

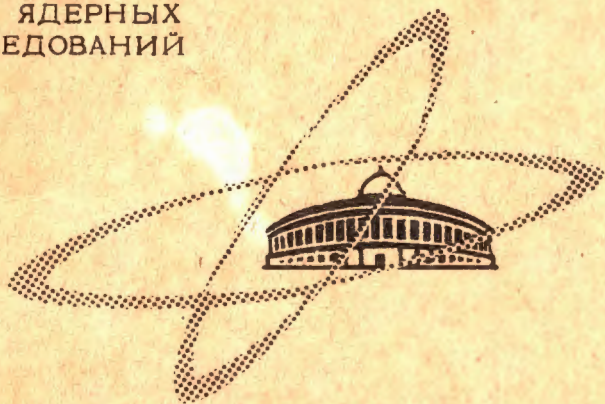
с.346.2а  
Г-371

3/15/68  
L

ОБЪЕДИНЕННЫЙ  
ИНСТИТУТ  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

P-2019



ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

С.Б. Герасимов

ПРАВИЛО СУММ  
ДЛЯ МАГНИТНЫХ МОМЕНТОВ  
И ЗАТУХАНИЕ МАГНИТНОГО МОМЕНТА  
НУКЛОНА В ЯДРЕ

1965

P-2019

С.Б.Герасимов

ПРАВИЛО СУММ  
ДЛЯ МАГНИТНЫХ МОМЕНТОВ  
И ЗАТУХАНИЕ МАГНИТНОГО МОМЕНТА  
НУКЛОНА В ЯДРЕ

Направлено в журнал "Ядерная физика"

Объединенный институт  
ядерных исследований  
БИБЛИОТЕКА

3069/1 чр.

## 1.

Вопрос о поведении амплитуд рассеяния при больших энергиях занимает одно из центральных мест в квантовой теории поля. От него, в частности, зависит количество вычитаний, необходимых для получения дисперсионных соотношений. В связи с этим большой интерес представляет получение из дисперсионных соотношений и сравнение с опытом таких правил сумм, явный вид которых критически зависит от числа вычитаний.

Тот факт, что дисперсионные соотношения без вычитаний приводят к определенным правилам сумм для некоторых процессов (и в частном случае комптон-эффекта - к правилу сумм для квадрата магнитного момента нуклона) был отмечен в работе Лапидуса и Чжоу Гуан-чжао<sup>/1/</sup>. Для случая  $\pi$ -N рассеяния также был получен ряд правил сумм, не противоречащих экспериментальным данным (ссылки на оригинальные работы приведены в обзорной статье<sup>/2/</sup>).

Цель настоящей работы - обсудить правило сумм для магнитных моментов, которое является следствием безвычитательных дисперсионных соотношений и низкоэнергетической теоремы Лоу<sup>/3/</sup> и Гелл-Манна и Гольдбергера<sup>/4/</sup> для амплитуды комптон-эффекта, и на его основе оценить эффект затухания магнитного момента нуклона в ядре.

Распределение заряда и токов в мезонном облаке, окружающем нуклон, в принципе может быть различным для свободных нуклонов и нуклонов, входящих в состав ядра. Это обстоятельство может, в частности, выразиться в изменении магнитного момента связанного нуклона. При вычислении магнитных моментов ядер обычно предполагается, что спиновое гиромангнитное отношение для нуклонов в ядре совпадает с гиромангнитным отношением для свободных нуклонов. Оценка точности этого приближения представляется желательной как с точки зрения определения точности модельных расчетов, так и по соображениям принципиального характера. Из экспериментальных данных о магнитных моментах ядер трудно сделать какие-либо заключения об этом эффекте из-за неопределенности теоретических расчетов на основе ядерных моделей. В ряде работ<sup>/5,6/</sup> обсуждалась возможность экспериментального наблюдения изменения магнитного момента связанного нуклона в процессах фоторождения пионов<sup>/5/</sup> и рассеяния электронов<sup>/6/</sup> на ядрах.

