

С.15а + С.349.1г
1974
V 20

ОБЪЕДИНЕННЫЙ
ИНСТИТУТ
ЯДЕРНЫХ
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

2036



Н.Н.Говорун, И.В.Попова, Л.А.Смирнова,
Т.В.Рыльцева, В.А.Никитин, А.А.Номофилов,
В.А.Свиридов, Л.А.Слепец, И.М.Сятник,
Л.Н.Струнов

**ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЙ ЦЕНТР
ЛАБОРАТОРИЯ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ**

МЕТОДИКА ОБРАБОТКИ СЛЕДОВ
ЧАСТИЦ МАЛОЙ ЭНЕРГИИ,
ПОЛУЧАЕМЫХ В КАМЕРЕ ВИЛЬСОНА

1965

3141/1 нр.
Н.Н.Говорун, И.В.Попова, Л.А.Смирнова,
Т.В.Рыльцева, В.А.Никитин, А.А.Номофилов,
В.А.Свиридов, Л.А.Слепец, И.М.Ситник,
Л.Н.Струнов

МЕТОДИКА ОБРАБОТКИ СЛЕДОВ
ЧАСТИЦ МАЛОЙ ЭНЕРГИИ,
ПОЛУЧАЕМЫХ В КАМЕРЕ ВИЛЬСОНА

Направлено в ПТЭ



В в е д е н и е

Тема работы возникла в связи с постановкой в Лаборатории высоких энергий эксперимента по рассеянию на малые углы пионов на протонах. В этом опыте для регистрации актов рассеяния по протонам отдачи применялась камера Вильсона в магнитном поле, наполненная водородом.

В точке взаимодействия определялись импульс протона отдачи и его угол с направлением налетающего пиона. По кинематическому критерию импульс-угол протона упругие случаи отделялись от фоновых. Для упругих случаев измерение импульса протона отдачи определяет также угол его рассеяния в с.ш.м. Существенным моментом при определении импульса и угла является учет торможения протона в среде, так как большинство протонов отдачи, для интересующего нас интервала углов рассеяния, останавливается в газе камеры. Физические результаты эксперимента, а также программа счета были доложены на XII международной конференции 1984 г. по физике высоких энергий в Дубне^{/1,2/} и приведены в работе^{/3/}.

Счет по описанной ниже программе ведется с сентября 1983 года. До этого для обработки использовалась программа, подробно описанная в работе^{/4/}. Однако вследствие того, что в^{/4/} применялась минимизация функционала, построенного из отклонений точек от трека в пространстве, не удавалось получить хорошую точность для искомых параметров и особенно для треков с малой проекцией на плоскость кадров. Это происходило потому, что при минимизации функционала в пространстве камеры делалось предположение о том, что ошибки координат трека, полученных из измерений, одинаковы для всех точек и не скоррелированы друг с другом. На самом деле, ошибки были разные и вследствие поиска соответственных точек координаты для соседних точек оказывались скоррелированными между собой. Точный учет этих корреляций требовал такого увеличения памяти и усложнения программы, что пришлось пойти на принятие некорректной гипотезы о равных весах для всех координат и точек в функционале.

Переход на минимизацию функционала в плоскости кадра снял эти неточности, так как в плоскости кадра мы минимизируем непосредственно измеряемые величины, которые являются независимыми и их ошибки одинаковыми.

Это позволило в несколько раз (иногда до 5-7 раз) уменьшить ошибки искомых параметров.

Приводя к увеличению точности оптимизируемых параметров, переход на минимизацию в плоскости кадра делает также ненужной для оптимизации параметров процедуру поиска соответственных точек и восстановления пространственной картины события, так как в минимизируемом функционале используются проекции несоответственных точек.

В принципе можно отказаться и от восстановления пространственных координат трека в поиске нулевого приближения, так как из информации о кривизне проекций трека на плоскостях кадров и знания одной соответственной точки (точки взаимодействия) можно найти значение импульса и его направление для трека в пространстве. Использование в описываемой программе восстановления пространственных координат трека носит исторический характер. Поскольку нулевое приближение не влияет на точность конечного результата, была оставлена для нахождения нулевого приближения старая программа. Правда, в программу поиска винтовой линии внесены небольшие изменения, улучшающие точность нахождения параметров винтовой линии.

Внесены также изменения в программу выброса „плохих“ точек. Добавлен выброс далеких точек.

Дальнейшее изложение материала начнем с описания отдельных частей программы. Некоторые из них могут быть использованы и в других задачах по обработке экспериментальных данных.

§ 1. Установка и методика эксперимента

Эксперимент по рассеянию π^- - мезона на протонах на малые углы производился с помощью камеры Вильсона (15x50x50) см³, наполненной смесью водорода, паров спирта и воды, при давлении 4 атм. (давление паров спирта и воды составляет 40 мм рт.ст.) и помещенной в магнитном поле.

Камера работала в режиме, нечувствительном к отдельным релятивистским следам, но весь пучок оставлял бледную ленточку тумана.

Протоны отдачи с импульсом ≤ 100 Мэв/с были хорошо видны в пучке, т.к. ионизация таких протонов более чем в 40 раз превышала минимальную.

За каждое расширение через камеру проходило около 10 тыс. мезонов с импульсом $(3,48 \pm 0,05)$ Гэв/с. Поперечное сечение пучка имело размеры 200 мм x 63 мм. Угловой разброс пучковых частиц составлял $\pm 0,5^\circ$ относительно основного их направления. Схема установки представлена на рис. 1. Съемка треков производилась стереокамерой ЛИТМО с тремя объективами "Руссар-плазмат БВ", $f = 81$ мм, через толстое камерное стекло^{х)} (см. рис. 2,3).

х) Для компенсации аберраций объективы рассчитывались совместно с камерным и прижимным стеклами /9/ .

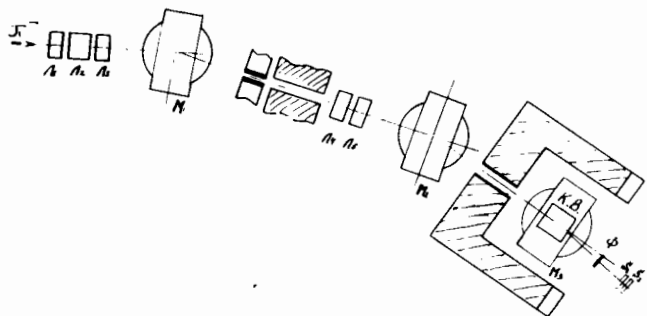


Рис. 1. Схема эксперимента. Обозначения: $L_{1,2,3}$ - магнитные линзы, $M_{1,2,3}$ - поворотный и камерный магниты, KB - камера Вильсона.

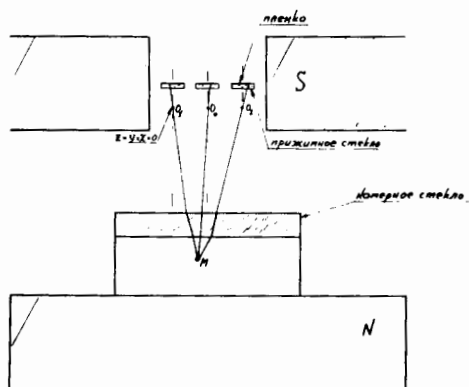


Рис. 2. Оптическая схема съемки.

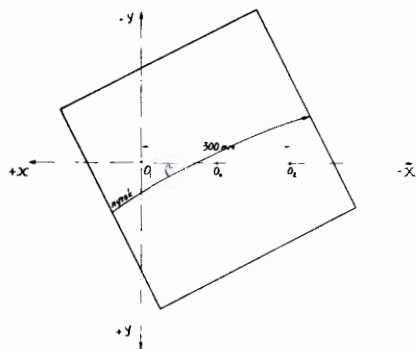


Рис. 3. Расположение объективов относительно камеры.

Расстояние съемки от объектива до центра пучка 86,8 см, масштаб 1:10. Для обработки событий использовались стереопары кадров, полученных с помощью объективов O_1 и O_2 с базовым расстоянием 300 мм.

Магнитное поле, в котором находилась камера Вильсона, измерялось с точностью 1% и с точностью $\approx 1\%$ было осесимметричным.

Топография его имела вид, представленный на рис. 4.

§ 2. Измерение треков на микроскопе УИМ-21 и полуавтомате

Программа обсчета треков имеет возможность использовать данные микроскопных измерений и измерений с помощью полуавтомата.

При измерении на микроскопе УИМ-21 стереокадры тщательно выставляются на измерительном столике прибора. Для этого используются реперные кресты, имеющиеся на прижимных стеклах. Кадр, полученный с помощью объектива O_1 , называемый левым, устанавливается на микроскопном столике слева; кадр, полученный с помощью объектива O_2 , называется правым и устанавливается на столике справа.

Кадры выставляются так, чтобы горизонтальные штрихи всех четырех крестов обоих кадров были на одной прямой. Ширина штриха реперного креста 20μ . Измерения соответственных точек и запись на бланки производится в определенном порядке.

Сначала делается запись номера пленки и номера кадра, затем делается замер координат больших крестов на обоих кадрах.

Записываются они на бланке в такой последовательности:

x лев.
x прав.
y

В таком же порядке затем следуют координаты точек измеряемого трека.

Число точек не может быть больше сорока, но в действительности их редко бывает больше двадцати.

Начало оптической системы координат, в которой считаются пространственные координаты, находится на пересечении оптической осью задней главной плоскости объектива O_1 .

Оптическая ось проходит через центр реперного креста на прижимном стекле с точностью $\pm 10 \mu$. Таким образом, значения $x = y = 0$ находятся в центре реперного креста на прижимном стекле, относящемся к объективу O_1 , а z отсчиты-

вается от задней главной плоскости объектива, причем отрицательная ось z направлена вниз, направления осей x и y показаны на рис. 3.

