ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

2112

В.Г. Рогозинский

К ТЕОРИИ ТЕЧЕИСКАНИЯ В ВАКУУМНЫХ СИСТЕМАХ

ЛАБОРАТОРИЯ ЯДЕРНЫХ РЕАКЦИЙ

1965

2112

В.Г. Рогозинский

К ТЕОРИИ ТЕЧЕИСКАНИЯ В ВАКУУМНЫХ СИСТЕМАХ

Направлено в ПТЭ

В связи с дальнейшим развитием техники ускорителей и созданием других крупных вакуумных установок важное значение приобретают вопросы теории течеискания, устанавливающей основные закономерности изменения парциального давления пробного газа в чувствительном элементе течеискателя в зависимости от его собственных параметров, характеристики течи и вакуумной системы, а также времени появления сигнала течеискателя.

В работе /1/ приводятся теоретические соотношения, описывающие изменение парциального давления пробного газа во времени для двух случаев подсоединения течеискателя : непосредственно к камере, откачиваемой пароструйным насосом, и к линии предварительной откачки механическим насосом. При этом предполагалось, что поток пробного газа через течь является стационарным, а время его проникновения мало по сравнению со временем достижения стационарного состояния в вакуумной камере. Из полученных соотношений следовало, что величина давления пробного газа и быстрота срабатывания зависят не только от величины потока через течь и скорости откачки, но и от постоянных времени процесса откачки. Эти результаты в дальнейшем были несколько уточнены и рассмотрены в работе /2/, в которой даны временные характеристики течеискания для различных случаев подключения течеискателя и различных методик проведенных испытаний. Здесь также обращается внимание на величину времени обдувания, которая должна быть порядка постоянной времени откачки. Однако в этих работах не учитывается фактор, связанный со временем перемещения пробного газа как по каналу течи, так и по вакуумной системе до момента установления квазистационарного процесса. Это время может быть, по-видимому, значительным при определенных условиях в канале течи и в вакуумной системе. Вообще говоря, поток пробного газа через течь и вакуумную систему является нестационарным и сложным образом зависящим от времени. Поэтому в общем случае теория течеискания должна рассматривать связанные между собой нестационарные процессы: поток пробного газа через канал течи, характер изменения его парциального давления в вакуумной системе и в чувствительном элементе течеискателя. В связи с этим представляет определенный интерес задача рассмотрения нестационарного потока пробного газа через канал течи и нестационарного изменения концентрации пробного газа в испытуемой вакуумной камере. Результаты этого рассмотрения в дальнейшем будут использованы для установления временной зависимости изменения давления пробного газа в чувствительном элементе течеискателя при различных способах его подсоединения к испытуемому объекту, имеющему вакуумную систему откачки.

1. Поток пробного газа в канале течи

Теоретическому и экспериментальному рассмотрению стационарного течения газа через течь посвящен ряд работ /1-5/, в которых изучается зависимость величины потока от свойств газа и геометрии канала течи.

В /6/ приведено решение диффузионной задачи нестационарного изменения концентрации пробного газа по длине канала течи при молекулярном течении в предположении, что на входе в течь в момент $t=0$ помещается мгновенный источник пробного газа, иначе говоря, время обдувания мало по сравнению со временем достижения максимальной величины концентрации газа в канале течи. Однако указанные условия обдувания осуществляются редко, при этом, по-видимому, величина молекулярного потока пробного газа будет мала, что ограничивает возможность обнаружения таких течей.

Предположим, что течь представляет из себя цилиндрический канал с радиусом R и длиной L. Режим течения газа в этом случае будет определяться пределами изменения числа Кнудсена $Kn=\lambda/R$, где λ - средняя длина свободного пробега при данном среднем давлении газа в канале течи.

