

С 341  
Б-23

26.3.64



ОБЪЕДИНЕННЫЙ ИНСТИТУТ ЯДЕРНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ

ЛАБОРАТОРИЯ ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ

---

Е.М. Банг, И.Н. Михайлов

P-1573

РАСЧЕТЫ СВОЙСТВ ЯДЕР  
РЕДКОЗЕМЕЛЬНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ  
ПРИ ПОМОЩИ УЛУЧШЕННОЙ ТЕОРИИ  
ПАРНЫХ КОРРЕЛЯЦИЙ

Дубна 1964

Е.М. Банг, И.Н. Михайлов

P-1573

2349/1 чс

РАСЧЕТЫ СВОЙСТВ ЯДЕР  
РЕДКОЗЕМЕЛЬНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ  
ПРИ ПОМОЩИ УЛУЧШЕННОЙ ТЕОРИИ  
ПАРНЫХ КОРРЕЛЯЦИЙ

Направлено в "Изв. АН СССР"

Дубна 1964

В настоящее время появилось много работ /см. /1-5/, в которых подвергается критике решение уравнения Шредингера с гамильтонианом

$$H = \sum_{\mu, \nu} E_{\mu} a_{\mu}^{+} a_{\nu} - \frac{G_0}{V} \sum_{\mu, \nu} a_{\mu}^{+} a_{\nu} - a_{\mu}^{-} a_{\nu}^{+} \quad /1/$$

методом  $u, v$  - преобразования /6/. Так, одним из авторов данной работы было показано ранее /см. /5/, что корреляционные эффекты сверхпроводящего типа в возбужденных состояниях системы оказываются значительно больше, чем следует из метода  $u, v$  - преобразования. Это вытекает из того, что значение корреляционной константы в двухквaziчастичных состояниях не сильно отличается от значения этой величины в основном состоянии.

Отметим при этом, что спектр энергии двухквaziчастичных состояний хорошо передается методом  $u, v$  - преобразования. В этой работе предложена весьма простая схема решения уравнения Шредингера с гамильтонианом /1/, в которой приближенно учтены ошибки, связанные с несохранением числа частиц в состоянии, описываемом бардиновской функцией

$$\Psi = \prod_{\mu} (u_{\mu} + v_{\mu} a_{\mu}^{+} a_{\mu}^{-}) |0\rangle . \quad /2/$$

В данной работе схема вычислений, аналогичная описанной выше, разработана с тем, чтобы включить в нее расчет матричных элементов между различными состояниями ядер. Ниже показано также, что уравнения, полученные в работе /5/, содержат все поправки к методу  $u, v$  - преобразования порядка  $\frac{1}{N}$ . Наконец, в работе приведены результаты расчетов, выполненных с помощью разработанного метода, для ядер группы редкоземельных элементов. Схема расчета выбрана вполне аналогично тому, как это было сделано в работе /7/. Константы парного взаимодействия сверхпроводящего типа выбраны при помощи сравнения экспериментальных и теоретических значений парных энергий для большой группы ядер. Получены энергетические спектры ядер и поправки, связанные с парными корреляциями, к величине  $\log(ft)$  для ряда процессов  $\beta$  - распада ядер.

Основные результаты, полученные в работе /5/, можно сформулировать следующим образом. Как показано в /1/, собственные функции оператора Гамильтона /1/ для системы  $N$  частиц при четном  $N$  могут быть представлены в виде:

$$\Psi_0 = (A^{+})^{\frac{N}{2}} |0\rangle = N! \frac{1}{2\pi i} \oint \frac{dz}{z^{N+1}} z^{\hat{N}} e^{A^{+}} |0\rangle , \quad /3/$$

где 
$$A^+ = \sum_{n,\alpha} \phi_{n,\alpha} a_{n,\alpha}^+ a_{n,\alpha}^+ - \quad /4/$$

оператор рождения Куперовской пары,  $|0\rangle$  - состояние вакуума по операторам  $a_{n,\alpha}$ . Во второй части равенства /3/

$$\hat{N} = \sum_{n,\alpha} a_{n,\alpha}^+ a_{n,\alpha} \quad /5/$$

представляет собой оператор числа частиц. Интеграл в формуле /3/ является оператором проектирования функции

$$e^{A^+} |0\rangle = \sum_n \frac{1}{n!} (A^+)^n |0\rangle \quad /6/$$

на состояния системы  $N$  - частиц /контур в комплексной плоскости  $z$  обходит точку  $z = 0$  /. С другой стороны, функцию /6/ можно переписать в виде:

$$e^{A^+} = \prod_{n,\alpha} (1 + \phi_{n,\alpha} a_{n,\alpha}^+ a_{n,\alpha}^+) |0\rangle, \quad /7/$$