На полуавтомате измеряются несоответственные точки. Поэтому кадры не выставляются и измеряются каждый отдельно.

Порядок измерений и пробивки следующий:

признак начала зоны

№ зоны

№ пленки

0

N кадра N следа

признак остановки трека

крест большой

крест малый

1.

2.

.

.

.

ш

0

0

крест большой

крест малый

1.

2.

.

.

.

ш

0

0

0

Левый кадр

координаты точек

Правый кадр

координаты точек

Количество точек - от 15 до 40.

После последнего трека в данной зоне пробивается тоже три нуля и признак конца зоны.

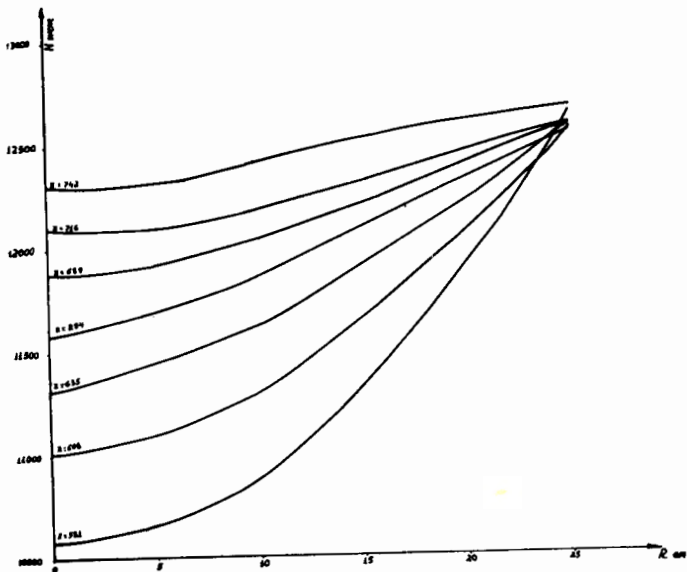


Рис. 4. Топография магнитного поля.

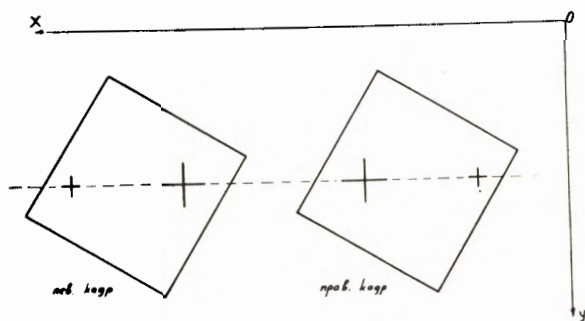


Рис. 5. Положение стереокадров на измерительном столике микроскопа УИМ-21.

На рис. показана система координат УИМ-21.

§ 3. Нахождение плоской кривой по данным автомата

Для первичной обработки числового материала, поступающего с измерительного автомата и полуавтомата, сделана специальная подпрограмма. Она считает число точек в кривой, при этом в качестве признака конца информации используются два подряд пробитых нуля. Подпрограмма может обрабатывать треки с любым количеством точек. После подсчета числа точек производится расшифровка поступившей информации и запись чисел в машинном коде. При этом учитывается различие масштабных параметров дифракционных решеток по координате x и по координате y . В этой программе при помощи задания масштабных коэффициентов для дифракционной решетки возможен и учет усадки пленки. Затем в соответствии с реперными точками производится поворот и перенос системы координат (преобразование ее в оптическую систему). В связи с тем, что реперные точки могут быть заданы произвольным образом, в программе предусмотрена обработка данных для следующих комбинаций расположения реперных точек $S_1(x_1, y_1)$, $S_2(x_2, y_2)$. Точка $S_1(x_1, y_1)$ всегда идет первой, она дает новое начало системы координат (см. рис. 6).

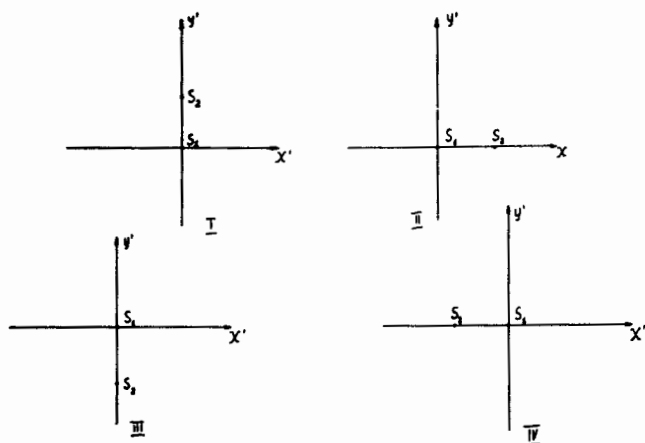


Рис. 6

Формулами, с помощью которых производится преобразование системы координат, для разных случаев будут:

$$\begin{aligned} x' &= (x - x_1) \cos \Phi - (y - y_1) \sin \Phi, \\ y' &= (x - x_1) \sin \Phi + (y - y_1) \cos \Phi. \end{aligned} \quad (1)$$

$$x' = (x - x_1) \sin \Phi + (y - y_1) \cos \Phi, \quad (2)$$

$$y' = -(x - x_1) \cos \Phi + (y - y_1) \sin \Phi.$$

$$x' = -(x - x_1) \cos \Phi + (y - y_1) \sin \Phi, \quad (3)$$

$$y' = (x - x_1) \sin \Phi - (y - y_1) \cos \Phi.$$

$$x' = -(x - x_1) \sin \Phi - (y - y_1) \cos \Phi, \quad (4)$$

$$y' = (x - x_1) \cos \Phi - (y - y_1) \sin \Phi,$$

где

$$\sin \Phi = \frac{x_2 - x_1}{\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}},$$

$$\cos \Phi = \frac{y_2 - y_1}{\sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}}.$$

При решении данной задачи встречаются случаи 2 и 4.

На автомате в одной ячейке пробиваются координаты x , и y . Разряды 1-18 отводятся для координаты x , а разряды 21-38 - для координаты y . Поэтому для записи числа в нормальной форме следует выделить информацию, произвести необходимые сдвиги и приформировать соответствующие порядки (см. /5/).

Для данной подпрограммы информация задается в таком порядке: сначала пробиваются 2 реперные точки, далее идут координаты проекций трека и в качестве признака конца информации пробиваются два нуля.

§ 4. Нахождение пространственной траектории по несоответственным точкам

Для восстановления пространственной траектории по координатам и числу несоответственных точек на правом и левом кадрах, получаемых программой, описанной в §3, сделана небольшая стандартная программа в системе ИС-2. В качестве информации в обращении к этой программе указываются адреса ячеек для левого кадра

$x_{\text{л}}, y_{\text{л}}$; правого кадра $x_{\text{п}}, y_{\text{п}}$, числа точек для левого и правого кадра, а также адреса ячеек для базы съемки B и расстояния V от заднего фокуса объектива до изображения (пленки). Программа для каждой точки левого кадра $x_{\text{л}}, y_{\text{л}}$ при помощи программы параболической интерполяции находит

соответственные точки на правом кадре $x_{п} = f(y_{л})$. Далее вычисляются пространственные координаты по формулам (камера Вильсона):

$$\begin{aligned} X &= \frac{B}{x_{л} - x_{п}} x_{л}, \\ Y &= \frac{B}{x_{л} - x_{п}} y_{л}, \\ Z &= \frac{BV}{x_{л} - x_{п}}. \end{aligned} \tag{1}$$

$x_{л}, y_{л}, x_{п}, y_{п}$ заданы в оптической системе координат. Число точек в пространстве получается равным числу точек на левом кадре.

§ 5. Нахождение пространственной траектории по данным микроскопных измерений

(Соответственные точки)

Для нахождения пространственных координат по данным микроскопных измерений также составлена стандартная программа в ИС-2. В качестве исходной информации для нее указывается адрес ячейки, начиная с которой помещаются реперные точки и координаты правого и левого кадров. Указываются ячейки для базы B и расстояния V от заднего фокуса объектива до изображения (пленки). Число точек не указывается и может быть любым^{х)}. Признаком конца информации являются две рядом стоящие нулевые ячейки. Если в середине информации встречается один нуль, то он выбрасывается.

Программа предварительно производит подсчет числа точек, затем после переноса начала координат в соответствии с реперными точками^{хх)} по формулам (1) получает пространственные координаты.

§ 6. Выброс "плохих" точек (сглаживание кривых)

Выброс "плохих" точек производится в два этапа. Первый этап состоит в следующем: трек делится пополам (с точностью до одной точки), находятся точки,

х)

Однако в нашей задаче число точек не может быть больше сорока.

хх)

Для случая микроскопных измерений реперные точки дают только новое начало системы координат, так как поворот сделан при выставлении кадров на микроскопе.

являющиеся центрами тяжести каждой половины трека, и через них проводится вектор. Затем через измеренные точки по методу наименьших квадратов проводится прямая, параллельная этому вектору. Точки, далеко отстоящие от этой прямой, выбрасываются, что не всегда возможно сделать при выбросе точек по методу наименьших квадратов, когда могут быть выброшены в первую очередь "хорошие" точки, например, если они расположены, как на рис. 7. (см. стр. 22). Парабола пройдет в этом случае вблизи "плохой" точки "1" и будут выброшены "хорошие" точки с концов трека.

Используемый нами метод выброса плохо измеренных точек был предложен В.И. Шигаевым. Кроме указанных преимуществ, этот метод обладает еще одним: для выброса точек при его использовании требуется меньше времени по сравнению с другими методами.