Рассмотрим стационарный поток воздуха через канал течи. В случае молекулярного режима падение давления по длине канала описывается зависимостью

$$p=p_1-(p_1-p_2)\,X/L\ , \qquad (1)$$

а в случае вязкостного /7/ –

$$p^2=p_1^2-(p_1^2-p_2^2)\,X/L\ , \qquad (2)$$

где p_1-p_2 - перепад давления газа на канале течи, X - координата по длине канала. Среднее давление в канале течи определяется выражением

$$\bar{p}=\frac{1}{L}\int_0^L p\,dx\ . \qquad (3)$$

При истечении газа в вакуум можно положить $p_2=0$ для $R<1{,}5\cdot10^{-3}$ см, а для $R>1{,}5\cdot10^{-3}$ см необходимо учитывать величину наименьшего давления внутри течи p_2 по формуле, приведенной в /1/. Используя (1) и (2), из (3) при $p_2=0$ и $p_1=p_a$ получим среднее давление в канале течи при молекулярном и вязкостном течении соответственно:

$$\bar{p}_M=\tfrac{1}{2}\,p_a, \qquad (4)$$

$$p_в = \frac{2}{3} p_a, \qquad (5)$$

где p_a – атмосферное давление.

Для переходного режима в качестве среднего давления можно приближенно взять среднее между $\bar{p}_м$ и $\bar{p}_в$:

$$\bar{p}_п = ½ (\bar{p}_м + \bar{p}_в) \frac{7}{12} p_a. \qquad (6)$$

Средняя длина свободного пробега для воздуха при +20°C определяется зависимостью:

$$\lambda = 4,7 \cdot 10^{-3} / p, \qquad (7)$$

где p – давление в тор.

В таблице 1 для различных режимов приведены значения среднего давления p, величин λ, определенных из (7) для соответствующих средних давлений; значения R рассчитанные из числа Kn для данных λ, и расчетные величины потока воздуха Q для данных R [1].

Т а б л и ц а 1

Режим	Числа Кнудсена	$\bar{p}$, тор	λ, см	R, см Q, л.мтор/сек
Молекулярный	$Kn \geq 2$	380	$1,24 \cdot 10^{-5}$	$R \leq 6,2 \cdot 10^{-6}$ $Q \leq 3,4 \cdot 10^{-8}$
Переходной	$0,02 < Kn < 2$	440	$1,1 \cdot 10^{-5}$	$6,2 \cdot 10^{-6} < R < 5,5 \cdot 10^{-4}$ $3,4 \cdot 10^{-8} < Q < 6 \cdot 10^{-2}$
Вязкостный	$Kn < 0,02$	500	$9,4 \cdot 10^{-6}$	$5,5 \cdot 10^{-4} < R < 5 \cdot 10^{-3}$ $6 \cdot 10^{-2} < Q < 470$

Из данных таблицы следует, что поток пробного газа при молекулярном течении через канал течи, по-видимому, не имеет смысла рассматривать, так как собственная чувствительность течеискателей такого типа, как, например ПТИ-6, к величине потока [2] не превосходит 10^{-7} лмтор/сек. Поэтому представляют интерес течи, величина которых больше $1 \cdot 10^{-7}$ лмтор/сек, где на процесс переноса молекул, кроме диффузии, будет влиять средняя скорость движения газа.

Средняя скорость движения газа по каналу течи при изотермическом течении и $p_2 = 0$ для вязкостного и переходного режима определяется формулами:

$$u = Q / \pi R^2 \bar{p} \qquad (8)$$

и

$$Q = F p_a, \qquad (9)$$

где F– пропускная способность канала при вязкостном или переходном режиме. Используя формулы для F, приведенные в /1/, можно получить из (8) и (9) выражение для средней скорости (воздух при +20°C), в котором u – в см/сек; R и L – в см, p_a =760 тор; $\bar{p}$ – по выражению (5) или (6) в тор.

Пусть в момент $t=0$ к входному отверстию канала течи, в котором существует стационарный поток воздуха, подносится пробный газ с концентрацией n_o, а в выходном отверстии концентрация его равна 0 (предполагается, что все молекулы мгновенно удаляются от выходного отверстия, так как истечение происходит в вакуум). Перенос молекул пробного газа к выходному отверстию течи будет происходить за счет диффузии и накладывающегося движения среды (воздуха), имеющего некоторую среднюю скорость u.