совпадающем с точностью до нормировки с формулой /2/. Таким образом, проекция бардиновской функции /2/ при правильном выборе параметров  $u_{n,\alpha}$ ,  $v_{n,\alpha}$  /или  $\phi_{n,\alpha}$ / является точной волновой функцией системы. Среднее значение произвольного оператора  $\hat{O}$  в состоянии /3/ перепишем в виде:

$$O_I = \frac{\oint \frac{dz}{z} O(z) e^{\Phi(z)}}{\oint \frac{dz}{z} e^{\Phi(z)}}, \quad /8/$$

где 
$$\Phi(z) = \ln \langle \Psi, z^{\hat{N}-N} \Psi \rangle = \sum_{n,\alpha} \ln(1 + z^2 \phi_{n,\alpha}^2) - N \ln z, \quad /9/$$

а 
$$O(z) = \frac{\langle \Psi, \hat{O} z^{\hat{N}} \Psi \rangle}{\langle \Psi, z^{\hat{N}} \Psi \rangle}. \quad /10/$$

При весьма общих предположениях о характере оператора  $\hat{N}$  и структуре функций  $\Psi$  можно доказать, что функция  $\Phi(z)$ , определенная формулой /9/, является аналитической на действительной оси  $z$  и обладает седловой точкой /причем только одной/ в интервале  $0 < z < \infty$ . Действительно, пусть  $\hat{N}$  - некоторый эрмитовский оператор, а  $\psi_{n,\alpha}$  - некоторый полный набор функций, таких, что

$$\hat{N} \psi_{n,\alpha} = n \psi_{n,\alpha}. \quad /11/$$

Пусть разложение функции  $\Psi$  в формуле /9/ по функциям  $\psi_{n,\alpha}$  имеет вид:

$$\Psi = \sum_{n,\alpha} c_{n,\alpha} \psi_{n,\alpha}. \quad /12/$$

Тогда 
$$\Phi(z) = \ln \left\{ \sum_{n,\alpha} |c_{n,\alpha}|^2 z^n \right\} - N \ln z. \quad /13/$$

Предположим, что в разложении /10/ имеются по крайней мере два отличных от нуля коэффициента:  $c_{n_1, \alpha_1}$  при  $n_1 < N$  и  $c_{n_2, \alpha_2}$  при  $n_2 > N$ . Исследуем выражение

$$\frac{d\Phi}{dz} = \frac{1}{z} \{ \bar{N}_z - N \}, \quad /14/$$

где 
$$\bar{N}_z = \frac{\sum_{n,\alpha} |c_{n,\alpha}|^2 n z^n}{\sum_{n,\alpha} |c_{n,\alpha}|^2 z^n}. \quad /15/$$

Легко видеть, что

$$\frac{d\Phi}{dz} \rightarrow \frac{1}{z} (n_{min} - N) \quad \text{при } z \rightarrow 0+, \quad /16/$$

$$\frac{d\Phi}{dz} \rightarrow \frac{1}{z} (n_{max} - N) \quad \text{при } z \rightarrow \infty,$$

где  $n_{min}$  - минимальное /максимальное/ значение  $n$ , которому соответствует  $c \neq 0$ . Далее, имеем

$$\frac{d}{dz} \left( z \frac{d\Phi}{dz} \right) = \frac{1}{z} (\bar{N}_z - N)_z^2 \geq 0. \quad /17/$$

Выражение в скобках в формуле /17/ определено по аналогии с /15/ как среднее

$$(\bar{N}_z - N)_z^2 = \frac{\sum_{n,\alpha} |c_{n,\alpha}|^2 z^n (n - N_z)^2}{\sum_{n,\alpha} |c_{n,\alpha}|^2 z^n}. \quad /18/$$

Теперь видно, что функция  $z \frac{d\Phi}{dz}$ , отрицательная при малых  $|z|$  и положительная при больших  $z$ , монотонна, а следовательно, обращается в нуль в некоторой точке  $z_0$ . Это является доказательством утверждения о седловой точке функции  $\Phi(z)$ . Из формулы /18/ следует, что направление быстрого спада функции  $\Phi$  перпендикулярно оси  $z$ . Еще одно общее утверждение о функции  $\Phi(z)$  можно сделать, рассмотрев характер изменения ее вдоль окружности с центром в точке  $z = 0$ . Поскольку все слагаемые, определяющие функцию

$$e^{\Phi(z)} = \frac{1}{z^N} \sum_{n,\alpha} |c_{n,\alpha}|^2 z^n,$$

положительны при положительных значениях  $z$ , то

$$\frac{|e^{\Phi(z)}|}{|e^{\Phi(|z|)}|} \leq 1.$$

Таким образом, при всяком выборе окружности в плоскости  $z$  можно утверждать, что величина  $|\Phi(z)|$  принимает свое максимальное значение в точке пересечения окружности с положительной полуосью  $z$ . Рассмотрим теперь интересующий нас случай, когда  $\hat{N}$  - оператор числа частиц, а функции  $\Psi$  определяются формулами /4,5/ и описывают протяженный сверхпроводник. Это означает, что при увеличении числа частиц в системе  $N$  объем, занимаемый ею, и плотность одночастичных состояний растут пропорционально  $N$ , а коэффициенты  $\phi_n$  являются плавными функциями энергии одночастичных состояний. При этом сумма в формуле /7/ может быть заменена интегралом

$$\Phi(z) \rightarrow N \left\{ \frac{1}{\rho} \int d\epsilon \gamma(\epsilon) \ln [1 + |\phi(\epsilon)|^2 z^2] - \ln z \right\}. \quad /19/$$

