

13/1111 - 7

Г. 859

ОБЪЕДИНЕННЫЙ  
ИНСТИТУТ  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна.

1 - 5146



В.Г. Гришин, В.Б. Любимов, Б.С. Юлдашев

ЛАБОРАТОРИЯ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

ВОССТАНОВЛЕНИЕ  
СПЕКТРОВ ЭФФЕКТИВНЫХ МАСС  
С УЧЕТОМ РОЖДЕНИЯ РЕЗОНАНСОВ

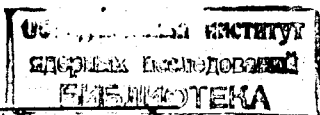
1970

1 - 5146

В.Г. Гришин, В.Б. Любимов, Б.С. Юлдашев\*

ВОССТАНОВЛЕНИЕ  
СПЕКТРОВ ЭФФЕКТИВНЫХ МАСС  
С УЧЕТОМ РОЖДЕНИЯ РЕЗОНАНСОВ

Направлено в Известия АН Узб.ССР



x/ Институт ядерной физики АН Узбекской ССР, Ташкент.

8424/2 up

## §1. Введение

В работе /1/ были выведены интегральные уравнения, связывающие неизвестный спектр эффективных масс со спектрами частиц, регистрируемых в эксперименте. Использование таких соотношений, например, позволяет получить спектры эффективных масс  $n(m_{\pi^{\pm} \pi^0})$  и  $n(m_{\pi^+ \pi^- \pi^0})$  в реакциях типа /2/ :

$$\pi^- + p \rightarrow n + \pi^+ + \pi^- + \gamma + \dots, \quad (1)$$

когда регистрируются только заряженные частицы и один  $\gamma$ -квант.

В настоящей работе рассматриваются вопросы восстановления спектров эффективных масс с учетом образования резонансов, возможности их идентификации по спектрам частиц из различных ветвей каскада, например, по измерениям спектров  $n(m_{\pi^{\pm} \gamma}^2)$  в распадах типа (§2)

$$\rho^{\pm} \rightarrow \pi^{\pm} \pi^0 \rightarrow \gamma + \gamma.$$

В §3 рассматриваются вопросы точности восстановления гладких спектров  $n(m_{\pi^+ \pi^- \pi^0})$  по  $n(m_{\pi^+ \pi^- \gamma})$  и  $n(m_{\pi^+ \pi^-})$ . Результаты настоящей работы могут оказаться полезными в изучении процессов при высоких энергиях, когда возникают трудности в идентификации каналов реакции.

## §2. Восстановление спектров эффективных масс

### с учетом рождения резонансов

Рассмотрим следующую задачу. Пусть в реакции (1) регистрируются только заряженные частицы и один  $\gamma$ -квант. Предположим, далее, что этот процесс может идти через каналы (2) и (3):

$$\pi^- + p \rightarrow n + \pi^+ + \pi^- + m\pi^0 \quad (m=1, 2, \dots) \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \text{и} \quad \pi^- + p \rightarrow n + R^\pm + \pi^\mp + (m-1)\pi^0, \\ \quad \quad \quad \downarrow \quad \quad \downarrow \\ \quad \quad \quad \pi^\pm \quad \pi^0 \\ \quad \quad \quad \quad \quad \downarrow \\ \quad \quad \quad \quad \quad \gamma + \gamma, \end{aligned} \quad (3)$$

где  $R^\pm$  - двухчастичный резонанс. Необходимо восстановить спектры эффективных масс  $n(m_{\pi^+\pi^0}) \equiv N(m_0)$  в каналах (2) и (3) по измерениям  $n(m_{\pi^\pm\gamma}^2) \equiv n(m_{\pi\gamma}^2)$  (не детектируя  $\pi^0$ -мезон и не идентифицируя каналы реакции (1)). Для удобства расчетов положим, что в каналах (2) и (3)  $m=1$  (такое упрощение несущественно скажется на конечном результате). Как было показано в работе /1/, спектры  $N(m_0)$  и  $n(m_{\pi\gamma}^2)$  связаны соотношением:

$$n(m_{\pi\gamma}^2) = \int_{m_{0\min}^2}^{m_{0\max}^2} \frac{N(m_0) dm_0^2}{2m_0 R(m_0^2)}, \quad (4)$$

где

$$R(m_0^2) = \sqrt{(m_0^2 - m_\pi^2 - m_{\pi^0}^2)^2 - 4m_0^2 m_{\pi^0}^2};$$

$$m_{0\min}^2 = \frac{m_{\pi\gamma}^4}{m_{\pi\gamma}^2 - m_{\pi^0}^2};$$

$m_{0\max}^2 = \text{const}$  и определяется полной энергией в с.ц.м. реакции.