Для рассматриваемого случая процесс переноса молекул пробного газа описывается обобщенным уравнением диффузии /8/:

$$\frac{\partial n}{\partial t} = D\,\frac{\partial^2 n}{\partial z^2} - u\,\frac{\partial n}{\partial z}\,, \tag{10}$$

где n – концентрация молекул пробного газа, D – коэффициент диффузии пробного газа в неподвижной среде.

Имея в виду, что для течи $L \gg R$ начальное и граничное условия можно задать в виде

$$\begin{array}{lll} n=0, & t=0, & 0<z<\infty\,; \\ n=n_0, & t>0, & z=0\,; \\ n=0, & t>0, & z\to\infty . \end{array} \tag{11}$$

Решение уравнения (10) получим с помощью преобразования Лапласа и из таблицы для оригиналов /9/ в виде:

$$n(z,t) = \tfrac{1}{2}\, n_0 \left[\operatorname{erfc}(\alpha-\beta) + e^{uz/D}\operatorname{erfc}(\alpha+\beta)\right], \tag{12}$$

где $\alpha = Z/2(Dt)^{1/2}$, $\beta = u/2(t/D)^{1/2}$,

$$\operatorname{erfc} x = 1 - \operatorname{erf} x\,,$$

$\operatorname{erf} x$ – интеграл Гаусса.

Функция (12) будет удовлетворять вышепоставленным требованиям при $z-ut \le 0$, так как при $t\to\infty$ первый член в (12) стремится к 2, а второй – к 0. При $z-\bar{u}t>0$ и $t\to\infty$ первый и второй члены стремятся к 0, что противоречит условию $n=n_0$ для $t>0$.

Поток пробного газа представим суммой диффузионного потока и потока за счет движения газа со скоростью u:

$$q = q_D + q_u\,, \tag{13}$$

где $$q_D = -D \frac{\partial n}{\partial z} \pi R^2, \qquad q_u = u n \pi R^2 .$$

Используя (12), получим из (13)

$$q = \tfrac{1}{2} \pi R^2 u n_0 \{ \operatorname{erfc}(\alpha - \beta) + \frac{2D/u}{(\pi D t)^{1/2}} \exp[-(\alpha-\beta)^2] \} . \tag{14}$$

При $t \to \infty$ в (14) первый член в скобках стремится к 2, а второй – к 0, и стационарный поток будет равен:

$$q_0 = \pi R^2 u n_0 . \tag{15}$$

Если в (14) положить $z = L$, то получим поток в выходном отверстии течи. Время достижения величины потока пробного газа t_c, близкой к величине стационарного потока, определим из условия, при котором выражение в фигурных скобках формулы (14) было бы близко к 2, для чего надо положить:

$$\beta - \alpha = 2 . \tag{16}$$

Откуда

$$t_c = 4D/u^2 + L/u + [(4D/u^2 + L/u)^2 - (L/u)^2]^{1/2} \tag{17}$$

В таблице 2 приведены значения средней скорости u для воздуха, вычисленной по формуле (8), времени t_c для различных величин R и соответствующих им величин потоков воздуха Q, взятых из таблицы /1/. Для течи 470 лмтор/сек скорость вычислялась с учетом $p_2 = 170$ тор. Коэффициент диффузии гелия в воздухе D рассчитывался по формуле, приведенной в /10/, из которой можно получить:

$$D = 4.10^5 / p , \tag{18}$$

где D – в $см^2$/сек; p – среднее давление воздуха в канале течи. Для переходного режима $D = 0{,}91$ $см^2$/сек, для вязкостного – $D = 0{,}8$ $см^2$/сек.