Здесь  $\rho$  - плотность числа частиц в системе, а  $\gamma(\epsilon)$  - плотность одночастичных состояний на интервал энергии в системе единичного объема. Формула /19/ свидетельствует, что показатель экспоненты в формуле /8/ пропорционален числу частиц в системе. Отсюда следует /см. /8/, что при весьма общих предположениях о свойствах функции  $O(z)$  интеграл

$$I = \oint \frac{dz}{z} O(z) e^{\Phi(z)} \quad /20/$$

может быть представлен асимптотическим рядом

$$e^{-\Phi(z)} I = \sqrt{-\pi} \left\{ O_0 + \left[ \frac{O_2}{-2\Phi_2} + \frac{3(O_1\Phi_3 - O_0\Phi_1)}{4\Phi_2^2} + \frac{15O_0\Phi_3^2}{-16\Phi_2^3} \right] + \dots \right\}. \quad /21/$$

Здесь  $z_0$  - седловая точка функции  $\Phi(z)$ ,

$$\Phi_n = \left[ \frac{d^n \Phi(z)}{dz^n} \right]_{z=z_0}, \quad O_n = \left[ \frac{d^n O(z)}{dz^n} \right]_{z=z_0}. \quad /22/$$

Формула /21/ дает асимптотическое разложение интеграла /22/ с точностью до членов порядка  $\frac{1}{N^{3/2}}$ . При вычислении отношения двух интегралов, фигурирующего в формуле /8/, члены в квадратных скобках, содержащие  $O_0$ , можно не учитывать. Оставшиеся члены оказывается удобным переписать в терминах матричных элементов, определенных формулой /10/, что дает

$$O_1 = O(z_0) - \frac{1}{2\Delta N_{z_0}^2} \{ [\overline{\delta \Delta \hat{N}_{z_0}^2} - O(z_0) \overline{\Delta \hat{N}_{z_0}^2}] - \frac{3\Delta \hat{N}_{z_0}^3}{2\Delta N_{z_0}^2} (\overline{\hat{O} \Delta \hat{N}})_{z_0} \}, \quad /23/$$

где

$$\Delta \hat{N}^n = (\hat{N} - N_0)^n. \quad /24/$$

Определим параметры  $u_n, v_n$  при помощи формул

$$u_n = \frac{1}{(1 + z_0^2 |\phi_n|^2)^{1/2}}, \quad v_n = \frac{\phi_n z_0}{(1 + z_0^2 |\phi_n|^2)^{1/2}}, \quad /25/$$

где  $\phi_n$  - параметры точной волновой функции системы, записанной в форме /3/, /4/. Легко убедиться, что матричные элементы  $O(z_0)$  в формулах /18/, /21/ представляют собой средние значения соответствующих операторов, вычисленные по нормированной функции /2/, с коэффициентами  $u_n, v_n$ , заданными формулами /25/.

Мы видим, что существует бардиновская функция, такая, что среднее значение произвольного оператора, вычисленное в соответствии с формулой /23/ по этой функции, совпадает с точностью до членов  $\frac{1}{N}$  со средним значением этого оператора по функции основного состояния системы<sup>x/</sup>. Этот результат можно использовать для определения самих параметров  $u, v$  функции на основании вариационного принципа. Как было показано в работе /5/, минимальное значение среднего от оператора энергии /1/ может быть приближенно записано в виде, аналогичном тому, который следует из теории  $u, v$  - преобразования:

$$E = 2 \sum_n E_n v_n^2 - \frac{C^2}{2G_{\text{эфф}}}, \quad /26/$$

где

$$G_{\text{эфф}} = G \left( 1 + \frac{1}{\Delta N^2} \right) = G \left( 1 + \frac{1}{4 \sum_n u_n^2 v_n^2} \right), \quad /27/$$

/28/

$$C = G_{\text{эфф}} \sum_n u_n v_n,$$

а коэффициенты  $u_n, v_n$  определяются формулами

$$\left. \begin{matrix} u_n \\ v_n \end{matrix} \right\} = \frac{1}{2} \left[ 1 \pm \frac{E_n - \lambda}{\sqrt{C^2 + (E_n - \lambda)^2}} \right]. \quad /29/$$