Дифференцируя (4) по  $m_{\pi\gamma}^2$ , получим /1/:

$$\frac{dn(m_{\pi\gamma}^2)}{dm_{\pi\gamma}^2} = \pm \frac{N(m_0)}{2m_0(m_{\pi\gamma}^2 - m_{\pi_0}^2)}. \quad (5)$$

Отсюда видно, что производная спектра  $n(m_{\pi\gamma}^2)$  линейно связана со спектром  $N(m_0)$ .

Рассмотрим вопрос о поведении производной  $\frac{dn(m_{\pi\gamma}^2)}{dm_{\pi\gamma}^2}$  и самого спектра  $n(m_{\pi\gamma}^2)$  в зависимости от сечения канала (3), ширины резонанса  $\Gamma$  и полной энергии в с.ц.м. реакции.

Будем предполагать, что спектр  $N(m_0)$  в канале (3) описывается инвариантным фазовым объемом. В этом случае распределение эффективных масс  $\nu$ -частиц можно приближенно описать функцией /3/:

$$\Phi(x, \nu, n) = \frac{\Gamma[\frac{3}{2}(n-1)]}{\Gamma[\frac{3}{2}(\nu-1)]\Gamma[\frac{3}{2}(n-\nu)]} x^{\frac{3\nu-5}{2}} (1-x)^{\frac{3}{2}(n-\nu)-1}, \quad (6)$$

где

$$x = \frac{m_0 - \sum_1^{\nu} m_i}{\sqrt{s} - \sum_1^n m_i},$$

$m_0$  - эффективная масса  $\nu$ -частиц;  $n$  - число частиц в конечном состоянии;  $\sqrt{s}$  - полная энергия в с.ц.м. реакции;  $m_i$  - массы покоя частиц.

В канале (2) спектр  $N(m_0)$  описывается распределением типа Брайта-Вигнера. Для удобства вычислений представим его в виде распределения:

$$R(m_0) = \frac{1}{\sqrt{2\pi D}} \exp[-(m_0 - m_R)^2 / 2D], \quad (7)$$

где  $m_R$  - масса резонанса;  $D = (\frac{\Gamma}{2})^2$ ,  $\Gamma$  - ширина резонанса.

Таким образом, в общем случае распределение  $N(m_0)$  будет аппроксимироваться функцией:

$$N(m_0) = a_1 \Phi(m_0) + b_1 R(m_0), \quad (8)$$

где коэффициенты  $a_1$  и  $b_1$  учитывают процентный вклад каналов (2) и (3) в полное сечение реакции (1). Распределения (6) и (7) нормированы на  $1 (a_1 + b_1 = 1)$ . Варьируемые значения  $a_1$  и  $b_1$  приведены в таблице. Ширина резонанса бралась равной:  $\Gamma = 0,010; 0,030;$

$a_1$	0,9	0,8	0,7	0,6	0,5	0,4
$b_1$	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6

0,060; 0,100; 0,130 ГэВ ( $m_R^2 = 0,605 \text{ ГэВ}^2$ ). На рис. 1 приведены спектры  $N(m_0)$  (7), рассчитанные для  $p_c = 4 \text{ ГэВ}$  при значениях  $\Gamma$ , равных: 0,010; 0,060 и 0,130 ГэВ.