На втором этапе выброс производится по стандартной программе (написанной в ИС-2, см. ^{15/}) для выброса точек по кривой четвертого порядка. Эта программа через точки в плоскости, подлежащие сглаживанию, проводит по методу наименьших квадратов кривую четвертого порядка, и точки, далеко отстоящие от этой кривой, последовательно выбрасываются. В нашем случае обработки треков для медленных частей, которые могут и останавливаться в камере, для описания траектории иногда необходимо брать до 40 точек. Описать кривой четвертого порядка закручивающуюся спираль, проходящую по этим точкам, не всегда возможно, и поэтому для выброса "плохих" точек в нашем случае пришлось сделать дополнительно к существующей СП^{x)} еще одну программу в системе ИС-2.

Эта программа рассматривает всю кривую^{xx)} в виде отдельных отрезков, хорошо описываемых кривой четвертого порядка (брались отрезки по 15 точек). Если точек в последнем отрезке оставалось меньше 15, то он дополнялся до 15 за счет точек предыдущих отрезков. Если же точек оказывалось вообще меньше 15, то брались все точки кривой. После выделения из трека первых 15 точек программа при помощи программы выброса^{14/} производит выброс "плохих" точек в этой группе точек. Затем выделяется следующая группа точек, и снова производится выброс в выделенной группе и т.д. В последнее время отрезки брались по 10 точек, и в них выброс производился по кривой второго порядка (использовался измененный вариант программы ИС-2).

Выброс точек программой производится по информации о месте нахождения координат x , y и z , количестве точек и величине [?] допустимой дисперсии для отклонения.

^{x)} Здесь и в дальнейшем так обозначена стандартная программа.

^{xx)} Кривая может быть задана уже любым числом точек.

Сглаженная кривая помещается на прежнем месте, число точек после выброса указывается в другой ячейке. Если выброс производится для плоской кривой, то в качестве z должны указываться любые свободные ячейки.

§ 7. Нахождение нулевого приближения для скорости частицы

Для нахождения нулевого приближения вначале использовалась V - ая программа из /4/, которая проводила через точки параболу, а затем по параметрам параболы находила радиус кривизны трека. Поскольку парабола хорошо описывает только высокоэнергетичные частицы, мы получали сравнительно плохое нулевое приближение. В дальнейшем была сделана специальная стандартная программа, которая через точки пространства проводит винтовую линию. Программой получаются радиус кривизны и направляющие косинусы касательной к винтовой линии в точке взаимодействия (первая точка). Считается также корреляционная матрица для выдаваемых величин. Однако для счета по данной программе эти величины не используются.

Приведем последовательность операций, выполняемых стандартной программой, и формулы для этих операций.

1). Работа СП начинается с поворота системы координат. Производится переход из оптической системы координат в систему координат с осью z , параллельной задаваемому вектору магнитного поля $\vec{H} = \{H_x, H_y, H_z\}$ (система координат обозначается нами далее как $(*)$).

$$x' = \frac{H_x H_z}{|\vec{H}| \sqrt{H_x^2 + H_y^2}} x + \frac{H_y H_z}{|\vec{H}| \sqrt{H_x^2 + H_y^2}} y + \frac{\sqrt{H_x^2 + H_y^2}}{|\vec{H}|} z ;$$

$$y' = - \frac{H_y}{\sqrt{H_x^2 + H_y^2}} x + \frac{H_x}{\sqrt{H_x^2 + H_y^2}} y ;$$

$$z' = \frac{H_x}{|\vec{H}|} x + \frac{H_y}{|\vec{H}|} y + \frac{H_z}{|\vec{H}|} z .$$
(2)

2) Проведение окружности через проекцию трека на плоскости $Z = 0$. Минимизируется функционал:

$$\Phi_0 = \sum_{i=1}^n [(x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2 - R^2]^2$$
(3)

в предположении, что окружность проходит через первую точку (x_1, y_1) . Тогда:

$$R^2 = (x_1 - x_0)^2 + (y_1 - y_0)^2, \quad (4)$$

и функционал (3) приобретает вид:

$$\Phi_0 = \sum_{i=2}^n [(x_i^2 - x_1^2) + (y_i^2 - y_1^2) - 2x_0(x_i - x_1) - 2y_0(y_i - y_1)]^2. \quad (5)$$

По методу наименьших квадратов из (5) находим x_0 и y_0 , а затем значение R .

Знак заряда частицы определяется по знаку разности $\Phi_0 - \Phi_1$, где Φ_n и Φ_1 определены формулой (7).

Отметим также, что минимизация функционала (3) приводится к линейной задаче. С точностью до членов порядка $(\frac{\Delta R}{R})^2$ она эквивалентна минимизации нелинейного функционала

$$\Phi = \sum (\sqrt{(x_i - x_0)^2 + (y_i - y_0)^2} - R)^2.$$

Планируется усовершенствование программы для нахождения винтовой линии с учетом потери энергии частицы.

3) Далее, исходя из формул для винтовой линии,

$$\begin{aligned} x' &= x_0 + R \cos \phi, \\ y' &= y_0 + R \sin \phi, \\ z' &= z_0 + \lambda \phi. \end{aligned} \quad (6)$$

В плоскости Z , ϕ проводим по методу наименьших квадратов прямую $z' = z_0 + \lambda \phi$, где угол ϕ для каждой точки находится по формуле:

$$\phi_1 = \text{Arcsin} \frac{y_1' - y_0}{\sqrt{(y_1' - y_0)^2 + (x_1' - x_0)^2}}. \quad (7)$$

Корреляционную матрицу для λ и z_0 находим, как обычно, через обратную матрицу алгебраической системы для нахождения λ и z_0 , а также через значение функционала в минимуме. При нахождении λ и z_0 мы считаем, что искомые величины не имеют корреляции с R .

Находим направляющие косинусы касательного вектора к винтовой линии в первой точке:

$$\vec{r} = \{ \cos a_1, \cos a_2, \cos a_3 \}, \quad (8)$$

где

$$\cos a_1 = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \lambda^2}} \cos \phi_1,$$

$$\cos a_2 = \frac{R}{\sqrt{R^2 + \lambda^2}} \sin \phi_1,$$

(8)

$$\cos a_3 = \frac{\lambda}{\sqrt{R^2 + \lambda^2}},$$

а ϕ_1 дается формулой (7). Вектор \vec{r} , определяемый формулами (8) и (9), получается в системе координат (*). Для перехода к оптической системе координат делается преобразование, обратное (2).

В целях упрощения программы все преобразования систем координат сделаны при помощи СП умножения матрицы на вектор и СП оборачивания матриц.

Счет корреляционной матрицы для $\cos a_1$, $\cos a_2$, $\cos a_3$, R также производится при помощи СП, описанной в следующем параграфе. При этом формулы, выражающие выдаваемые величины через величины x_0 , y_0 , явно не выписывались, а была задана последовательность их вычисления: счет по формулам (4), (7), (9), а затем преобразование, обратное (2).

§ 8. Счет матрицы ошибок для системы m функций, зависящих от n случайных величин

В целях упрощения формул и программы для счета ошибок и корреляций между функциями была составлена специальная стандартная программа. Эта программа по исходной матрице $\|\sigma_{i\ell}\|$ для входящих случайных величин и по формуле для m функций, зависящих от n случайных величин, а также по значениям приращений для счета численным способом производных от функций выдает корреляционную матрицу и отдельно значения функций и их дисперсий в указанных местах. Счет ведется по формуле (см. например, /8/)

$$\Delta f_i \Delta f_k = \sum_{i\ell} \frac{\partial f_i}{\partial a_{i\ell}} \frac{\partial f_k}{\partial a_{i\ell}} \sigma_{i\ell}, \quad 1 \leq i, k \leq m.$$

Частные производные $\frac{\partial f_i}{\partial a_{i\ell}}$ считаются численно, $\|\sigma_{i\ell}\|$ - исходная корреляцион-

ная матрица для случайных величин a_1, a_2, \dots, a_n . $\Delta f_i \Delta f_k$ - элемент корреляционной матрицы для функций $f_i(a_1, a_2, \dots, a_n)$.

§ 9. Нахождение расстояния между двумя системами точек в плоскостях кадров

Программа по заданной в строках информации о местоположении таблиц экспериментальных и теоретических точек и их числе получает кратчайшие расстояния от каждой экспериментальной точки до теоретических кривых в плоскостях правого и левого кадров.

Программа работает следующим образом.

Для точки $M_0(x_0, y_0)$ на экспериментальной кривой находятся ближайшие к ней три точки $M_1(x_1, y_1), M_2(x_2, y_2), M_3(x_3, y_3)$ на теоретической кривой. Затем через эти три точки проводится парабола

$$y = ax^2 - \beta, \quad (10)$$

где система координат такая, что ось x проходит через точки M_1 и M_3 с началом системы координат в середине отрезка M_1M_3 . То есть

$$a = \frac{y_2}{\left(x_2 + \frac{\rho}{2}\right)\left(x_2 - \frac{\rho}{2}\right)}, \quad \beta = \frac{a\rho^2}{4},$$

$$\rho = \sqrt{(x_3 - x_1)^2 + (y_3 - y_1)^2}.$$

Необходимые уравнения для нахождения минимума

$$R = \sqrt{(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2}$$

(расстояния от точки M_0 до этой параболы) получаем из условия

$$\frac{\partial R}{\partial x} = 0$$

и уравнения (10). Для точки, ближайшей к (x_0, y_0) , имеем уравнение

$$(x - x_0) + (ax^2 - \beta - y_0)2ax = 0.$$

Так как это уравнение кубическое, то возможно существование трех вещественных корней. Однако при работе программы практически всегда (за весьма редким исключением) имеется только один корень, и нулевое приближение $x = x_0$ дает уже хорошую точность.

В соответствии с этим вычислительный процесс для нахождения минимума расстояния строится в предположении, что имеет место случай одного корня и берется $x = x_0$.