Таблица 2

R, см:	$1{,}5 \cdot 10^{-5}$	$5 \cdot 10^{-5}$	$1{,}5 \cdot 10^{-4}$	$5 \cdot 10^{-4}$	$1{,}5 \cdot 10^{-3}$	$5 \cdot 10^{-3}$
Q, лмтор/сек	$3{,}2 \cdot 10^{-7}$	$1{,}4 \cdot 10^{-5}$	$6{,}4 \cdot 10^{-4}$	$6 \cdot 10^{-2}$	4,5	470
u, см/сек	0,82	4	22,5	200	1665	$1{,}4 \cdot 10^{4}$
t_c, сек	13,1	0,93	$7{,}6 \cdot 10^{-2}$	$6{,}1 \cdot 10^{-3}$	$6{,}3 \cdot 10^{-4}$	$7{,}1 \cdot 10^{-5}$

2. Изменение парциального давления пробного газа в вакуумной камере, откачиваемой насосом

Допустим, что в вакуумной камере объемом V_1, в которой поддерживается остаточное давление p_{1B} при скорости откачки по воздуху S_{1B}, имеется течь, находящаяся на расстоянии L_1 от отверстия откачки соединительного трубопровода, к другому концу которого подсоединен насос (пароструйный или механический). Поместим начало координат в выходном отверстии течи, а ось z направим вдоль прямой L_1. Начальным моментом времени $t=0$ будем считать момент появления потока пробного газа q в выходном отверстии канала течи. Если принять, что поперечные размеры камеры незначительны по сравнению с ее длиной, и учесть, что массовая скорость газа в камере мала, то процесс изменения концентрации пробного газа n', в предположении его равномерного распределения по сечению камеры, будет описываться уравнением

$$\frac{\partial n'}{\partial t} = D_1 \frac{\partial^2 n'}{\partial z^2} \qquad (19)$$

при начальном и граничных условиях:

$$\begin{aligned} & n' = 0, && t = 0, && 0 < z < \infty; \\ & \frac{\partial n'}{\partial z} = -q/D_1, && t > 0, && z = 0; \\ & n' = 0, && t > 0, && z \to \infty. \end{aligned} \qquad (20)$$

В граничном условии (20) поток пробного газа q является функцией времени, которая выражается формулой (14) при $z = L$. Использование этой формулы для решения уравнения (19) вызывает серьезные математические трудности.

Время смещения молекул пробного газа в вакуумной камере на расстояние L_1 определяется соотношением /8/

$$t_L = L_1^2 / 2D_1, \qquad (21)$$

где D_1 – коэффициент диффузии пробного газа в вакуумной камере. Для упрощения решения задачи будем рассматривать такие течи, для которых время установления стационарности потока t_o меньше времени обдувания t_0:

$$t_o < t_0. \qquad (22)$$

Поэтому можно принять поток q стационарным, определенным формулой (15). При $q = q_c$ решение уравнения (19) можно найти методом преобразования Лапласа в виде:

$$n'(z,t) = \frac{q_c}{D_1} \left\{ 2\left(\frac{Dt}{\pi}\right)^{1/2} \exp\left(-z^2/4D_1 t\right) - z \,\operatorname{erfc}\left[z/2(Dt)^{1/2}\right] \right\}. \qquad (23)$$

Определим среднее значение концентрации пробного газа к моменту времени $t = t_o$ при его смещении на расстояние $z = z_o = (2D_1 t_o)^{1/2}$.

Среднее значение n' равно:

$$n'_0 = \frac{1}{z_0}\int_0^{z_0} n'\,dz\,. \qquad (24)$$

Подставляя в (23) $t = t_0$ и введя замену переменной в (24) $z = z_0 y\sqrt{2}$, после несложных вычислений найдем:

$$n'_0 = 0{,}65\, q_e z_0 / D_1. \qquad (25)$$

Умножив и разделив правую часть равенства (25) на $2\,z_0$, а затем результат снова умножая на z_0 и деля на длину L_1, получим среднее число молекул пробного газа на единицу длины L_1 к моменту $t = t_L$, когда газ продиффундирует на расстояние L_1. Умножая это среднее число молекул на L_1 и поделив на величину объема V_1, найдем среднее значение концентрации пробного газа в объеме камеры к моменту времени $t = t_L$:

$$N = 1{,}3\, q_e t_0 / V_1\,. \qquad (26)$$

Учитывая, что $p = NkT$, и умножив (26) на 0,75 (так как 1 бар = 0,75 мтор), получим среднее парциальное давление пробного газа в объеме камеры:

$$p_e = q_e t_e / V_1\,, \qquad (27)$$

где q_e – в лмтор/сек, t_0 – в сек; V_1 – в л; p_e – в мтор.