Теоретическая оценка эффекта, проделанная в работе Дрелла и Валецки<sup>/7/</sup> (см. там же ссылки на более ранние работы по данному вопросу), показывает, что аномальная часть магнитного момента нуклона уменьшается вследствие действия принципа Паули на величину порядка 6-7%. Преимущество использования для этой же цели правила сумм (7) состоит в возможности пользоваться в максимальной степени результатами эксперимента по фоторождению пионов на нуклонах и свести к минимуму число теоретических предположений.

С другой стороны, задачу можно обратить, т.е. поставить вопрос о справедливости самого правила сумм. В связи с этим подчеркнем, что в данном случае нам достаточно знать амплитуду фоторождения пионов на нуклонах в ограниченной области энергий, где вся совокупность экспериментальных данных достаточно хорошо описывается несколькими низшими мультиполями. Согласие полученного нами результата (13) и оценки Дрелла и Валецки<sup>/7/</sup> свидетельствует в пользу справедливости правила сумм. В заключение мы отметим ряд других возможных применений полученного правила сумм.

## 2.

Спиновая структура матрицы упругого рассеяния фотона на нуклоне в направлении вперед имеет вид:

$$T(\omega) = G_1(\omega) (\vec{\epsilon}_1 \vec{\epsilon}_2) + i G_2(\omega) (\vec{\sigma} [\vec{\epsilon}_2 \times \vec{\epsilon}_1]), \quad (1)$$

где  $\vec{\epsilon}_1$  и  $\vec{\epsilon}_2$  - векторы поляризации падающего и рассеянного фотона. С помощью оптической теоремы для частиц со спином

$$\text{Im} ( \text{Sp} ( \rho T(\omega) ) ) = \frac{\omega}{4\pi} ( \text{Sp} \rho ) \sigma_{\text{tot}}(\rho; \omega), \quad (2)$$

где  $\rho$  - матрица плотности частиц в начальном состоянии, можно получить выражения для  $\text{Im} G_i(\omega)$ ,  $i = 1, 2$ :

$$\text{Im} G_1(\omega) = \frac{\omega}{4\pi} \sigma_{\text{tot}}(\omega) = \frac{\omega}{4\pi} \frac{\sigma_R(\omega) + \sigma_L(\omega)}{2}, \quad (3)$$

$$\text{Im} G_2(\omega) = \frac{\omega}{4\pi} \frac{\sigma_R(\omega) - \sigma_L(\omega)}{2},$$

где  $\sigma_R(\omega)$  - полное сечение взаимодействия циркулярно-поляризованного фотона в состоянии со спиральностью +1 (т.е. право-поляризованного фотона) с нуклоном, полностью поляризованным вдоль оси  $z$ , которая направлена по импульсу падающего фотона.

$\sigma_L(\omega)$  - полное сечение для лево-поляризованного фотона при той же самой поляризации нуклона.

Всюду используется система единиц  $\hbar = c = 1$ .

Предположим, что для скалярной функции  $G_2(\omega)$  справедливо безвычитательное дисперсионное соотношение

$$\text{Re} G_2(\omega) = \frac{2\omega}{\pi} P \int_{\omega_{\text{пор}}}^{\infty} \frac{\text{Im} G_2(\omega')}{\omega'^2 - \omega^2} d\omega'. \quad (4)$$

Тогда, дифференцируя (4) по  $\omega$  и переходя к пределу  $\omega \rightarrow 0$ , получим:

$$G_2'(0) = \frac{2}{\pi} \int_{\omega_{\text{пор}}}^{\infty} \frac{\text{Im} G_2(\omega)}{\omega^2} d\omega. \quad (5)$$

Константа в левой части равенства (5) определяется из теоремы о низкоэнергетическом пределе амплитуды комптон-эффекта на частице со спином  $1/2$ <sup>3,4/</sup>

$$G_2'(0) = \left. \frac{\partial G_2(\omega)}{\partial \omega} \right|_{\omega=0} = \frac{e^2}{2M^2} g^2, \quad (6)$$

где  $g$  - аномальный магнитный момент нуклона в ядерных магнетонах.