Получая два приближения по формулам (метод Ньютона)

$$t_1 = \frac{x_0 - x_{i-1} - 2\alpha x_{i-1}(y_{i-1} - y_0)}{1 + 2\alpha(y_{i-1} + y_0) + 4\alpha^2 x_{i-1}^2},$$

$$\begin{cases} x_i = x_{i-1} + t_i, \\ y_i = \alpha x_i^2 - \beta, \end{cases} \quad \text{для } i = 0 \quad \begin{cases} x_1 = x_0, \\ y_1 = \alpha x_0^2 - \beta, \end{cases}$$

проверяем выполнение условия

$$|t_2| < \epsilon,$$

то есть проверяем, сошелся ли итерационный процесс. Если процесс не сошелся, то в качестве расстояния до теоретической кривой берется расстояние от M_0 до ближайшей из точек M_1, M_2, M_3 . Если же процесс сошелся, то проверяем условия

$$R_{\min} < R_1, R_2, R_3,$$

где $R_1 = M_0 M_1, R_2 = M_0 M_2, R_3 = M_0 M_3$. Если окажется, что они не выполнены, то снова в качестве минимума расстояния берется расстояние от M_0 до ближайшей из точек M_1, M_2, M_3 .

Повторяя вышеописанную процедуру, находим кратчайшее расстояние от всех экспериментальных точек на обоих кадрах.

§ 10. Магнитное поле

Магнитное поле камеры, в которой производились снимки треков, было осесимметричным относительно оси z ,

$$\vec{H} = \{H_z(z, \rho); H_\rho(z, \rho); 0\}.$$

Поэтому для его описания было достаточно дать значение поля в плоскости $u = 0$. Была измерена только H_z - компонента магнитного поля. Вторая ненулевая компонента магнитного поля находилась из уравнения $\text{div } \vec{H} = 0$ и значения поля H_z в плоскости $u = 0$.

$$\text{div } \vec{H} = \frac{\partial H_z}{\partial z} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial(\rho H_\rho)}{\partial \rho} = 0. \quad (11)$$

Интегрируя (11) по ρ , получаем для значения радиальной компоненты поля

$$H_{\rho}(z, \rho) = \frac{1}{\rho} \int_0^{\rho} \frac{\partial H_z(z', \rho')}{\partial z'} \rho' d\rho' .$$

Из уравнения (11) и ограниченности $\frac{\partial H_z}{\partial z}$ следует, что постоянная интегрирования уравнения (11) равна нулю.

Действительно, предположим, что $H_{\rho}(z, 0) \neq 0$. Тогда разложение $H_{\rho}(z, \rho)$ будет иметь вид

$$H_{\rho} = \sum_{i=0}^{\infty} a_i(z) \rho^i , \quad (12)$$

где $a_0 \neq 0$. Подставляя (12) в (11), будем иметь

$$\sum_{i=0}^{\infty} a_i'(z) \rho^i + \frac{1}{\rho} \sum_{i=0}^{\infty} (i+1) a_i(z) \rho^i = 0 .$$

Устремляя ρ к нулю, получим $\frac{1}{\rho} a_0(z) = 0$, что противоречит предположению о неравенстве $H_{\rho}(z, 0)$ нулю.

Первоначально обработка велась при помощи программ интерполяции по H_z и H_{ρ} , задаваемых в виде двумерной таблицы, а затем для ускорения счета магнитное поле было представлено в виде двойных рядов по полиномам Лежандра:

$$H_z(z, \rho) = \sum_{i,j} \alpha_{ij} P_i \left(\frac{2z - z_k - z_n}{z_k - z_n} \right) P_j \left(\frac{2\rho - \rho_k}{\rho_k} \right) ,$$

$$H_{\rho}(z, \rho) = \sum_{i,j} \beta_{ij} P_i \left(\frac{2z - z_k - z_n}{z_k - z_n} \right) P_j \left(\frac{2\rho - \rho_k}{\rho_k} \right) ,$$

где

$$\alpha_{ij} = \frac{1}{N} \int_{z_n}^{z_k} \int_0^{\rho_k} H_z(z', \rho') P_i \left(\frac{2z' - z_k - z_n}{z_k - z_n} \right) P_j \left(\frac{2\rho' - \rho_k}{\rho_k} \right) d\rho' dz' ,$$

и соответственно

$$\beta_{ij} = \frac{1}{N} \int_{z_n}^{z_k} \int_0^{\rho_k} H_{\rho}(z', \rho') P_i \left(\frac{2z' - z_k - z_n}{z_k - z_n} \right) P_j \left(\frac{2\rho' - \rho_k}{\rho_k} \right) d\rho' dz' ,$$

$$N = \int_{z_n}^{z_k} \int_0^{\rho_k} P_i^2 \left(\frac{2z' - z_k - z_n}{z_k - z_n} \right) P_j^2 \left(\frac{2\rho' - \rho_k}{\rho_k} \right) d\rho' dz' = \frac{(z_k - z_n) \rho_k}{(2i+1)(2j+1)} .$$

Необходимо отметить, что программа обработки данных работает независимо от вида задания поля, так как она написана в расчете на произвольное магнитное поле со всеми компонентами:

$$\vec{H} = \{ H_z(z, \rho, \phi); H_{\rho}(z, \rho, \phi); H_{\phi}(z, \rho, \phi) \} .$$

§ 11. Уравнения движения частицы в магнитном поле

Движение частицы в магнитном поле описывается уравнением Ньютона

$$(\dot{m}\vec{r})' = \frac{e}{c} [\dot{\vec{r}} \vec{H}] + \vec{F}_{\text{тр}}, \quad (13)$$

где $\frac{e}{c} [\dot{\vec{r}} \vec{H}]$ — сила Лоренца, $\vec{F}_{\text{тр}}$ — сила торможения, описываемая формулой

$$\vec{F} = \frac{d\vec{p}}{dt} = Vz^2 \left(\ln \frac{\beta^2}{1 - \beta^2} - \beta^2 + g \right) \frac{\vec{\beta}}{\beta^3}, \quad (14)$$

полученной Бете^{/7/}.

Для камеры Вильсона, содержащей только один элемент,

$$V = 4N \left(\frac{z}{A} \right) \pi r_0^2 m_e c^2 \rho,$$

$$g = \ln \frac{2m_e c^2}{I(z)}.$$

Здесь

$N = 6,02472 \cdot 10^{23} \text{ (г, моль)}^{-1}$ — число Авогадро,

$m_e c^2 = 0,51098 \text{ Мэв}$ — энергия покоя электрона,

$r_0 = 2,8178 \cdot 10^{-13}$ — классический радиус электрона,

$I(z)$ — потенциал ионизации для газа, наполняющего камеру,

ρ — плотность этого газа,

$\left(\frac{z}{A} \right)$ — отношение заряда ядра для газа, наполняющего камеру, к его атомному весу,

z — заряд движущейся частицы,

$\beta = \frac{v}{c}$ — относительная скорость.

Для исследуемого случая, когда в камере содержалась смесь трех газов (во.орода, кислорода и углерода)

$$V = 4N \pi r_0^2 m_e c^2 \left(\frac{z_N}{A_N} \rho_N + \frac{z_O}{A_O} \rho_O + \frac{z_C}{A_C} \rho_C \right),$$

$$g = \frac{\left(\frac{z_N}{A_N} \right) \rho_N \ln \frac{2m_e c^2}{I_N} + \left(\frac{z_O}{A_O} \right) \rho_O \ln \frac{2m_e c^2}{I_O} + \left(\frac{z_C}{A_C} \right) \rho_C \ln \frac{2m_e c^2}{I_C}}{\frac{z_N}{A_N} \rho_N + \frac{z_O}{A_O} \rho_O + \frac{z_C}{A_C} \rho_C}.$$

Формула (14) перестает правильно описывать силу торможения при малых

β ($\beta = \beta = 0,01$), когда скорость налетающей частицы делается соизмеримой со скоростью K — электронов^{/7/}. Для $\beta = \sqrt{\frac{K^2}{c^2}} = 0,0067$ при $g = 10$ сила торможения по формуле (14) обращается в нуль, а для ещё меньших β она становится положительной. Однако поскольку пробег частицы для $\beta = \beta$ очень мал (меньше 1 мм),

при достижении скорости $\beta = \bar{\beta}$ считалось, что частица уже остановилась. Предполагалось, что потенциал ионизации не зависит от скорости налетающей частицы, и для них брались следующие значения:

$$I_H = 12,5, \quad I_0 = 12,5 \cdot 8, \quad I_C = 12,5 \cdot 6.$$

Учитывалось изменение с течением времени процентного состава газа в камере.

Для интегрирования уравнения движения (13) использовалась стандартная программа нахождения траектории частицы в электромагнитном поле. Эта программа интегрирует в цилиндрической системе координат уравнения движения

$$\dot{v}_r = A_0 \sqrt{1 - \beta^2} [A_r - v_r A] + a \frac{a}{r},$$

$$\dot{a} = A_0 \sqrt{1 - \beta^2} [A_\phi - aA] - v_r \frac{a}{r},$$

$$\dot{v}_z = A_0 \sqrt{1 - \beta^2} [A_z - v_z A],$$

где

$$A = v_r A_r + a A_\phi + v_z A_z,$$

$$A_\phi = aE_\phi + (v_z H_r - v_r H_z),$$

$$A_r = aE_r + (aH_z - v_z H_\phi),$$

$$A_z = aE_z + (v_r H_\phi - aH_r),$$

$$\dot{r} = v_r; \quad \dot{a} = -r \dot{\phi}; \quad \dot{z} = v_z,$$

$$A_0 = \frac{A_{00}}{M},$$

$A_{00} = 0,3 \cdot 10^{-6}$, $a = 10/3$ - константы программы. $M = \frac{m e_{\Pi}}{e m_{\Pi}}$, где m - масса частицы, e - ее заряд, m_{Π} - масса протона, e_{Π} - заряд протона. Магнитное поле $\vec{H} = \{H_z; H_\rho; 0\}$ получалось в соответствии с § 10, а в качестве электрического поля бралось

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}_{\text{тр}}}{e}.$$

Для программы необходимо также задавать начальные значения

$$M(x_1, y_1, z_1) \quad \text{и} \quad \vec{\beta}_0 = \{\dot{z}, \dot{\rho}, \dot{\phi}\}.$$

В процессе интегрирования программа выдает проекции пространственных координат траектории на плоскость правого и левого кадра. Поскольку момент окончания

интегрирования по времени заранее не известен, то предусматривалось окончание интегрирования по ряду признаков:

1. Когда частица выходит из камеры, интегрирование прекращается.
2. β может только убывать, если же происходит увеличение β , интегрирование прекращается (проверка на монотонность изменения β).
3. Когда β делается меньше $\beta = 0,01$, интегрирование прекращается (проверка на малость β).
4. Интегрирование прекращается также, когда длина пробега частицы при интегрировании делается больше, чем длина пробега, вычисленная по измеренным точкам в виде суммы ломаных.