Коэффициенты  $C, \lambda, \Delta N^2$  могут быть найдены из уравнений, заменяющих обычные уравнения теории  $u, v$  - преобразования:

$$N = \sum_n \left( 1 - \frac{E_n - \lambda}{\sqrt{C^2 + (E_n - \lambda)^2}} \right), \quad /30/$$

<sup>x/</sup> Мы не будем останавливаться на исследовании свойств операторов  $\hat{O}$ , при выполнении которых формула /23/ оказывается асимптотически точной. Эта формула справедлива во всяком случае, для определения среднего значения оператора  $\hat{N}$ , в чем можно убедиться непосредственным рассмотрением.

$$\frac{1}{G_{\text{эфф.}}} = \frac{1}{2} \sum_n \frac{1}{\sqrt{C^2 + (E_n - \lambda)^2}}$$

/30/

$$\frac{\Delta N^2}{C^2} = \sum_n \frac{1}{C^2 + (E_n - \lambda)^2}$$

Формулы /28/-/30/ легко обобщить с тем, чтобы получить описание как возбужденных состояний четной системы с числом сеньорити, равным 2, так и для описания спектра состояний с сеньорити 1 нечетных систем. Как и в обычной теории  $u, v$ -преобразования изменения в формулах /28/-/28/ состоят в замене двух или одного коэффициентов  $v_i^2$  на единицу. При этом из сумм в формулах /30/ выпадает соответствующее число членов.

Приведем результаты расчетов, выполненных с помощью уравнений /28/-/30/, по схеме, принятой в сверхтекучей модели ядра. Были рассчитаны свойства ядер групп редкоземельных элементов в предположении, что гамильтониан, описывающий ядра, разделяется на две части, каждая из которых описывает нейтронную и протонную компоненты ядра в отдельности и выражается формулой /1/. Константы парного взаимодействия в этих формулах были определены при помощи сравнения вычисленных и экспериментальных значений парной энергии

$$P_N = \frac{1}{2} \{ 3\epsilon_{N-1} + \epsilon_{N+1} - 3\epsilon_N - \epsilon_{N-2} \} \quad /31/$$

$\epsilon_N(\epsilon_N)$  - энергия основного состояния системы из  $N$  нейтронов /  $z$  протонов // Результаты расчетов, данные в таблицах 1,2, привели к следующим значениям "затравочных" констант  $\frac{G_0}{v}$  в формуле /1/: для протонной системы  $\frac{G_0}{v} = 0,020 \hbar \omega_0$ , для нейтронной системы  $\frac{G_0}{v} = 0,020 \hbar \omega_0$ . При вычислениях была использована та же схема одночастичных уровней, что и в работах Н.И. Пытова и В.Г. Соловьева /8/. Полученные нами значения констант на 10% меньше тех, которые были получены в работе /8/ по теории без учета поправок на проектирование. Отметим, однако, что значение величины

$G_{\text{эфф.}}$ , заменяющей в вариационных уравнениях описанного выше метода величины  $G$  обычной теории, оказывается даже несколько больше, чем в теории  $u, v$ -преобразования /см. /6,7,8/. С этим связано существенное возрастание корреляционной функции  $C$ , полученной нами, по сравнению со значением, следующим из формул обычной теории. В таблицах 1,2 приведены также расчетные значения энергии уровня с квазичастицами на  $K+1$  и  $K$  уровнях одночастичной схемы /  $K$  - уровень Ферми / В скобках приведены расчетные значения, взятые из работы /8/ /.

Более полные данные об энергетическом спектре ядер представлены в таблицах 3, 4, в которых приведены характеристики ряда двухквазичастичных состояний для ядер  $Yb$  и  $W$ . Из приведенных данных видно, что результаты на-

шего метода весьма близки к результатам метода  $u, v$ -преобразования и расхождения между ними значительно меньше, чем расхождения свойств состояния нейтронной системы в различных изотопах и протонной системы в различных изотопах. Однако свойства волновых функций  $\Psi$  в форме /2/, соответствующих собственным функциям состояний системы, отличаются довольно сильно. Это проявляется уже в возрастании параметра  $C$  для основного состояния /  $\leq 20\%$  / . Особенно велико различие между результатами нашего метода и метода  $u, v$ -преобразования в значениях корреляционной функции  $C$  двухквазичастичного состояния  $K, K+1$ . Для всех рассчитанных случаев отношение  $C_{K,K+1}/C_0 \approx 0,8$ , что совершенно непохоже на результаты расчетов, приведенных в работе /8/. Из таблиц 3, 4 видно, что отношения корреляционных констант большого числа низколежащих двухквазичастичных состояний оказываются весьма близкими между собой. Этот результат имеет место во всех рассчитанных случаях.