После подстановки (3) и (6) в (5) окончательно получаем искомое правило сумм

$$\frac{2\pi^2 e^2}{M^2} g^2 = \int_{\omega_{\text{пор}}}^{\infty} \frac{\sigma_R(\omega) - \sigma_L(\omega)}{\omega} d\omega. \quad (7)$$

Можно ожидать, что вследствие дифракционного характера взаимодействий при высоких энергиях наличие спинов у сталкивающихся частиц становится несущественным, и поэтому интеграл в (7) сходится. Тем не менее необходимо подчеркнуть, что существование правила сумм в форме (7) мы принимаем как гипотезу, поскольку строгого доказательства его справедливости не имеется.

Для экспериментальной проверки (7) нужно знать сечения взаимодействия поляризованных  $\gamma$ -квантов с поляризованными частицами в широкой области энергий  $\omega$ . В настоящее время таких экспериментальных данных нет. Проверка (7) по теории возмущений требует проведения очень громоздких вычислений. В случае квантовой электродинамики, например, аномальный магнитный момент электрона в низшем по  $\alpha$  приближении равен  $\frac{\alpha}{2\pi}$ . Это означает, что для вычисления дисперсионного интеграла в (7) нужно иметь сечения всех процессов порядка  $e^6$ : комптон-эффект с радиационными поправками, двойной комптон-эффект и фоторождение пары  $e^+ - e^-$  на электроне. Интересно отметить, что вклад порядка  $e^4$  в данном случае автоматически пропадает после интегрирования. В этом смысле правило сумм (7) не противоречиво.

Если бы подынтегральное выражение в (7) быстро убывало с ростом энергии, то для приближенного вычисления можно было бы ограничиться учетом небольшого числа низших мультиполей, наиболее существенных в области малых энергий. В работе

Лапидуса и Чжоу Гуан-чжао<sup>/1/</sup> амплитуда комптон-эффекта на протоне вычислялась на основе дисперсионных соотношений и численных значений амплитуд фоторождения пионов в  $s$  - и  $p$ -состоянии. Было отмечено, что правило сумм для квадрата магнитного момента очень чувствительно к соотношению парциальных амплитуд фоторождения и при некоторых соотношениях между ними можно прийти к противоречию с правилом сумм. Однако такое противоречие (если даже оно и обнаружится) отнюдь не будет обязательно означать несправедливости самого правила сумм (7), а может быть объяснено медленной сходимостью или осцилляциями величины  $\sigma_R(\omega) - \sigma_L(\omega)$  на конечном интервале рассмотренных энергий.

### 3.

Из (7) следует, что влияние эффектов связи на процесс фоторождения мезонов на нуклоне, находящемся внутри ядра, приводит к изменению  $g$ -фактора связанного нуклона. Оценим влияние принципа Паули на изменение магнитного момента нуклона внутри ядра. Принцип Паули приводит, очевидно, к уменьшению сечения фоторождения мезонов на связанном нуклоне, и вследствие этого происходит соответствующее затухание аномальной части магнитного момента. Использование правила сумм (7) для связанного нуклона, вообще говоря, справедливо только в условиях применимости импульсного приближения к процессу рассеяния  $\gamma$ -квантов на ядре. Для оценки по порядку величины влияния принципа Паули на затухание магнитного момента мы рассмотрим простейшую одночастичную модель ядра - модель вырожденного ферми-газа. Динамические корреляции нуклонов здесь отсутствуют, и поэтому импульсное приближение может применяться.