В конце работы программы интегрирования уравнений, если выход из программы происходит по условиям 2,3, выдается и длина пробега частицы до остановки; при выходе же из программы по условиям 1,4 выдается пробег частицы только в камере. В случае, когда первая измеренная точка не является точкой взаимодействия, полученные данные для импульса и угла пересчитываются к точке взаимодействия (которая зафиксирована на одном из кадров) путем интегрирования уравнений движения в обратном направлении до точки взаимодействия.

§ 12. Поле направлений

Так как на снимках, полученных при рабочем режиме камеры, видны только траектории протонов, а пучок мезонов не виден, необходимо было исследовать его заранее и затем при обсчете треков использовать готовые данные о пучке.

Для составления модели поля измерялись траектории мезонов, полученные при специальном режиме камеры, когда эти траектории видны. Через эти треки по методу наименьших квадратов были проведены витовые линии и получены все их характеристики. Оказалось, что исходный пучок может быть хорошо смоделирован.

1. Сначала, исходя из модели, дадим формулы для нахождения поля направлений в каждой точке пучка, а затем поясним эту модель. Прежде всего было установлено, что трек не строго горизонтален, а имеет небольшой наклон, описываемый $\sin \xi$, где $\sin \xi$ - проекция на ось z касательного к пучку единичного вектора.

В проекции (x, y) направление находилось следующим образом. Координаты точки взаимодействия $M(x_1, y_1, z_1)$ из оптической системы преобразовывались в систему координат с началом в середине пучка (x_0, y_0) и с осью x' , направленной вдоль пучка (см. рис. 8).

$$\begin{aligned} x' &= (x_1 - x_0) \cos \xi_0 + (y_1 - y_0) \sin \xi_0 ; \\ y' &= -(x_1 - x_0) \sin \xi_0 + (y_1 - y_0) \cos \xi_0 . \end{aligned} \quad (14)$$

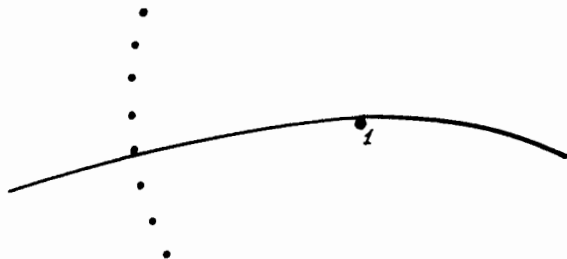


Рис. 7.

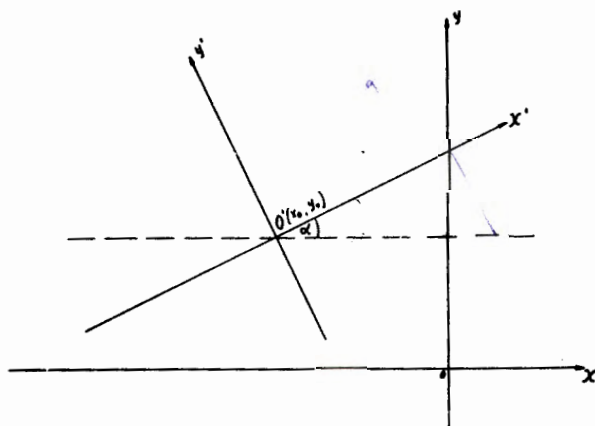


Рис. 8.

Находим

$$\Delta(\operatorname{tg} \alpha) = \gamma \frac{y'}{1 + x' \cdot \gamma} , \quad (15)$$

$$\operatorname{tg} \bar{\alpha} = \operatorname{tg} \xi_0 - \Delta(\operatorname{tg} \alpha)$$

$$\bar{\alpha} = \operatorname{arctg}[\operatorname{tg} \xi_0 - \Delta(\operatorname{tg} \alpha)] \quad (16)$$

Учитывая поправку на окружность, получаем для угла:

$$\alpha = \operatorname{arctg}[\operatorname{tg} \xi_0 - \Delta(\operatorname{tg} \alpha)] + \frac{x^*}{R} \quad (17)$$

и вектор касательной к траектории мезона в точке взаимодействия будет равен:

$$\vec{n} = \{ \sin \alpha_3 \cos \alpha ; \sin \alpha_3 \sin \alpha ; \cos \alpha_3 \} .$$

Величины $\cos \alpha_3$, ξ_0 , γ , R получены при обработке траекторий пучка по методу наименьших квадратов. Наименее точно определяется величина ξ_0 .

2. Пояснения к модели

Если через траектории мезонов провести по методу наименьших квадратов прямые линии, то в проекции на плоскость $Z = 0$ получается семейство расходящихся прямых (см. рис. 9).

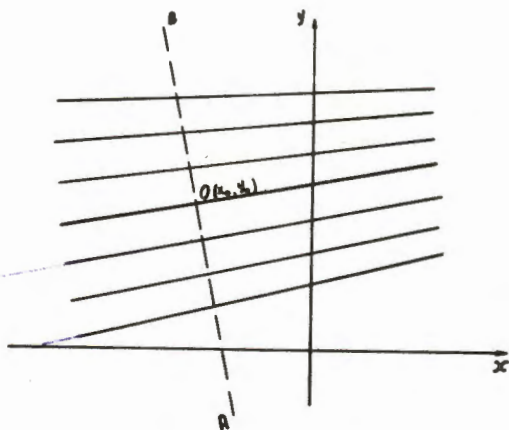


Рис. 9.

Далее, примерно через середину пучка проводилась прямая AB , перпендикулярная к одной из прямых (с углом наклона $\bar{\xi}_0$) в середине пучка. Обозначим через h расстояние по AB от данной прямой с углом наклона $\bar{\xi}_0$ до других прямых.

Была исследована зависимость углов наклона прямых (вернее, тангенсов углов) от расстояния h . Оказалось, что она хорошо описывается линейной функцией

$$\operatorname{tg} \xi = by + \operatorname{tg} \xi_0 .$$

При помощи метода наименьших квадратов были найдены y , $\operatorname{tg} \xi_0$ и их ошибки.

Таким образом, поле направлений в предположении, что оно моделируется системой прямых, проведенных по методу наименьших квадратов через траектории мезонов, теперь можно описать формулами (14), (15), (16), т.е. за ось x' принимается прямая, проходящая через точку $O(x_0, y_0)$ и имеющая угол наклона с осью x , равный ξ_0 .

Для учета кривизны траектории мезона рассматриваем траекторию мезона (окружность с центром O' (см. рис. 10)).

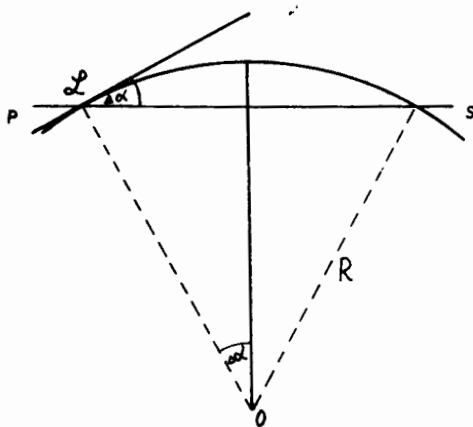


Рис. 10.

Пусть z будет точка, в которой нужно найти угол наклона. Если пользоваться моделью прямых, это будет угол наклона прямой PS (формула (16)). Для учета же кривизны трека мы должны добавить к углу наклона еще угол $\Delta\alpha$, равный с необходимой точностью $\frac{x'}{R}$, т.е. получается формула (17).

Конечно, формулы (14) - (17) дают картину математически неадекватную семейству расходящихся окружностей (а такое представление более всего соответствует физике явления). Однако с той точностью, с которой нам известно вообще поле направлений, они достаточно хорошо описывают его.

Надо отметить, что были сделаны попытки обнаружить закономерность в радиусе кривизны и направлении траекторий мезонов в зависимости от координаты z , однако ее не оказалось.