Перейдем к описанию расчетов, проведенных для определения влияния проектирования функций на величину вероятности  $\beta$ -переходов в ядрах.

Рассмотрим для определенности  $\beta^-$ -переходы из основного состояния нечетно-нечетного ядра. Обозначим  $N_n, N_p$  число нейтронов и протонов соответственно в четно-четном дочернем ядре. Волновую функцию /ненормированную/ материнского ядра запишем в виде:

$$\Psi = \oint \frac{dz}{z^{N_p}} \oint \frac{dz'}{z'^{N_n+1}} b_{10}^+ z \prod_{\sigma \neq i} (u_{\sigma}^p + v_{\sigma}^p z^2 b_{\sigma+}^+ b_{\sigma-}^+) \prod_{\sigma \neq j} (u_{\sigma}^n + v_{\sigma}^n z'^2 a_{\sigma+}^+ a_{\sigma-}^+) |0\rangle, \quad /32/$$

где  $a^+, b^+$  - операторы порождения нейтрона и протона соответственно. Пусть, далее, оператор перехода имеет вид:

$$\sum_{\sigma \neq \sigma'} \Gamma_{\sigma \sigma'} b_{\sigma}^+ a_{\sigma'} + \text{эрм. сопр.}$$

Волновую функцию конечного состояния запишем в виде:

$$\Psi = \oint \frac{dz}{z^{N_p+1}} \oint \frac{dz'}{z'^{N_n+1}} \prod_{\sigma} (u_{\sigma}^p + v_{\sigma}^p z^2 b_{\sigma+}^+ b_{\sigma-}^+) \prod_{\sigma} (u_{\sigma}^n + v_{\sigma}^n z'^2 a_{\sigma+}^+ a_{\sigma-}^+) |0\rangle. \quad /33/$$

Матричный элемент  $\beta^-$ -перехода имеет вид:

$$\Gamma_{1\sigma_1, 1\sigma_2} R(n) R(p), \quad /34/$$

где

$$R(n) = \frac{u_j^n \oint \frac{dz'}{z'^{N_n+1}} \prod_{s \neq j} (u_s^n u_s^{n'} + z'^2 v_s^n v_s^{n'})}{\left[ \oint \frac{dz}{z^{N_n+1}} \prod_{s \neq j} ((u_s^n)^2 + z^2 (v_s^n)^2) \oint \frac{dz'}{z'^{N_n+1}} \prod_{s \neq j} ((u_s^{n'})^2 + z'^2 (v_s^{n'})^2) \right]^{1/2}} \quad /35/$$

$$R(p) = \frac{v_i^p \oint \frac{dz}{z^{N_p-1}} \prod_{s \neq i} (u_s^p u_s^{p'} + z^2 v_s^p v_s^{p'})}{\left[ \oint \frac{dz}{z^{N_p-1}} \prod_{s \neq i} ((u_s^p)^2 + z^2 (v_s^p)^2) \oint \frac{dz'}{z'^{N_p-1}} \prod_{s \neq i} ((u_s^{p'})^2 + z'^2 (v_s^{p'})^2) \right]^{1/2}} \quad /36/$$

Поправки к величинам  $R(n)$ ,  $R(p)$ , связанные с использованием более точных волновых функций, появляются как вследствие изменения параметров  $u_s$ ,  $v_s$  в результате решения более точного вариационного уравнения, чем то, которое используется в методе  $u$ ,  $v$  - преобразования, так и вследствие появления интегралов по  $z$  в формулах /35/, /36/. Влияние второго из рассмотренных факторов было исследовано в работе /10/. Однако изменение параметров  $u_s$ ,  $v_s$  в значительной мере компенсирует эффект замены интегралов в формулах /36/, /37/ на более простые выражения теории  $u$ ,  $v$  - преобразования. Вследствие этого результатов работы /10/ недостаточно для того, чтобы делать какие-либо выводы о точности расчетов на основании метода  $u$ ,  $v$  - преобразования.

Легко видеть, что матричные элементы перехода, так же как и средние значения операторов, можно вычислять при помощи метода перевала. При этом целесообразно ограничиться, как и раньше, линейным приближением по величинам  $\frac{1}{\Delta N^2}$ .

Следует иметь в виду, что седловая точка  $z_0$  подынтегральных выражений очень мало отличается от единицы, и это отличие также можно учесть приближенно /сохраняя выражения, линейные по  $z_0 - 1$  /.