Выражение для фактора  $R = R(\omega)$ , учитывающего уменьшение сечения фоторождения мезонов на связанных нуклонах по сравнению со свободными нуклонами, мы возьмем, следуя результатам работ Лакса и Фешбаха<sup>/8/</sup> и Тирринга<sup>/9/</sup>, в виде:

$$R(\omega) = \int \rho(k) d^3k, \quad (8)$$

где  $\vec{\omega}$  - импульс фотона,  $d = \sqrt{2M(\omega - \mu - \epsilon)}$  - максимальный импульс нуклона отдачи,  $\mu$  - масса  $\pi$ -мезона,  $\epsilon$  - средняя энергия возбуждения ядра,  $\rho = \rho(k)$  - функция импульсного распределения нуклонов внутри ядра. Для модели Ферми-газа  $\rho(k)$  имеет вид:

$$\rho(k) = \begin{cases} \frac{3}{4\pi k_F^3} & k < k_F \\ 0 & k > k_F \end{cases} \quad (9)$$

Здесь  $k_F$  - импульс Ферми, и тогда из (8) следует

$$R(\omega) = \frac{1}{16 k_F^2} [2k_F^2(4k_F - 3\omega) + 2d^2(4d - 3\omega) + \omega^2 + 3 \frac{(k_F^2 - d^2)^2}{\omega}] \quad (10)$$

Обозначая через  $g_B$  значение  $g$ -фактора для связанного нуклона, мы получаем

$$\xi = \frac{g^2 - g_B^2}{g^2} = \frac{4M}{\pi g^2 \omega_{\text{пор}}} \int_1^\infty [1 - R(x)] x^{-2} f(x) dx, \quad (11)$$

где  $f(x) = \frac{M}{e^2} \text{Im } G_2(x)$ ,  $x = \frac{\omega}{\omega_{\text{пор}}}$ ,

$M$  - масса нуклона,  $\omega_{\text{пор}} \approx 150$  Мэв - порог фоторождения пиона на нуклоне.

Численная оценка (11) была получена с учетом значений  $k_F = 250 \frac{\text{MeV}}{c}$  и  $\epsilon \approx 0,1 \text{ Дз}^{10/}$  и значений  $G_2(x)$ , найденных Лапидусом<sup>/10/</sup> на основе анализа данных по фоторождению пионов на протоне. В таблице 1 приведены некоторые значения  $f(x)$  и  $R(x)$  в зависимости от величины  $x$ .

Т а б л и ц а 1

$x$	1	1,05	1,1	1,2	1,5	2,0
$f(x)$	0	0,155	0,21	0,28	0,4	0,14
$R(x)$	0	0,06	0,16	0,4	0,9	1

Вычисляя интеграл в (11), находим

$$\xi \approx 0,125, \quad (12)$$

откуда

$$|g_B| \approx 0,93 |g|. \quad (13)$$

Таким образом, вследствие действия принципа Паули аномальный магнитный момент нуклона уменьшается по абсолютной величине на 7-8%.

### 4.

Дрелл и Валецка<sup>/7/</sup> оценили влияние принципа Паули на величину магнитного момента связанного нуклона в рамках той же самой модели ферми-газа для ядра, но с помощью другого метода. В указанной работе использовался метод суммирования наиболее существенных (с точки зрения дисперсионной идеологии учета ближайших сингулярностей) диаграмм Фейнмана. Оказалось, что изовекторная часть аномального магнитного момента нуклона, находящегося на поверхности ферми-сферы, уменьшается по абсолютной величине на 6-7%. Столь близкое соответствие этого результата и выражения (13) является скорее всего случайным, так как (13) определяет поправку к значению полного аномального магнитного момента, и, что более существенно, при ее нахождении производилось усреднение по импульсному распределению нуклона

внутри ферми-сферы. Тем не менее согласие величин, полученных двумя различными методами, можно рассматривать как дополнительный довод в пользу существования правила сумм (7).

Действие принципа Паули, очевидно, приведет также к изменению магнитных моментов нуклонов в составе дейтона. Статический магнитный момент дейтона определяется в нерелятивистской теории следующей формулой:

$$\mu_d = \mu_p + \mu_n - \frac{3}{2} P_D (\mu_p + \mu_n - \frac{1}{2}), \quad (14)$$