§ 13. Заключительный этап обработки

В этом параграфе приводятся формулы, по которым ведется счет на заключительном этапе обработки трека после подбора оптимальных значений β , θ , ϕ — относительной скорости частицы и ее сферических азимутального и меридионального углов, а также считаются и выдаются на печать:

1. Импульс частицы

$$P = \frac{\beta}{\sqrt{1 - \beta^2}} \cdot 938,23 \frac{\text{Мэв}}{c} = \Delta_1. \quad (18)$$

2. Направляющие косинусы для импульса

$$\vec{r} = \frac{\vec{P}}{|\vec{P}|} = \{ \cos \alpha_1; \cos \alpha_2; \cos \alpha_3 \}, \quad (19)$$

где

$$\cos \alpha_1 = \sin \theta \cos \phi = \Delta_2,$$

$$\cos \alpha_2 = \sin \theta \sin \phi = \Delta_3,$$

$$\cos \alpha_3 = \cos \theta = \Delta_4.$$

3. Угол между касательной \vec{r}_p к траектории частицы и касательной \vec{r}_μ к траектории мезонов в точке взаимодействия в лабораторной системе отсчета:

$$\theta_1 = \frac{\pi}{2} - \arcsin(\cos \theta_1) = \Delta_5,$$

$$\cos \theta_1 = (\vec{r}_p \cdot \vec{r}_\mu) = (\cos \alpha \cdot \cos \alpha_1 + \sin \alpha \cdot \cos \alpha_2) \cos \xi + \cos \alpha_3 \sin \xi,$$

$$\alpha = \bar{\alpha} + \frac{x'}{R}, \quad x' = (x - x_0) \cos \xi_0 + (y - y_0) \sin \xi_0, \quad (20)$$

$$\bar{\alpha} = \arcsin \left[\frac{\cos \theta_1}{\cos \alpha_3} - \frac{\cos \alpha \cdot \cos \alpha_1 + \sin \alpha \cdot \cos \alpha_2}{\cos \alpha_3} \right],$$

$$y' = -(x - x_0) \sin \xi_0 + (y - y_0) \cos \xi_0.$$

Поскольку основная ошибка в α , происходит от ошибки в ξ_0 (максимально возможная поправка за счет γ и $\frac{x}{R}$ лишь вдвое-втрое превышает ошибку из-за ξ_0), считалось, что $\sigma_\alpha = \sigma_{\xi_0}$.

Из результатов обработки пучка мезонов (поле направлений) известно значение $\sin \xi$ и его дисперсия $\sigma_{\sin \xi}$ (§ 12).

4. Угол между траекториями частицы и мезона, а также импульс частицы в системе центра масс

$$\theta_{\Pi} = \text{Arcsin} \frac{p'_{\perp}}{\sqrt{p'^2_{\perp} + p'^2_{\parallel}}} = \Delta_6, \quad (21)$$

$$p_{\Pi} = \sqrt{p'^2_{\perp} + p'^2_{\parallel}} = \Delta_7, \quad (22)$$

где $p'_{\perp} = p \sin \theta_1$,

$$p'_{\parallel} = \left(p \cos \theta_1 - \frac{m}{m_0} \frac{938,2}{\sqrt{1 - \beta^2}} \cdot \frac{p_{0\mu}}{\frac{m}{m_0} \frac{938,2}{\sqrt{1 - \beta^2}} + \sqrt{(139,4)^2 + p_{\mu}^2}} \right) \times \\ \times \left(\frac{1}{\sqrt{1 - \frac{m}{m_0} \frac{938,2}{\sqrt{1 - \beta^2}} + \sqrt{(139,4)^2 + p_{\mu}^2}}} \right)^{-1}$$

m - масса частицы, m_0 - масса протона, $p_{0\mu}$ и $\sigma_{p_{0\mu}}$ - импульс и его дисперсия для пучка мезонов. Для упругого рассеяния мы пользовались другой формулой, связывающей величину импульса протона p (л.с.) с углом θ ц.м., т.к. при этом угол $\theta_{\text{ц.м.}}$ определяется в нашем эксперименте с меньшими погрешностями ($\approx 0,1^\circ$)

$$\cos \theta_{\Pi} = \frac{p_{\Pi} \beta_{\Pi}}{\sqrt{1 - \beta_{\Pi}^2}} \left(\sqrt{p^2 + m_0^2} - \frac{\sqrt{p_{\Pi}^2 - m_0^2}}{\sqrt{1 - \beta_{\Pi}^2}} \right).$$

5. Считаются также ошибки в величинах Δ_i ($i = 1, 2 \dots 8$) по формуле (по стандартной программе, описанной в § 8)

$$\sigma_{\ell i} = \sum_{j,k} \frac{\partial \Delta_{\ell}}{\partial x_j} \frac{\partial \Delta_i}{\partial x_k} \sigma_{jk}, \quad \ell, i = 1, \dots, 8, \quad (23)$$

где

$$\begin{aligned} x_1 &= \beta, & x_4 &= p_{0\mu}, \\ x_2 &= \theta, & x_5 &= \alpha, \\ x_3 &= \phi, & x_6 &= \sin \xi, \end{aligned}$$

$$\| \sigma_{jk} \| = \begin{vmatrix} \sigma_{11} & \sigma_{12} & \sigma_{13} & 0 & 0 & 0 \\ \sigma_{21} & \sigma_{22} & \sigma_{23} & 0 & 0 & 0 \\ \sigma_{31} & \sigma_{32} & \sigma_{33} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \sigma_{p_0\mu}^2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_a^2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \sigma_{\sin \xi}^2 \end{vmatrix} \quad (24)$$

Здесь $\| \sigma_{jk} \|$, $j, k = 1, 2, 3$ - матрица ошибок считается и выдается стандартной программой минимизации функционала в процессе подбора оптимальных значений β, θ, ϕ . В матрице ошибок (24) отсутствуют, как мы уже отмечали, члены, учитывающие ошибку за счет γ, R в формулах (21) вследствие малости вклада от них в ошибку.

6. Вычисляется геометрическая поправка $\xi = \Delta_0$. Геометрические условия эксперимента не позволяют регистрировать 100% событий. Причины потери событий следующие. Если проекция следа протона отдачи на кадр (l_k) меньше определенной величины (назовем ее l_1), то эффективность его обнаружения при просмотре мала и такие следы вообще не принимаются в рассмотрение. Кроме того, исключаются из рассмотрения случаи, когда импульс p и угол θ протона отдачи (выходящего из камеры) вычислены с точностью меньше заданной. Точность вычисления этих величин зависит от импульса частицы и от величины проекции ее следа на плоскость (xy), перпендикулярную направлению магнитного поля, и при $l_{xy} < l_2(p)$ становится недопустимо низкой. Поправка, учитывающая вышеперечисленные потери, основана на факте азимутальной симметрии событий (т.е. равной вероятности вылета частицы отдачи под любым углом ϕ в плоскости, перпендикулярной направлению пучка) и вводится следующим образом. Каждый конкретный след вращается по углу ϕ , и находится интервал углов $\Delta\phi$, в котором $l_k < l_1$ или $l(x, y) < l_2(p)$. Величина интервала $\Delta\phi$ зависит от длины следа и от его местоположения в камере, поэтому ее приходится находить для каждого случая отдельно. Далее вычисляется величина

$$\xi = \frac{1}{1 - \frac{\Delta\phi}{2\pi}}, \quad (25)$$

и каждое событие вводится в статистику с весом ξ .

Введение поправки вышеуказанным способом является возможным, если хорошо известны границы рабочего объема камеры, и выгодно в тех случаях, когда мала статистика, так как поправка является чисто геометрической и не вносит дополнительных статистических ошибок.

§ 14. Организация обчета данных

Кратко об обработке информации сказано во введении. Здесь мы еще раз остановимся на последовательности операций обработки с указанием формул, по которым на каждом этапе ведется счет, или со ссылками на соответствующий параграф, где описан алгоритм счета.

Работа программы начинается обновлением всей программы с магнитного барабана и вводом группы материала из нескольких событий с общим числом ячеек не больше чем 200. Ввод материала может осуществляться как с читающих устройств на машине М-20 (бумажная лента с измерительного прибора, перфокарты), так и с магнитной ленты, на которую материал предварительно переписывается со вспомогательной машины "Минск-2". Событие от события отделяется в случае "микроскопного" варианта программы двумя, а в случае "автоматного" — тремя пустыми ячейками. В конце материала помещается признак конца информации. Обрабатывается сначала первое событие. Первая часть обработки события заканчивается восстановлением пространственных координат траектории частицы. В эту часть входит для случая "автоматной" программы запись числа в нормальной форме и восстановление плоской картины (§ 3), выброс "плохих" точек (§ 6), нахождение соответственных точек на правом и левом кадрах и восстановление пространственных точек (§ 4). Для случая обработки данных, поступающих с микроскопа, сначала имеет место переход к оптической системе координат в соответствии с реперными точками и восстановление пространственных координат (§ 5), а затем выброс "плохих" точек (§ 6) в пространстве по гладкости проекции трека на плоскость $x = 0$. После нахождения пространственных координат машина выясняет, находится ли начало трека в пучке. После чего имеется возможность в случае необходимости продолжать обсчет только треков, начинающихся в пучке.

Получение нулевого приближения происходит при помощи программы проведения винтовой линии (§ 7). Программа выдает радиус кривизны R и направляющие косинусы $\cos \alpha_1$, $\cos \alpha_2$, $\cos \alpha_3$ касательного вектора $T = \{\cos \alpha_1, \cos \alpha_2, \cos \alpha_3\}$ к траектории частицы.