Результаты вычислений величин  $R(n)$ ,  $R(p)$  и значения величины  $R = R(n)^2 R(p)^2$ , определяющей вероятность перехода, приведены в таблице. Там же приведены результаты расчетов, выполненных с учетом блокировки, но без проектирования функций. Из таблицы видно, что различие между результатами расчетов двумя разными методами в основном не очень велико. Это подтверждает предположение, лежащее в основе расчета о том, что эффект проектирования мал и может быть учтен приближенно /необходимо помнить, что  $R$  содержит четвертую степень матричных элементов типа /35/, /36/ /. Отсюда следует, что классификация  $\beta$  - переходов, предложенная В.Г. Соловьевым и С. Галлахером /11/ на основании расчетов с учетом

блокировки, но без точного учета сохранения числа частиц, остается в силе. Однако поскольку схема уровней, используемая в данной работе, несколько отличается от той, которая была принята ранее, детальное сравнение результатов нецелесообразно <sup>x/</sup>.

В таблице приведены также значения  $\log(ft)$  и  $\log(ftR\eta)$ , где  $\eta$  - статистический множитель, а  $R$  рассчитан методом, описанным в работе. Поскольку величина матричных элементов  $\Gamma$  известна неточно, сравнение теории с экспериментом затруднено. Данные в таблице разделены на группы, внутри каждой из которых матричный элемент один и тот же. Сравнение значений  $\log(ftR\eta)$  в пределах каждой группы показывает, что хотя использование метода, описанного выше, приводит к некоторому улучшению теории, различия между значениями этой величины остаются большими. Эти различия вызваны факторами, не учтенными при формулировке модели.

Ограниченность точности описанного подхода ясно видна из того, что не во всех рассмотренных случаях при описании спектров ядер сохраняется одна последовательность уровней. Величина множителя  $R$  существенно зависит от положения уровней, участвующих в переходе. Поэтому в тех случаях, когда следует предположить разную последовательность уровней для материнского и дочернего ядер, использование факторов  $R$  представляется авторам в общем случае неоправданным. Может быть, возражения такого сорта можно снять, если изменение схемы уровней имеет место в нечетной системе, приписав его, например, влиянию вращения ядра. Изменением волновой функции в таком случае в нулевом приближении можно пренебречь, и это дает основание использовать для определения поправок к вероятности  $\beta$  - переходов теорию, развитую в /11/. В этих случаях величина множителей  $R$  может значительно отличаться от их средних значений, которые оказываются близкими к 1/4 для переходов между основными состояниями ядер /это значение следует из простой теории без блокировки и проектирования для переходов на уровне, весьма близкие к уровню Ферми/. Другая характерная черта вычислений - относительно более резкое возрастание факторов  $R$  при увеличении энергии возбуждения, чем в теории без проектирования.

В заключение авторы выражают свою искреннюю благодарность сотрудникам группы теории ядра ОИЯИ за интерес к работе. В особенности нам хочется поблагодарить Н.И. Пятова и В.Г. Соловьева. Расчеты, представленные в работе, проведены сотрудниками Вычислительного центра ОИЯИ, которых мы также благодарим. Пребывание в г. Дубне одного из авторов /Е. Банга/ было возможным благодаря

<sup>x/</sup> По той же причине затруднено сравнение результатов данной работы с результатами работы /10/.

финансовой помощи со стороны Копенгагенского университета и Фонда Раска Эрстеда, а также благодаря гостеприимству со стороны Объединенного института.

Л и т е р а т у р а

1. R.W. Richardson. Phys. Lett., 3, 277 (1963).
2. R.R. Chasman. Phys.Rev., 132, 343 (1963).
3. S.G. Nilsson. The Nuclear Energy Gap and Fluctuation in Particle Number in Pairing Wave Functions. Препринт. Lund Institute of Technology, Lund, Sweden, 1963.
4. Y. Nogani. Improved Superconductivity Approximation for the Pairing Interaction in Nuclei. Препринт. Nat. Research Council. Div. of Pure Phys. Ottawa, 1963;
5. И.Н. Михайлов. ЖЭТФ, 45, 1102 (1963).
6. В.Г. Соловьев. Влияние парных корреляций сверхпроводящего типа на свойства атомных ядер. Госатомиздат, 1963.
7. В.Г. Соловьев. ЖЭТФ, 43, 246 (1962).
8. Б.А. Фукс, В.И. Левин. Функции комплексного переменного и их применения. Гостехиздат, Москва, Ленинград, 1951.
9. В.Г. Соловьев, Н.И. Пятов. "Изв. АН СССР" /в печати/.
10. A.F. de Miranda, M.A. Preston. Nucl. Phys., 44, 529 (1963).
11. C.I. Gallagher, V.G. Soloviev. Mat. Fys. Skr. Dan. Vid. Selsk., 2, N 2 (1962).

Рукопись поступила в издательский отдел  
25 февраля 1964 г.