Здесь  $\mu_p$  и  $\mu_n$  — магнитные моменты протона и нейтрона,  $P_D$  — доля D-состояния в дейтоне. Для того чтобы формула (14) со значениями  $\mu_p = 2,79$  н.п. и  $\mu_n = -1,91$  н.п., которые соответствуют свободным нуклонам, совпала с  $(\mu_d)_{\text{exp}} = 0,857$  н.п., необходимо принять  $P_D = 0,039$ . Однако недавние результаты по фоторасщеплению дейтона <sup>11/</sup> и когерентному фоторождению  $\pi^0$ -мезонов на дейтоне <sup>12/</sup> требуют, чтобы  $P_D = 0,07$ . Тогда из (14) следует  $\mu_d = 0,84$  н.п. Отметим, что затухание аномального магнитного момента связанного нуклона на величину порядка 10% дает согласно (14) и  $P_D = 0,07$  значение  $\mu_d = 0,851$  н.п., которое близко к экспериментальному.

Вопрос о детальном механизме затухания (т.е. выбор диаграмм Фейнмана в схеме <sup>7/</sup> или амплитуд фоторождения пионов), о связи предложенной интерпретации с существованием обменных токов в дейтоне и возможной роли  $\rho$ пу взаимодействия (см., например, <sup>13/</sup>) требует дальнейшего изучения.

В заключение отметим ряд других возможных применений правил сумм.

Зная матричные элементы фоторождения K-мезонов, можно использовать правило сумм (7) для оценки вклада токов странных частиц в магнитный момент нуклона.

Используя обобщение низкоэнергетической теоремы для частиц с произвольным спином <sup>14/</sup>, можно переписать правило сумм (7) в виде:

$$4\pi^2 S \left( \frac{1}{S} \mu_0 - \frac{Q}{M} \right)^2 = \int_{\omega_{\text{пор}}}^{\infty} \frac{\sigma_R(\omega) - \sigma_L(\omega)}{\omega} d\omega, \quad (15)$$

где  $\mu_0 = \mu S$  — полный магнитный момент системы, Q и M — заряд и масса системы, S — ее спин.

Полученное в форме (15) правило сумм можно применять и к сложным системам (ядрам, молекулам и т.п.) с любым спином. В случае ядер, например, оценка относительного вклада процессов фоторасщепления и фоторождения мезонов позволяет проследить влияние различных эффектов (особенности модели ядра, "перенормировка" эффективных параметров нуклонов в связанном состоянии, вклад токов взаимодействия и т.д.) на величину магнитного момента. Эти вопросы будут рассмотрены отдельно.

Автор искренне признателен А.М. Балдину за внимание к настоящей работе, замечания и советы.

#### Л и т е р а т у р а

1. Л.И. Липидус, Чжоу Гуан-чжао. ЖЭТФ, 41, 1548, 1961.
2. J. Hamilton, W.S. Woolcock. Rev. Mod. Phys., 35, 737 (1963).
3. F. Low. Phys. Rev., 96, 1428 (1954).
4. M. Gell-Mann, M.L. Goldberger. Phys. Rev., 96, 1433 (1954).
5. V. Devanathan, G. Ramachandran. Nucl. Phys., 38, 654 (1962); 48, 369 (1963).
6. W. Czyz. Inelastic Electron Scattering and Magnetic Properties of Nucleons Bound in Nuclei. Preprint No. 357, Cracow, 1964. Bull. Acad. Polon. Sci. (in press).
7. S.D. Drell, J.D. Walecka. Phys. Rev., 120, 1069 (1960).
8. M. Lax, H. Feshbach. Phys. Rev., 81, 189 (1951).
9. W. Thirring. Helv. Phys. Acta., 26, 465 (1953).
10. Л.И. Липидус. Диссертация ОИЯИ. Дубна, 1961 г.
11. F. Partovi. Ann. Phys., 27, 79 (1964).
12. E.F. Erickson, C. Schaerf. Phys. Rev. Lett., 11, 432 (1963).
13. R.J. Adler, S.D. Drell. Phys. Rev. Lett., 13, 439 (1964).
14. Л.И. Липидус, Чжоу Гуан-чжао. ЖЭТФ, 39, 1288, 1960.

Рукопись поступила в издательский отдел  
24 февраля 1965 г.