ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

И.Ж. Петков

Р-1575

К ВОПРОСУ О НЕУПРУГОМ РАССЕЯНИИ ПОЛЯРИЗОВАННЫХ ЭЛЕКТРОНОВ НА ЯДРАХ

Дубна 1964

И.Ж. Петков

Р-1575

К ВОПРОСУ О НЕУПРУГОМ РАССЕЯНИИ ПОЛЯРИЗОВАННЫХ ЭЛЕКТРОНОВ НА ЯДРАХ

Дубна 1964

1. Дифференциальное сечение неупругого рассеяния быстрых электронов на атомных ядрах в первом борновском приближении выражается в виде суммы приведенных матричных элементов /1/. Поскольку последние содержат всю информацию о ядре, необходимую для описания процесса, представляет интерес получить их из эксперимента. В общем случае в дифференциальное сечение рассеяния с возбуждением определенного состояния ядра входят по крайней мере два (спины ядра в основном и возбужденном состоянии $\neq 0$) матричных элемента, и поэтому нельзя определить вклад от каждого в отдельности, не прибегая к эксперименту с поляризованными электронами.

2. В настоящей работе получена формула дифференциального сечения неупругого рассеяния продольно поляризованных электронов на ориентированных ядрах. Показано, что в некоторых случаях отдельные матричные элементы можно выразить через экспериментально измеримые величины. В частности оказалось, что матричный элемент, соответствующий $M1$ переходу ядра между состояниями $\frac{1}{2}+ - \frac{1}{2}+$, непосредственно связан с измеримыми величинами.

Так как взаимодействие между электроном и ядром рассматривается в первом порядке по константе связи, а электроны описываются плоскими волнами, матричный элемент перехода можно записать с помощью потенциалов Мелера /1/

$$V_{fi} = \int A_\mu(\vec r)\, J^{n}_\mu(\vec r)\, d\vec r\,,$$

где

$$A_\mu(\vec r) = -\frac{4\pi e}{q^2 - q_0^2}\left(\bar u(\vec p\,')\, \gamma_\mu\, u(\vec p)\right) e^{i\vec q\vec r} \equiv B_\mu\, e^{i\vec q\vec r}\,.$$

Здесь $J^{n}_\mu(\vec r) = (\vec J^{n}(\vec r), i\rho^{n}(\vec r))$ – ядерные токи перехода, $(\vec p, iE)$, $(\vec p\,', iE')$ – четырехмерные импульсы электрона в начальном и конечном состоянии, $\vec q = \vec p - \vec p\,'$, $q_0 = E - E'$ импульс и энергия, передаваемые ядру, соответственно. Используя условие Лоренца для потенциалов Мелера и уравнение непрерывности, которому удовлетворяют ядерные токи перехода, мы можем исключить четвертые компоненты $A_\mu(\vec r)$ и $J^{n}_\mu(\vec r)$ и записать взаимодействие в вида

$$V_{fi} = \left(\vec B' \int \vec J^{n}(\vec r)\, e^{i\vec q\vec r}\, d\vec r\right),$$

где

$$\vec B' = \vec B - \frac{(\vec B\vec q)}{q_0^2}\,\vec q\,.$$

Будем считать, что начальное состояние электрона и ядра являются чистыми. Дифференциальное сечение в этом случае имеет вид:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(f\leftarrow i) = \frac{4\pi}{v}\,\rho\sum_{a,b} Q_{ab}\, I_{ab},$$