Таблица 1

Z	Изотоп	$P_{\text{теор}}$	$P_{\text{эксп}}$	$E_{\text{теор}}^{K, K+1}$	$E_{\text{эксп}}^{K, K+1}$	$2C_0$	$\frac{C_{K, K+1}}{C_0}$	$G_{\text{эфф}}$	
64	Gd	152							
		154							
		156	1,57		1,46	1,511(4+)	2,27	0,80	0,0243
	158	(1,64)	1,35			(1,94)	(0)		
66	Dy	160	1,55		1,44	1,260(2-)	2,24	0,78	0,0243
		162	(1,55)	1,56	(1,35)		(1,91)	(0)	
68	Er	166	1,49				2,18		0,0244
		168	(1,55)	1,70	(1,30)	1,543(3-)	(1,83)	(0)	
70	Yb	170	1,46		1,50		2,16	0,80	0,0244
		172	(1,48)	1,66	(1,37)	1,664(3+)	(1,79)	(0)	
72	Hf	176	1,46	1,60	1,30		2,28	0,79	0,0244
		178	(1,57)	1,80	(1,19)	1,148(8-)	(1,81)	(0)	
		180				1,142(8-)			
74	W	182	1,45		1,37	1,290(2-)	2,08	0,79	0,0244
		184	(1,45)	1,76	(1,27)	1,150(2-)	(1,75)	(0)	

Характеристики протонной системы. Энергетические величины даны в Мэв. Вычисления по формулам /28-31/ проведены при  $G_0 = 0,021 \hbar \omega_0^0$ . В скобках приведены соответствующие данные из работы /9/, полученные по обычным формулам метода  $u, v$  - преобразования при  $G = 0,023 \hbar \omega_0^0$ . Экспериментальные значения взяты из работы /8/.  $\epsilon$  - энергия возбуждения состояния  $C_0^{K, K+1}$  - корреляционные функции основного и возбужденного состояний соответственно.



Таблица 2

$N$	Элемент	$\rho_{теор}$	$\rho_{эксп}$	$\epsilon_{теор}^{K, K+1}$	$\epsilon_{эксп}^{K, K+1}$	$2C_0$	$\frac{C_{K, K+1}}{C_0}$	$G_{эфф}$
92	Sm <sup>154</sup>	1,89	2,03	1,65		2,40	0,78	0,0225
	Gd <sup>156</sup>	(2,12)	2,18		1,240(1-) 2,042(4-)	(2,32)	(0,43)	
94	Gd <sup>158</sup>	1,82	1,59	1,60		2,34	0,78	0,0227
	Dy <sup>160</sup>	(2,06)	1,96	(1,82)		(2,23)	(0,47)	
96	Gd <sup>160</sup>	1,76	0,81	1,55		2,26	0,79	0,0229
	Dy <sup>162</sup>	(1,94)	1,82	(1,58)	1,485(5-)	(2,07)	(0)	
98	Dy <sup>164</sup>	1,67	1,79	1,70		2,18	0,82	0,0232
	Er <sup>166</sup>	(1,78)		(1,65)	1,785(6-)	(1,85)	(0)	
100	Er <sup>168</sup>	1,48	1,55	1,31	1,095(3-)	2,16	0,81	0,0230
		(1,54)		(1,19)		(1,78)	(0)	
102	Er <sup>170</sup>	1,44	1,58	1,34		2,13	0,80	0,0233
	Yb <sup>172</sup>	(1,28)	1,46	(1,22)	1,174(3+) 1,468(2+)	(1,54)	(0,01)	
104	Yb <sup>174</sup>	1,45 (1,17)	1,25	1,50 (1,19)		2,14 (1,46)	0,81 (0,01)	0,0233
106	Yb <sup>176</sup>	1,47	1,14	1,43		2,16	0,79	0,0230
	Hf <sup>178</sup> W <sup>180</sup>	(1,26)	1,51	(1,2)	1,480(8-) 1,531(8-)	(1,88)	(0,23)	
108	Hf <sup>180</sup>	1,60	1,32	1,58		2,20	0,78	0,0227
	W <sup>182</sup>	(1,54)	1,42		1,554(4-) 1,810(5-)	(1,80)	(0,24)	
110	Hf <sup>182</sup>	1,76	1,02	1,66		2,26	0,78	0,0224
	W <sup>184</sup>	(1,76)	1,45	(1,6)		(1,95)	(0,50)	
	Os <sup>186</sup>		1,76					

Характеристики нейтронной системы. Вычисления по формулам данной статьи проведены при  $G_0 = 0,020 h \omega_0^0$ . Данные обычной теории  $u$ ,  $v$  - преобразования / в скобках / получены при  $G = 0,022 h \omega_0^0$ , когда  $N \leq 104$ , и при  $G = 0,023 h \omega_0^0$ , когда  $N > 104$ .