Среднее парциальное давление пробного газа достигает наибольшего значения при $t_0 = t_L$, т.е.

$$p_L = q_e t_L / V_1\,. \qquad (28)$$

Для упрощения задачи определения зависимости изменения парциального давления пробного газа от времени будем считать, что с момента времени $t > t_L$ начинается квазистационарный процесс при скорости откачки по пробному газу S_1, описываемый при $t_0 \le t_L$ уравнением

$$V_1(dp_1/dt) = -S_1 p_1\,, \qquad (29)$$

а при $t_0 > t_L$ – уравнением

$$V_1(dp_1/dt) = q_0 - S_1 p_1\,. \qquad (30)$$

Решение уравнений (29) и (30) при начальном условии $p_1 = p_0$, $p_1 = p_L$ и $t = t_L$ дает изменение парциального давления пробного газа в объеме V_1 при $t_0 \le t_L$:

$$p_1 = (q_e t_0 / V_1)\exp[-(t - t_L)/T_1] \qquad (31)$$

и при $t_0 > t_L$:

$$p_1 = (q_e/S_1)\left(1 - \frac{T_1 - t_L}{T_1}\exp[-(t - t_L)/T_1]\right), \qquad (32)$$

где $T_1 = V_1/S_1$.

В таблице 3 даны значения t_L для двух поперечных размеров вакуумной камеры d и различной длины L_1 в зависимости от остаточного давления в камере $p_{1В}$, причем для давлений $(10^{-5} - 10^{-3})$ тор коэффициент диффузии вычислялся по формуле $D_1 = \frac{1}{3} dc$, где c – средняя молекулярная скорость гелия. При $P_{1В} > 10^{-3}$ тор D_1 вычислялся по формуле (18).

Т а б л и ц а 3

$t_L = L_1^2 / 2D_1$

L_1 см / P тор	d = 10 см			d = 100 см		
	10^2	10^3	10^4	10^2	10^3	10^4
$10^{-5} \div 10^{-3}$	$1{,}25 \cdot 10^2$	1,25	125	$1{,}25 \cdot 10^{-3}$	$1{,}25 \cdot 10^{-1}$	12,5
$1 \cdot 10^{-2}$	0,125	12,5	$1{,}25 \cdot 10^3$	Те же значения, что и для $d = 10$ см, так как D_1 не зависит от d.		
$1 \cdot 10^{-1}$	1,25	$1{,}25 \cdot 10^2$	$1{,}25 \cdot 10^4$			
1	12,5	$1{,}25 \cdot 10^3$	$1{,}25 \cdot 10^5$			
10	$1{,}25 \cdot 10^2$	$1{,}25 \cdot 10^4$	$1{,}25 \cdot 10^6$			

В таблице 4 для различных значений t_L при $V_1 = 10^3$ л даны величины p_L (28) в зависимости от величины потока q_o в предположении, что воздух в течи полностью замещается пробным газом (например, гелием, у которого вязкость близка к вязкости воздуха).