где

$$Q_{ab} = \sum_{s_2} B_a'^{*} B_b' ; \qquad I_{ab} = \sum_{m_2}\{\int J_a(\vec r)\, e^{i\vec q\vec r}\, d\vec r\}\{\int J_b(\vec r)\, e^{i\vec q\vec r}\, d\vec r\}$$

v – скорость падающего электрона, ρ – плотность конечных состояний, s_2, m_2 – проекции спина электрона и ядра в конечном состоянии, соответственно, a, b – декартовы координаты. Для удобства переходим к сферическим ортам, т.е. заменяем Q_{ab} и I_{ab} на $Q_{\mu\nu}$ и $I_{\mu\nu}$, где $\mu,\nu = 0,\pm 1$. Выбирая координатную систему, в которой ось направлена вдоль передаваемого импульса $\vec q$, учитывая разложение [2]

$$\int J_\nu e^{i\vec q\vec r}\, d\vec r = \sqrt{4\pi}\sum_{\ell\lambda} i^\ell\sqrt{2\ell+1}\,(\ell 0 1\nu|\lambda\nu)\int j_\ell(qr)(\vec Y_{\lambda\ell\nu}(\hat r)\,\vec J(\vec r))\, d\vec r$$

и

$$\int j_\ell(qr)(\vec Y_{\lambda\ell\nu}(\hat r)\,\vec J(\vec r))\, d\vec r = \langle j_2 m_2|\mathfrak M_{\lambda\ell\nu}(q)|j_1 m_1\rangle = (-1)^{j_2-j_1}\frac{(j_2\lambda\, m_2-\nu|j_1 m_1)}{\sqrt{2j_1+1}}\langle j_2\|\mathfrak M_{\lambda\ell}(q)\|j_1\rangle$$

и вводя проекционный спиновый оператор [3] в $Q_{\mu\nu} - (1-2is_1\gamma_5\gamma_4\frac{(\vec\gamma\,\vec p)}{|p|})$ после несложных преобразований получим:

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(f\leftarrow i) = \left(\frac{e}{\hbar c}\right)^2\frac{4\pi}{p^2}\,\frac14\,\frac{\cos^2\frac\theta2}{\sin^4\frac\theta2}\, I_0 + \left(\frac{e}{\hbar c}\right)^2\frac{4\pi}{p^2}\,\frac18\,\frac{1+\sin^2\frac\theta2}{\sin^4\frac\theta2}\, I_1 + \tag{1}$$

$$+\left(\frac{e}{\hbar c}\right)^2\frac{4\pi}{p^2}\,\frac{1}{4\sin^3\frac\theta2}\, s\, I_2; \quad s=\pm 1,$$

где

$$I_0 = (-1)^{j_2-j_1}\frac{q^2}{q_0^2}\sum_{j'\lambda\lambda'\ell\ell'}(-1)^{\ell'} i^{\ell+\ell'}\sqrt{\frac{(2j'+1)(2\ell+1)(2\ell'+1)}{2j_1+1}}\,(\ell 100|\lambda 0)(\ell' 100|\lambda' 0)(j_1 j' m_1 0|j_1 m_1)\times$$

$$\times W(j_1\lambda j_1\lambda'; j_2 j')\,\langle j_2\|\mathfrak M_{\lambda\ell}\|j_1\rangle\langle j_2\|\mathfrak M_{\lambda'\ell'}\|j_1\rangle^{+};$$

$$I_1 = 2(-1)^{j_2-j_1}\sum_{j'\lambda\lambda'\ell\ell'}(-1)^{\ell'+1} i^{\ell+\ell'}\sqrt{\frac{(2j'+1)(2\ell'+1)(2\ell+1)}{2j_1+1}}\,(\ell 101|\lambda 1)(\ell' 101|\lambda' 1)(\lambda\lambda' 1 -1|j' 0)\times$$

$$\times (j_1 j' m_1 0|j_1 m_1)\, W(j_1\lambda j_1\lambda'; j_2 j')\,\langle\|\mathfrak M_{\lambda\ell}\|\rangle\langle\|\mathfrak M_{\lambda'\ell'}\|\rangle^{+};$$

$$j' = 0, 2, \ldots$$

I_2 – то же самое выражение, только что $j' = 1, 3, \ldots$

Во избежание громоздких выражений, мы ограничились случаем, когда $\sin\frac\theta2 \gg \frac{\Delta E}{E}$, где θ – угол рассеяния.