Таблица 3

Состояние	$\epsilon_{эксп}$	$\epsilon_{теор}$	$G_{эфф}$	$C/C_0$
Нейтронная система				
	0+	0	0	0,0232
	3+	1,174	1,33	0,80
K, K+1	2+	1,468	(1,22)	0,0261 (0)
	1-		1,57	0,80
K-1, K+1	6-		(1,52)	0,0261 (0)
	4-		1,85	0,80
K-1, K	3-		(1,88)	0,0254 (0,51)
	3+	1,702	1,99	0,80
K, K+2	4+	2,287	(2,02)	0,0254 (0,50)
	7-		2,14	0,0251
K-1, K+2	0-		(2,18)	(0,58)
Протонная система				
	0+	0	0	0,0245
	3+	1,664	1,49	0,79
K, K+1	4+	2,075	(1,37)	0,0277 (0)
	5-		1,68	0,79
K, K+2	4-		(1,59)	0,0273 (0)
	7-		1,94	0,79
K-1, K+1	0-		(1,92)	0,0268 (0,43)
	8-		2,07	0,81
K+1, K+2	1-		(2,10)	0,0262 (0,63)
	1+		2,09	0,80
K-1, K+2	8+		(2,08)	0,0266 (0,53)

Характеристики возбужденных состояний ядер  $Yb^{172}$  и  $W^{182}$  соответственно. Построение таблицы и обозначения такие же, как и в таблице 1.

Таблица 4

Состояние		$\epsilon_{\text{экс}}$	$\epsilon_{\text{теор}}$	$G_{\text{эфф}}$	%
Нейтронная система					
	0+	0	0	0,0227	I
K, K+I	4-	1,554	1,57		0,78
	5-	1,810	(1,44)	0,0250	(0,18)
K, K+2	6-	1,830	1,80	0,0247	0,79
	3-	2,024	(1,69)		(0,38)
K-I, K+I	4+		1,81		0,80
	3+		(1,78)	0,0245	(0,58)
K-I, K	8-		1,85		0,81
	I-		(1,84)	0,0240	(0,71)
K-I, K+2	5+		2,00		0,80
	2+		(2,02)	0,0242	(0,61)
K, K+3	I-		2,12		0,80
	8-		(2,03)	0,0245	(0,45)
K-2, K	2-	2,184	2,63		
	7-		(2,60)	0,0236	(0,77)
Протонная система					
	0+	0	0	0,0244	I
K, K+I	2-	1,290	1,37		0,79
	7-		(1,27)	0,0278	(0)
K-I, K+I	6+	1,757	1,54		0,79
	I+		(1,48)	0,0274	(0,09)
K-I, K	8-		1,84		0,79
	I-		(1,86)	0,0258	(0,56)

Характеристики возбужденных состояний ядер  $^{172}\text{Yb}$  и  $^{182}\text{W}$  соответственно. Построение таблицы и обозначения такие же, как и в таблице 1.

Таблица 5

Тип перехода	Уровни, участвующие в переходе	Переход	Состояние дочернего ядра	$R$	$R_c$	$\log(ft)_{\text{экс}}$	$\log(ft)_{\text{теор}}$	$R_c^2$
a. u.	$523\uparrow p \rightleftharpoons 523\downarrow n$	$67\text{Ho}^{164} \rightarrow 68\text{Er}^{164}$	K, K+1(n)	0,19	0,21	5,4	4,3	
		$67\text{Ho}^{166} \rightarrow 68\text{Er}^{166}$		0,50	0,35	5,2	4,9	
1. u.	$523\uparrow p \rightleftharpoons 633\downarrow n$	$67\text{Ho}^{166} \rightarrow 68\text{Er}^{166}$		0,35	0,37	8,1	7,7	
		$66\text{Dy}^{166} \rightarrow 67\text{Ho}^{166}$		0,28	0,13	7,1	6,6	
		$66\text{Dy}^{165} \rightarrow 67\text{Ho}^{165}$		0,21	0,22	6,2	5,5	
1. u.	$411\uparrow p \rightleftharpoons 521\downarrow n$	$69\text{Tm}^{168} \rightarrow 68\text{Er}^{168}$	K, K+1(n)	0,24	0,24	7,7	7,0	
		$71\text{Lu}^{172} \rightarrow 70\text{Yb}^{172}$	K, K+1(p)	0,47	0,27	6,1	5,4	
		$69\text{Tm}^{172} \rightarrow 70\text{Yb}^{172}$	K, K+1(n)	0,44	0,12	6,8	6,5	
1. u.	$514\uparrow p \rightleftharpoons 624\downarrow n$	$74\text{W}^{181} \rightarrow 73\text{Ta}^{181}$	K, K+1(p)	0,14	0,37	6,8	6,0	
		$75\text{Re}^{182} \rightarrow 74\text{W}^{182}$		0,35	0,18	6,3	5,8	

Влияние парных корреляций на вероятности  $\beta$ -переходов. Обозначения общепринятые /см., например,  $^{78}/$  или  $^{111}/$ . Символ K, K+1 в столбце 4 означает переход в возбужденное состояние. Величина  $R_c$  вычислена по формулам работы  $^{87}/$ .  $\eta$  - статистический фактор.