} \cos \frac{\omega' \ell}{v} \sin \omega t + \sin^2 \frac{\omega \ell}{v} \cos \omega t) P_0 ,$$

$$P_y = (\sin^2 \frac{\omega' \ell}{v} \sin \omega t - \sin \frac{\omega' \ell}{v} \cos \frac{\omega' \ell}{v} \cos \omega t) P_0. \qquad (8)$$

Если же вначале нейтрон был поперечнополяризованным, т.е. $P_z^{(0)} = 0$, то по выходе из области взаимодействия

$$P_z = - \sin \omega t \sin \frac{\omega \ell}{v} P_x^{(0)} \qquad (9)$$

и зависит от времени. Поперечные компоненты в этом случае имеют как постоянную, так и переменную части. При этом переменная часть изменяется во времени с частотой 2ω:

$$P_x = (1 - 2 \sin^2 \frac{\omega' \ell}{2v} \sin^2 \omega t) \cos \frac{\omega \ell}{v} P_x^{(0)} - \sin^2 \frac{\omega' \ell}{2v} \sin 2\omega t \sin \frac{\omega \ell}{v} P_x^{(0)} ,$$

$$P_y = (1 - 2 \sin^2 \frac{\omega' \ell}{2v} \sin^2 \omega t) \sin \frac{\omega \ell}{v} R_x^{(0)} + \sin^2 \frac{\omega' \ell}{2v} \sin 2\omega t \cos \frac{\omega \ell}{v} P_x^{(0)} . \qquad (10)$$

П Р И Л О Ж Е Н И Е III

<u>Спин в переменном магнитном поле, направление которого фиксировано</u>

Рассмотрим теперь случай, когда поперечное поле равно нулю, а продольное поле изменяется во времени с частотой Ω, что приводит к зависимости от времени величины расщепления:

$$\omega_0' = \omega_0 (1 + q \cos(\Omega t + \alpha)). \qquad (1)$$

Уравнения (II. 1) для пучка нейтронов при этом принимают вид:

$$i \frac{dc_1}{d\ell} = \frac{\omega_0}{2v} (1 + q \cos (\frac{\Omega \ell}{v} + \alpha) c_1 ,$$

$$i \frac{dc_2}{d\ell} = - \frac{\omega_0}{2v} (1 + q \cos (\frac{\Omega \ell}{v} + \alpha)) c_2 , \qquad (2)$$

и легко решаются

$$c_1(\ell) = c_1(0)\exp(-i[\frac{\omega_0}{2}\frac{\ell}{v} + \frac{\omega_0 q}{2\Omega}(\sin(\Omega\frac{\ell}{v} + \alpha) - \sin\alpha)]) ,$$

$$c_2(\ell) = c_2(0)\exp(i[\frac{\omega_0 \ell}{2v} + \frac{\omega_0 q}{2\Omega}(\sin(\Omega\frac{\ell}{v} + \alpha) - \sin\alpha)]) . \qquad (3)$$

Отсюда ясно, что при $\Omega\frac{\ell}{v} = 2\pi n$ второй член в квадратных скобках обращается в нуль, а начальная фаза α, которая различна для разных нейтронов, выпадает, что приводит к исчезновению временной зависимости поляризации вышедших частиц. Полученный результат сразу следует из того, что при выполнении указанного условия дополнительный поворот спина, вызываемый переменным полем, обращается в нуль.

Если магнитное поле $H = H_0 + h\cos(\Omega t + \alpha)$ действует на неподвижное ядро со спином $1/2$, спиновое состояние ядра в момент t определяется функцией $\psi(t) = \begin{pmatrix} c_1(t) \\ c_2(t) \end{pmatrix}$, где

$$c_1(t) = c_1(0)\exp\{-i[\frac{\omega_0 t}{2} + \frac{\omega_0 q}{2\Omega}(\sin(\Omega t + \alpha) - \sin\alpha)]\} ,$$

$$c_2(t) = c_2(0)\exp\{i[\frac{\omega_0 t}{2} + \frac{\omega_0 q}{2\Omega}(\sin(\Omega t + \alpha) - \sin\alpha)]\} , \qquad (4)$$

α – фиксированная постоянная величина.