Далее по формулам:

$$\beta = \frac{p}{\sqrt{p^2 + \left(\frac{m}{m_0}\right)^2}}, \quad \theta = \frac{\pi}{2} - \arcsin(\cos \alpha_3),$$

$$\phi = \text{Arc sin } \frac{\cos \alpha_2}{\sqrt{\cos^2 \alpha_2 + \cos^2 \alpha_1}},$$

$$\cos \phi = \frac{\cos \alpha_1}{\sqrt{\cos^2 \alpha_2 + \cos^2 \alpha_1}},$$

$$p = M(x_1, \rho_1, \phi_1) \cdot R \cdot 0,29979 \cdot 10^{-8},$$

находим вектор $\vec{\beta}$ в сферической системе координат (β, θ, ϕ) , где H - в эрстедах, R - в см, m - масса частицы, m_0 - масса протона, $M(x_1, \rho_1, \phi_1)$ - точка взаимодействия. Далее при помощи программы минимизации нелинейного функционала /8/, используя в качестве нулевого приближения β, θ, ϕ , находим их оптимальное значение. При своей работе эта программа для нахождения расстояния между системами двух точек в плоскостях кадров использует программу, описанную в § 9, а также программу интегрирования уравнений движения (§ 11). В качестве начальных значений берется первая точка $M(x_1, \rho_1, \phi_1)$ и скорость частицы в цилиндрической системе координат

$$\vec{\beta} = \{ \dot{z}, \dot{\rho}, \dot{\rho}\dot{\phi} \}, \text{ где}$$

$$\dot{z} = \beta \cos \theta, \quad (25)$$

$$\dot{\rho} = \beta (\cos \phi_1 \cos \phi + \sin \phi_1 \sin \phi) \sin \theta,$$

$$\dot{\rho}\dot{\phi} = \beta (\cos \phi_1 \sin \phi - \sin \phi_1 \cos \phi) \sin \theta.$$

Поскольку программа для минимизации функционала для улучшения процесса сходимости за счет уменьшения корреляции между искомыми величинами подбирает оптимальные значения $\vec{\beta}$ в сферической системе координат, а программа интегрирования уравнений движения работает в цилиндрической системе, в процессе последовательных приближений происходит пересчет от β, θ, ϕ к $\dot{z}, \dot{\rho}, \dot{\rho}\dot{\phi}$ по формулам (25). Необходимые для минимизации производные от R_1 по β, θ, ϕ считаются численным способом. После нахождения оптимальных значений величин β, θ, ϕ и их корреляционной матрицы находятся направляющие косинусы для поля направлений (§ 12), далее по формулам параграфа 13 определяются искомые данные, делается кинематический анализ и происходит выдача материала. По окончании выдачи происходит проверка на конец информации и, если еще не все события обчислены, то производится счет следующего события. После обчета всех событий происходит ввод следующей группы материала.

Программа сделана так, что процессом счета можно управлять с пульта. На пульте набирается дисперсия, по которой производится выброс, точность, по достижении которой прекращается дальнейшее уточнение параметров β , θ , ϕ , число итераций, при котором прекращается счет независимо от достигнутой точности. Для частиц, останавливающихся в камере, значение импульса p находится из таблицы $\ell(p)$, где ℓ - пробег частицы. Таблицы $\ell(p)$ считаются предварительно по формуле

$$\ell(p) = \int_{p_{\min}}^p \frac{dp}{dp/d\ell},$$

p_{\min} - импульс, соответствующий скорости $\beta = 0,01$, где

$$\frac{dp}{d\ell} = B \left(\frac{p^2 + m^2}{p^2} \right)^{3/2} \left[\ell_n \frac{p^2}{m^2} - \frac{p^2}{p^2 + m^2} + g \right].$$

При этом подбираются только оптимальные значения для направления импульса, что значительно ускоряет процесс сходимости (а также улучшает точность в определении направления).

Необходимо отметить, что программа обработки сделана в расчете на то, что величины B и g в члене, учитывающем торможение (14), также могут находиться из траекторных измерений. Однако при массовом счете находились только β , θ , ϕ при фиксированных значениях B , g .

§ 15. Анализ точности определения импульсов и углов

а) Влияние тормозных параметров B и g на точность счета

B и g сначала были рассчитаны теоретически на основании имевшихся данных о составе газа, наполняющего камеру. Затем эти параметры уточнялись экспериментально путем обсчета с различными наборами B и g одних и тех же длинных следов частиц, останавливающихся в камере. Та комбинация B и g , которая давала наименьший функционал и минимальные R_1 , считалась истинной.

Тормозные коэффициенты B и g подобраны с точностью не хуже 5%. Изменения B и g в этих пределах приводят к изменению значений импульсов и углов примерно на 1,5%.

в) Точность определения импульсов

Импульсы частиц определяются двумя разными способами: по пробегу, если частица останавливается, и по кривизне, если частица не останавливается в камере.

В первом случае точность в импульсах зависит от точности параметров B и g , точности измерения длины трека ($0,2$ см) и стреглинга и составляет приблизительно 4%.

Во втором случае точность определения импульса, в первую очередь, зависит от длины проекции на плоскость x_y . Зависимость эта показана на рис. 11, 12.

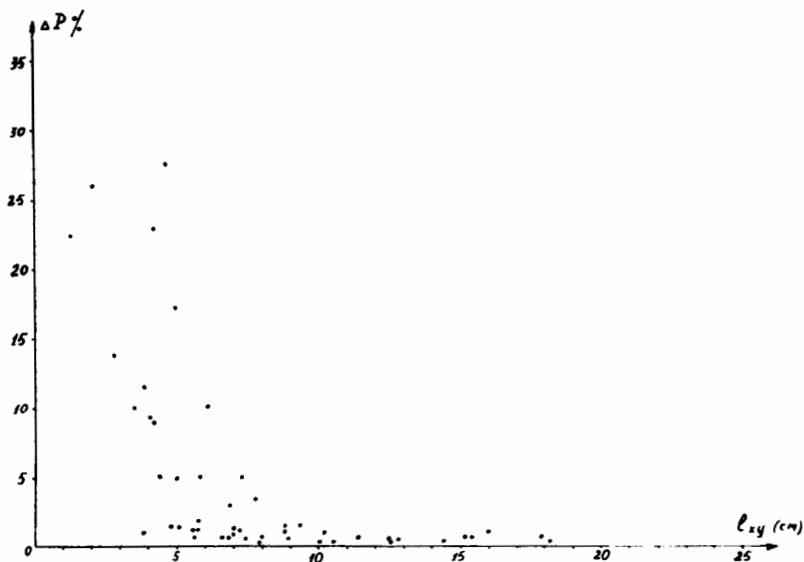


Рис. 11. Зависимость точности определения импульсов по кривизне трека в интервале 60-80 Мэв/с от длины проекции на плоскость x_y .

Из рис. следует, что для импульсов 60-80 Мэв/с точность в 10% достигается при длине проекции на плоскость $x_y = 4,2$ см, 2% при $= 6,5$ см и 1% при $l_{xy} \geq 9$ см.

Для импульсов 80-100 Мэв/с точность в 10% достигается при $l_{xy} = 4,7-5$ см, а точность в 1% достигается при $l_{xy} \geq 10-11$ см.

Для некоторых треков, остановившихся в камере, импульсы были определены и по пробегу, и по кривизне. Оба результата хорошо совпадали в пределах ошибок.

с) Точность определения углов

Ошибка в определении угла между протонами отдачи и пучковым π^- - мезоном складывается из ошибки в поле направлений пучковых частиц $\Delta\theta_1^0 = 0,3^0$, ошибки измерительной $\Delta\theta_2^0$ и ошибки $\Delta\theta_3^0$, возникающей из-за потери начального отрез-

ка трека (неоднозначность в определении первой точки измерителями). Величина этого теряемого отрезка составляет не более 0,2 см.

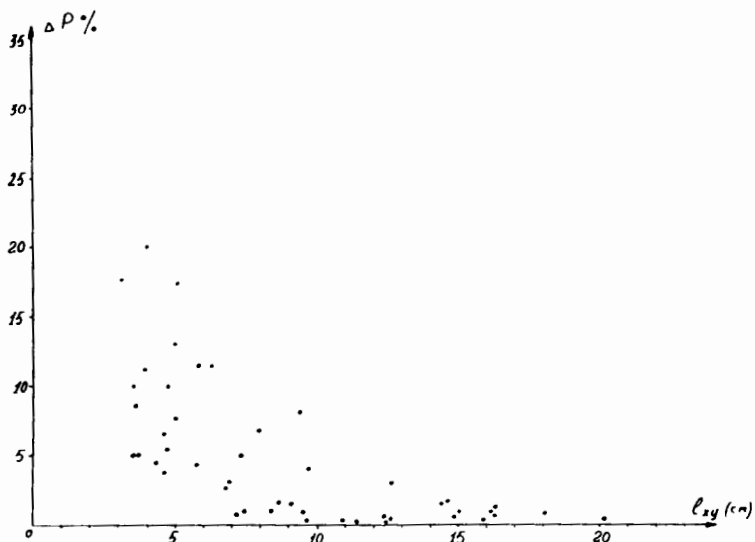


Рис. 12. Зависимость точности определения импульсов по кривизне трека в интервале 80-100 Мэв/с от длины проекции на плоскость xy .

В пересчете на градусы это составляет :

$$\Delta \theta_{\delta} = 1,1^{\circ} \quad \text{для импульсов 35 Мэв/с,}$$

$$\Delta \theta_{\delta} = 0,7^{\circ} \quad \text{— " — 50 Мэв/с,}$$

$$\Delta \theta_{\delta} = 0,6^{\circ} \quad \text{— " — 65 Мэв/с.}$$

Распределения ошибок $\sqrt{\Delta \theta_1^{02} + \Delta \theta_2^{02}}$ в углах для частиц с различными импульсами приведены на рис. 13, 14, 15. Полная ошибка в определении угла в среднем составляет $\Delta \theta^0 = \sqrt{\Delta \theta_1^{02} + \Delta \theta_2^{02} + \Delta \theta_{\delta}^{02}} = 1,435^{\circ}$. Угловой разброс протонов отдачи в опыте по упругому рассеянию π^- -мезонов на протонах относительно кинематической кривой составляет в среднем тоже $\pm 1^{\circ}$ (рис. 16), что находится в соответствии с цифрой 0,80.

д) Точность измерений координат

Разброс в значении координат при многократном измерении одной и той же хорошо видимой точки составляет:

$$\left. \begin{aligned} \Delta x &= 0,02-0,03 \text{ см} \\ \Delta y &= 0,02-0,03 \text{ см} \\ \Delta z &= 0,1 \text{ см} \end{aligned} \right\} \text{ в пространстве .}$$

Ширина треков $50 \mu\text{к}$ на пленке и $0,5 \text{ мм}$ в пространстве.