Т а б л и ц а 4

p_L мтор

q_o, лмтор / t_L, сек	$3 \cdot 10^{-7}$	$1{,}5 \cdot 10^{-5}$	$2{,}2 \cdot 10^{-4}$	$6 \cdot 10^{-2}$	1,2	470
$1{,}25 \cdot 10^{-2}$	$3{,}8 \cdot 10^{-12}$	$1{,}9 \cdot 10^{-10}$	$2{,}8 \cdot 10^{-9}$	$7{,}5 \cdot 10^{-7}$	$1{,}4 \cdot 10^{-5}$	3,8
1,25	$3{,}8 \cdot 10^{-10}$	$1{,}9 \cdot 10^{-8}$	$2{,}8 \cdot 10^{-7}$	$7{,}5 \cdot 10^{-5}$	$1{,}4 \cdot 10^{-3}$	10^2
$1{,}25 \cdot 10^2$	$3{,}8 \cdot 10^{-8}$	$1{,}9 \cdot 10^{-6}$	$2{,}8 \cdot 10^{-5}$	$7{,}5 \cdot 10^{-3}$	$1{,}4 \cdot 10^{-1}$	10^4
$1{,}25 \cdot 10^4$	$3{,}8 \cdot 10^{-6}$	$1{,}9 \cdot 10^{-4}$	$2{,}8 \cdot 10^{-3}$	$7{,}5 \cdot 10^{-1}$	$1{,}4 \cdot 10$	-
$1{,}25 \cdot 10^6$	$3{,}8 \cdot 10^{-4}$	$1{,}9 \cdot 10^{-2}$	$2{,}8 \cdot 10^{-1}$	$7{,}5 \cdot 10$	$1{,}4 \cdot 10^2$	-

Из рассмотрения таблиц 2 и 3 видно, что для малых размеров вакуумной камеры, в которой поддерживается давление 10^{-3} тор и ниже, время диффузии t_L сравнимо с временем t_c для небольших течей, и поэтому предположение о стационарности потока через течь для этих условий при решении уравнения (19) не выполняется. Однако можно приближенно принять за величину стационарного потока среднюю по времени t_o величину потока пробного газа через течь. Из таблицы 3 следует, что время диффузии t_L существенно для протяженных камер (например, в случае кольцевых ускорителей, длинных трубопроводов и др.) даже при высоком вакууме, а при низком вакууме оно является довольно большой величиной и для не очень больших камер, определяющей время появления сигнала течеискателя (время отсчета).

Из таблицы 4 также следует, что для малых течей и малых значений t_L величина парциального давления пробного газа p_L пренебрежимо мала и ею, а также величиной t_L для $t > t_L$ можно пренебречь в формуле (32). При этом условии формула (32) перейдет в формулу, полученную в работе [1,2]. Для большинства ощутимых течей ($Q > 1{,}4 \cdot 10^{-5} \frac{\text{лмтор}}{\text{сек}}$) и относительно больших камер величины t_L и p_L уже играют существенную роль, и ими пренебрегать не следует. Время диффузии t_L в значительной степени может влиять на временные характеристики течеискания и динамическую чувствительность течеискателя. В этом случае изменение парциального давления пробного газа во времени в объеме камеры будет описываться формулами (31) и (32), с помощью которых можно определить временную зависимость парциального давления пробного газа в чуствительном элементе течеискателя и оценить динамическую чувствительность для данной вакуумной системы при различных способах его подсоединения.

Автор выражает благодарность М.И.Меньшикову, Л.Е.Левиной и Г.Н.Вялову за обсуждение и советы.

Литература

1. А.Гутри и Р.Уокерлинг. Вакуумное оборудование и вакуумная техника. ИЛ, 1951.
2. В.А.Ланис, Л.Е.Левина. Техника вакуумных испытаний. Госэнергоиздат, М–Л, 1963.
3. A.Nerken. Nat. Sympos on Vac. Techn. Trans, 1956, 1–4.
4. C.H.Bachman and Silberg. Vac. Sympos. Trans, 1954, 63–64.
5. R.Jean. Adv. in Vac. Sci. and Technol. Proc. of the First Intern. Cong. on Vac. Tech. 1958, v. I, p. 223.

6. Ц. Хаяси. "Оебуцури", 27, № 2, ч.1, 83–88, № 9, ч. II , 556–561, 1958 г. (Имеется перевод: ВИНИТИ, № 13815/9 и № 13816/9, 1960).

7. К.И.Крылов. Физические основы электровакуумной техники. Госэнергоиздат, М-Л,1949.

8. А.К.Тимирязев. Кинетическая теория материи. Учпедгиз, М, 1956.

9. А.В.Лыков. Теория теплопроводности. Гостехиздат, М, 1952.

10. В.Гейнце. Введение в вакуумную технику. Госэнергоиздат, М-Л, 1960, стр. 67.

Рукопись поступила в издательский отдел
10 апреля 1965 г.