Воспользуемся соотношением

$$e^{-iz\sin\phi} = \sum_{k=-\infty}^{\infty}(-1)^k J_k(z)e^{ik\phi} , \qquad (5)$$

где $J_k(z)$ – бесселевы функции.

Тогда для компонент вектора поляризации ядер $\vec{P}$ мы получим:

$$P_x = \sum_{k,n}(-1)^{k+n} J_k(\frac{\omega_0 q}{2\Omega})J_n(\frac{\omega_0 q}{2\Omega})P_x^{(0)}\cos[(\omega_0 + (k+n)\Omega)t + \frac{\omega_0 q}{\Omega}\sin\alpha - (k+n)\alpha] ,$$

$$P_y = \sum_{k,n}(-1)^{k+n+1} J_k(\frac{\omega_0 q}{2\Omega})J_n(\frac{\omega_0 q}{2\Omega})P_x^{(0)}\sin[(\omega_0 - (k+n)\Omega)t + \frac{\omega_0 q}{\Omega}\sin\alpha - (k+n)\alpha] . \qquad (6)$$

При $\Omega = \frac{\omega_0}{k+n}$ выражения для P_k и P_y содержат члены, не зависящие от времени. Это приводит к тому, что в рассеянном и проходящем пучках нейтронов, взаимодействующих с поляризованной ядерной мишенью, помещенной в магнитное поле вида $\vec{H} = \vec{H}_0(1 + q\cos(\Omega t + \alpha))$, должны иметь место "всплески" интенсивности и поляризации (если наблюдение ведется с помощью инерционного счетчика). Нетрудно видеть, что при усреднении по времени

$$\overline{P_x} = \left\{ \sum_{s,t}^{s+t=\ell} (-1)^{\ell} J_s\left(\ell \frac{q}{2}\right) J_t\left(\ell \frac{q}{2}\right) \right\} P_x^{(0)} \cos\left[\ell (q \sin\alpha - \alpha)\right],$$

$$\overline{P_y} = \left\{ \sum_{s,t}^{s+t=\ell} (-1)^{\ell+1} J_s\left(\frac{\ell q}{2}\right) J_t\left(\frac{\ell q}{2}\right) \right\} P_x^{(0)} \sin\left[\ell (q \sin\alpha - \beta\alpha)\right]. \qquad (7)$$

Физический смысл рассматриваемого эффекта довольно прост. Частота прецессии спина ядра зависит от величины полного поля и периодически меняется от своего наименьшего до наибольшего значения. Пусть период этих изменений является кратным периоду прецессии, вызываемой постоянной составляющей (например, равен ему). В этом случае после определенного числа полных поворотов ℓ частота прецессии оказывается максимальной для одного и того же угла ϕ и минимальной для угла $\phi + \pi$. В результате появляется постоянная составляющая поперечной поляризации, направление которой зависит от ϕ, т.е., в конечном счете, от фазы α.

Если же периоды не являются кратными друг другу, направление ϕ непрерывно смещается и ни при каком целом числе полных поворотов не возвращается к исходному. В результате постоянная составляющая поляризации исчезает.

Литература

1. В.Г. Барышевский, М.И. Подгорецкий. ЖЭТФ, 47, 1050 (1964).
2. Kurt Alder, H.Albers-Schonberg, Ernst Heer and T.B.Novey. Helv. Phys. Acta, 26, 761 (1953).
3. H.Albers-Schonberg, K.Alder, E.Heer, T.B.Novey, P.Scherrer. Proc. Phys. So Soc. 66, № 406A, 952 (1953).
4. Л.Заставенко, М.Подгорецкий. ЖЭТФ, 45, 706 (1963).
5. В.Г.Барышевский, В.Л.Любошиц, М.И. Подгорецкий. Ядерная физика, 1, 22 (1965).
6. В.Г.Барышевский, В.Л.Любошиц, М.И.Подгорецкий. Препринт ОИЯИ, Р-1840, Дубна, 1964.

Рукопись поступила в издательский отдел
25 февраля 1965 г.