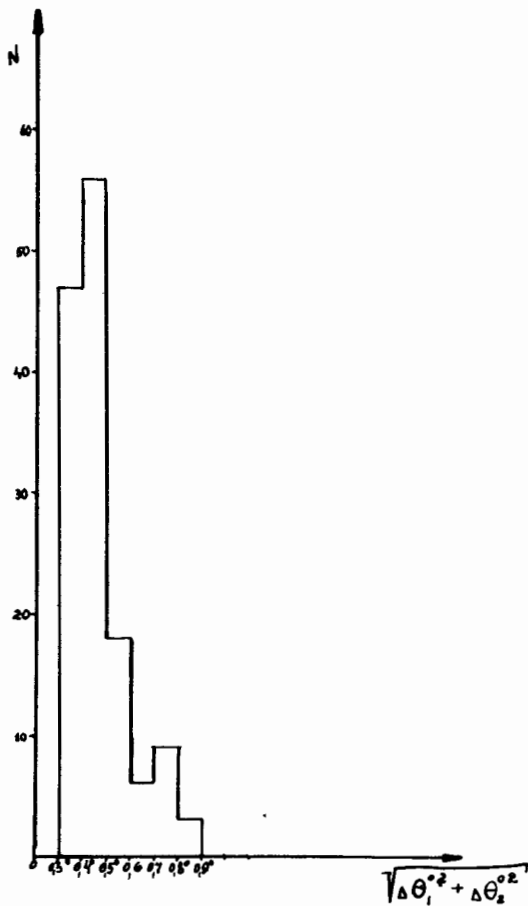


Рис. 13. Распределение ошибок $\sqrt{\Delta\theta_1^{02} + \Delta\theta_2^{02}}$ в определении углов для останавливающихся протонов отдачи с импульсом $35-80 \text{ Мэв/с}$.

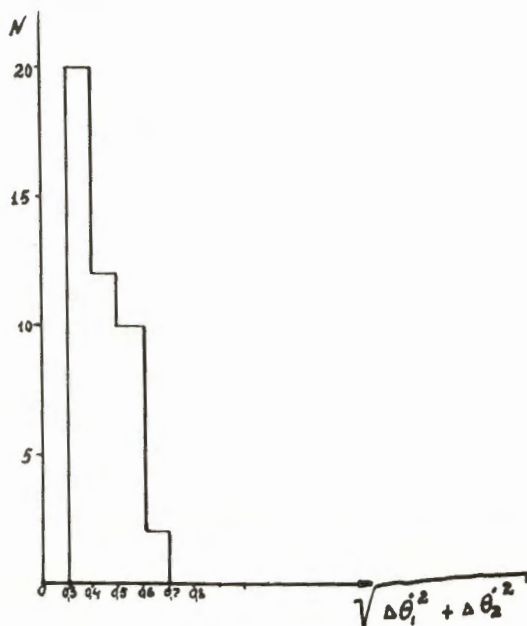


Рис. 14. Распределение ошибок $\sqrt{\Delta\theta_1'^2 + \Delta\theta_2'^2}$ в определении углов для неостанавливающихся протонов отдачи с импульсом 60-80 Мэв/с.

е) Идентификация частиц

Зная пробег частицы, радиус кривизны ее трека и пользуясь тем обстоятельством, что уравнение движения заряженных частиц в магнитном поле учитывает тормозные потери, можно с помощью описанной программы обчета следов идентифицировать частицы с различными массами (протоны, дейтоны, тритоны, альфа-частицы).

Для идентификации можно использовать величину $\sigma = \sqrt{\frac{\Phi}{n-3}}$ (Φ - функционал, n - количество точек), которая в среднем имеет определенное значение σ_0 , если импульс частицы считается при использовании ее собственной массы. Если же определение импульса происходит с использованием ошибочной массы (например, для протонного следа используется масса дейтона), то полученное в этом случае $\sigma > \sigma_0$. Этот метод чувствителен, если проекции следов на плоскость XY не очень малы, а следы неостанавливающихся частиц, кроме достаточной величины проекции, имеют радиус кривизны не более 30 см.

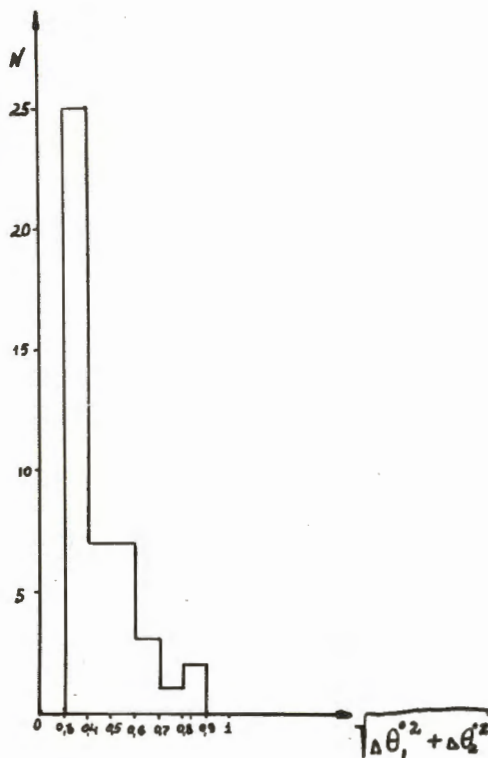


Рис. 15. Распределение ошибок $\sqrt{\Delta\theta_1^{02} + \Delta\theta_2^{02}}$ в определении углов для неостанавливающихся протонов отдачи с импульсом 80-100 Мэв/с.

Можно идентифицировать останавливающиеся частицы и по соответствию радиуса кривизны и пробега для частицы с данной массой.

Руководство работой по программированию, разработку методики счета и написание задания для программирования осуществлял Н.Н.Говорун. Программу для обработки экспериментальных данных составили И.В.Попова, Л.А.Смирнова и Т.В.Рыльцева. Подпрограмму для счета корреляционной матрицы написали Б.В.Феоклистов и А.И.Родионов. В модернизации подпрограммы винтовой линии принимала участие В.Фришова.

Нам приятно выразить благодарность И.В.Чувилу и П.Либлу за участие в обсуждении физической и математической постановки задачи.

Мы признательны В.И.Молоствовой, С.М.Румянцевой и лаборантам измерительной и просмотровой групп за обработку материала, а также сотрудникам отделов эксплуатации электрофизической аппаратуры и синхрофазатрона за экспозицию камеры в пучке π -мезонов и сотрудникам Вычислительного центра за обсчет трекового материала.

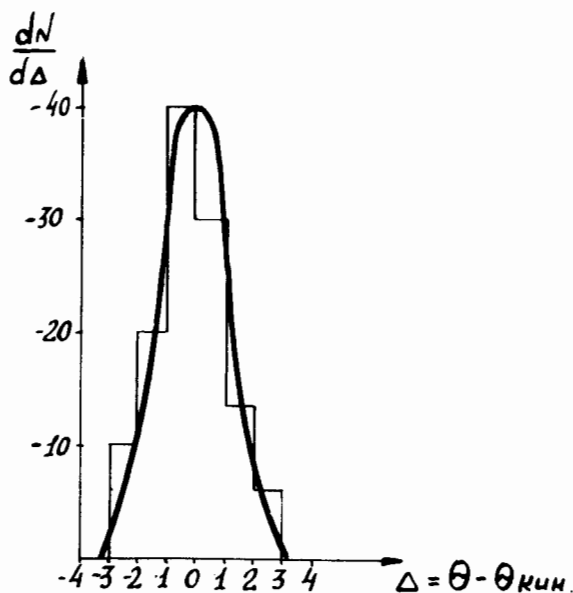


Рис. 16. Распределение упругих протонов отдачи по величине отклонения от кинематической кривой.

Л и т е р а т у р а

1. Материалы XII международной конференции по физике высоких энергий. Дубна, 1964 год. Доклад В.А.Свиридова.
2. Материалы XII международной конференции по физике высоких энергий. Дубна, 1964 год. Доклад Н.Н.Говоруна.
3. V.A.Nikitin, A.A.Nomofilov, V.A.Sviridov, L.A.Slepets, I.M.Sitnik, L.N.Strunov, A Measurement of the Real Part of the Elastic Scattering Amplitude at 3,5 Gev. Препринт ОИЯИ, Е-1813, Дубна, 1964.

4. Н.Н.Говорун, И.В.Попова, Л.А.Смирнова, Т.В.Рыльцева. Обработка следов частиц малой энергии, получаемых в камере Вильсона. Препринт ОИЯИ, 1101, Дубна, 1982.
5. Н.Н.Говорун, Е.П.Жидков, Л.И.Лепилова, Г.И.Махаренко, Г.Н.Тентюкова. Обработка экспериментальных данных, поступающих с просмотровых автоматов. Препринт ОИЯИ, 1102, Дубна, 1982.
6. И.В.Дуниин-Барковский, Н.В.Смирнов. Теория вероятностей и математическая статистика в технике, ГИТТЛ, 1955.
7. Основные формулы физики. Под редакцией Мензела. ИЛ., Москва, 1957, стр.480.
8. С.Н.Соколов, И.Н.Силин. Нахождение минимумов функционалов методом линеаризаций. Препринт ОИЯИ, Д-810, Дубна, 1981.
9. М.М.Русинов. О некоторых особенностях работы фотографических объективов, применяемых при съемках в камерах Вильсона. Материалы совещания по камерам Вильсона, диффузионным и пузырьковым камерам. Выпуск IV . Препринт ОИЯИ, Р-257, Дубна, 1958.

Рукопись поступила в издательский отдел
2 марта 1985 г.