Формула (1) для сечения имеет следующие особенности. Нетрудно убедиться, что после суммирования по m_1 – проекция спина ядра в основном состоянии – (1) переходит в обычную формулу для сечения рассеяния неполяризованных электронов на неориентированных ядрах [1]. При суммировании по $s = 2s_1$ – знак проекции спина электрона на направление импульса падающего электрона, последний член в (1) исчезает. Это означает, что поляризационные эффекты имеют место только при одновременной поляризации электронов и ядер. Если спин ядра $j_1 = 0$, поляризационный член тоже исчезает, как это легко проверить, например, в случае переходов $0^+ - 0^+$, $0^+ - 1^+$ и др.

3. Рассмотрим подробнее рассеяние поляризованных электронов с возбуждением ядра начальное и конечное состояния которого имеют спин ½ и положительную четность /½+ ← ½+/. В этом случае вклад из-за ориентации ядра исчезает; остается член, обусловленный поляризацией электронов и ядер (в начальном состоянии) одновременно

$$\frac{d\sigma}{d\Omega}(½+\leftarrow ½+) = \left(\frac{e}{\hbar c}\right)^2\frac{4\pi}{p^2}\,\frac14\,\frac{\cos^2\frac\theta2}{\sin^4\frac\theta2}\,\frac12\left|\frac{q}{q_0}\langle\|\mathfrak M_{01}\|\rangle\right|^2 +$$

$$+\left(\frac{e}{\hbar c}\right)^2\frac{4\pi}{p^2}\,\frac18\,\frac{1+\sin^2\frac\theta2}{\sin^4\theta/2}\,\frac12|\langle\|\mathfrak M_{11}\|\rangle|^2 + \left(\frac{e}{\hbar c}\right)^2\frac{4\pi}{p^2}\,\frac14\,\frac{1}{\sin^3\theta/2}\,\frac{s}{\sqrt2}\,|\langle\|\mathfrak M_{11}\|\rangle|^2;$$

(в формуле мы положили $m_1 = +½$). Приведенный матричный элемент $\langle\|\mathfrak M_{11}\|\rangle$, соответствующий $M1$ переходу ядра, можно выразить через отношение

$$W = \frac{d\sigma^{(+)} - d\sigma^{(-)}}{d\sigma^{(+)} + d\sigma^{(-)}},$$

где $d\sigma^{(+)}$ и $d\sigma^{(-)}$ сечения с $s=1$, $s=-1$ соответственно.

Тогда

$$W\cdot\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_0 = \left(\frac{e}{\hbar c}\right)^2\frac{4\pi}{p^2}\,\frac14\,\frac{1}{\sin^3\theta/2}\,\frac{1}{\sqrt2}\,|\langle\|\mathfrak M_{11}\|\rangle|^2,$$

т.е. матричный элемент выражается через измеримые на опыте величины. $\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_0$ – сечение неполяризованных электронов с возбуждением вышеуказанного перехода. Он равен сумме двух первых членов в (2). В длинноволновом приближении $/qr \ll 1/$ $|\langle\|\mathfrak M_{11}\|\rangle|^2 \sim q^2 = 4p^2\sin^2\frac\theta2$ и, следовательно,

$$W\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_0 \sim \frac{1}{\sin\theta/2}.$$

В других, более сложных переходах выделение матричных элементов связано с использованием формулы (1) и выражения для $\left(\frac{d\sigma}{d\Omega}\right)_0$.

В заключение автор выражает благодарность С.М. Биленькому и Б.Н. Калинкину за обсуждение работы.

Литература

1. R.S. Willey. Nucl. Phys. 40, 529 (1963).
2. М.Роуз. Поля мультиполей. ИИЛ, М., 1957.
3. А.И. Ахиезер, В.Б. Берестецкий. Квантовая электродинамика, Москва, 1959.

Рукопись поступила в издательский отдел
26 февраля 1964 г.