Изучение производной  $\frac{dn(m^2)}{dm^2 \pi y}$  для реакции (1) показывает сильную зависимость от спектра  $N(m_0)$ . В области значений  $m^2_{\pi y}$ , соответствующих массе рассматриваемого резонанса, наблюдается значительное изменение  $\frac{dn(m^2)}{dm^2 \pi y}$ , а именно: производная спектра  $n(m^2)_{\pi y}$  начинает резко расти по абсолютной величине в область отрицательных значений. Изменение  $\frac{dn(m^2)}{dm^2 \pi y}$  в области массы резонанса становится сильнее с увеличением вклада резонансного канала (3) и уменьшением ширины резонанса. На рис.2 показаны производные  $\frac{dn(m^2)}{dm^2 \pi y}$  для реакции (1) с учетом каналов (2) и (3) при  $p_c = 4 \text{ ГэВ}$  и  $\Gamma = 0,010; 0,060$  и  $0,130 \text{ ГэВ}$ . Пунктирная кривая - расчет для канала (2) ( $b_1 = 0$ ).

Как видно из рис. 2, даже при 10-процентном вкладе канала (3) в полное сечение реакции (2) и ширине резонанса  $\Gamma = 0,130$  Гэв наблюдается заметное отличие производной  $\frac{dn(m^2_{\pi\gamma})}{dm^2_{\pi\gamma}}$  от фоновой кривой.

$$\delta = \frac{\frac{dn(m^2_{\pi\gamma})}{dm^2_{\pi\gamma}} \Big|_{b_1=0.1} - \frac{dn(m^2_{\pi\gamma})}{dm^2_{\pi\gamma}} \Big|_{b_1=0}}{\frac{dn(m^2_{\pi\gamma})}{dm^2_{\pi\gamma}} \Big|_{b_1=0}}$$

при  $m^2_{\pi\gamma} = m^2_R = 0,605$  (Гэв)<sup>2</sup> составляет  $\delta \approx 0,35$ , а когда вклад резонансного канала (3) в полное сечение составляет 80% и ширина резонанса  $\Gamma = 0,010$  Гэв, то значение  $\delta$  возрастает до  $\delta \approx 45$ , т.е. в области значений  $m^2_{\pi\gamma}$ , соответствующих массе резонанса, "фон" пренебрежимо мал при больших значениях  $b_1$  и малых  $\Gamma$ .

2. На рис. 3 приведены производные  $\frac{dn(m^2_{\pi\gamma})}{dm^2_{\pi\gamma}}$ , рассчитанные для рассматриваемой реакции (1) с учетом каналов (2) и (3) при  $pc = 40$  Гэв. Как видно, при ширине резонанса  $\Gamma = 0,130$  Гэв и 10-процентном вкладе канала (3) в полное сечение реакции (1) в области значений  $m^2_{\pi\gamma} = 0,605$  (Гэв)<sup>2</sup>, величина  $\delta$  становится равной  $\delta \approx 1,5$  по сравнению с  $\delta \approx 0,35$  при  $pc = 4$  Гэв. Это является следствием того, что площадь фона под резонансным пиком уменьшается (см. рис. 4).

Таким образом видно, что производная спектра  $n(m^2_{\pi\gamma})$  сильно зависит от вклада канала с рождением резонанса в полное сечение реакции. Изменение  $\frac{dn(m^2_{\pi\gamma})}{dm^2_{\pi\gamma}}$  в области масс  $m^2_{\pi\gamma}$ , соответствующих массе резонанса, тем значительнее, чем меньше ширина резонанса. Производная  $\frac{dn(m^2_{\pi\gamma})}{dm^2_{\pi\gamma}}$  в области  $m^2_{\pi\gamma} \approx m^2_R$  существенно зависит от полной энергии в с.ц.м. реакции.

3. Рассмотрим теперь зависимость самого спектра  $n(m^2_{\pi\gamma})$  от спектра  $N(m_0)$ , используя соотношение (4) и те же самые предположения, какие делались при вычислении производной  $\frac{dn(m^2_{\pi\gamma})}{dm^2_{\pi\gamma}}$ .

На рис. 5 приведены полученные спектры  $n(m_{\pi\gamma}^2)$  для заданных  $N(m_0)$ , взятых при  $p_c = 4$  Гэв и  $\Gamma = 0,010; 0,060$  и  $0,130$  Гэв. Пунктирная кривая соответствует расчетам для канала (2) ( $b_1 = 0$ ).

Как видно из рис. 5, структура распределения  $N(m_0)$  сильно отражается не только на производной  $\frac{dn(m_{\pi\gamma}^2)}{dm_{\pi\gamma}^2}$ , но и на самом спектре  $n(m_{\pi\gamma}^2)$  - в области масс  $m_{\pi\gamma}^2$ , соответствующих массе резонанса, в спектре  $n(m_{\pi\gamma}^2)$  наблюдается сильный спад. Причем величина такого изменения  $n(m_{\pi\gamma}^2)$  тем больше, чем меньше ширина резонанса и чем больше вклад канала (3) в полное сечение реакции.

На рис. 6 приведены спектры  $n(m_{\pi\gamma}^2)$  при  $p_c = 40$  Гэв и  $\Gamma = 0,060; 0,130$  Гэв. В спектре  $n(m_{\pi\gamma}^2)$  с ростом энергии наблюдаются более резкие изменения  $n(m_{\pi\gamma}^2)$  в области массы резонанса в силу тех же причин, какие были указаны при изучении производной  $\frac{dn(m_{\pi\gamma}^2)}{dm_{\pi\gamma}^2}$  при  $p_c = 4$  Гэв. Моделирование реакций (2) и (3) по программе ФОРС /4/ дало аналогичные результаты.

Таким образом, структура спектра  $N(m_0)$  может сильно влиять не только на производную  $\frac{dn(m_{\pi\gamma}^2)}{dm_{\pi\gamma}^2}$ , но и на спектр  $n(m_{\pi\gamma}^2)$ . Следовательно, исследуя зависимость производных спектров эффективных масс и сами спектры для частиц из различных ветвей каскадов реакции, можно установить наличие двухчастичных резонансов в изучаемом процессе, а также оценить вклад резонансного канала в полное сечение реакции. Особенно характерное отражение будет иметь место при высоких энергиях (см. рис. 6). Из приведенных выше кривых можно оценить необходимую точность эксперимента для идентификации резонанса.

### §3. О точности восстановления спектров эффективных масс

В работе /1/ рассмотрена принципиальная возможность восстановления спектра эффективных масс  $m(\pi^+\pi^-\pi^0)$  по измерениям распределений по  $m(\pi^+\pi^-\gamma)$  и  $m(\pi^+\pi^-)$ . Полученные при этом формулы были



использованы для восстановления спектра эффективных масс  $n(m(\pi^+\pi^-\pi^0))$  для реакции (2), исследовавшейся в работе <sup>/2/</sup>. Расчеты были сделаны в предположении применимости гипотезы фазового объема.

Представляется полезным (в основном для того, чтобы оценить точность восстановления) применить предложенную методику к реакциям, для которых заранее был бы известен восстановленный спектр. Мы использовали для этого 10 тысяч случайных звезд типа  $\pi^-\pi^+\pi^-\pi^0$  при  $p_c = 4$  Гэв, полученных с помощью программы ФОРС <sup>/4/</sup>. Было построено распределение весов  $p_i$  (см. работу <sup>/1/</sup>). Нормированное распределение весов аппроксимировалось функцией типа

$$\Phi(m_0) = b e^{-\gamma m_0^2 - \delta m_0^4}$$

Искомый спектр  $n(m_{\pi^+\pi^-\pi^0})$  рассчитывался по формуле <sup>/1/</sup>:

$$N(m_0) = -2m_0^3 S_3(m_0) \frac{d\Phi(m_0)}{dm_0},$$

где  $m_0 \equiv m(\pi^+\pi^-\pi^0)$ ,  $S_3(m_0)$  - фазовый объем трех  $\pi$ -мезонов. Полученный в результате спектр  $n(m_{\pi^+\pi^-\pi^0})$  приведен на рис. 7.

Здесь же в виде гистограммы приведен заранее известный спектр  $n(m_{\pi^+\pi^-\pi^0})$ . Как видно, согласие достаточно хорошее, т.е. точность восстановления, по-видимому, не хуже статистической точности искомого распределения эффективных масс (+5%).

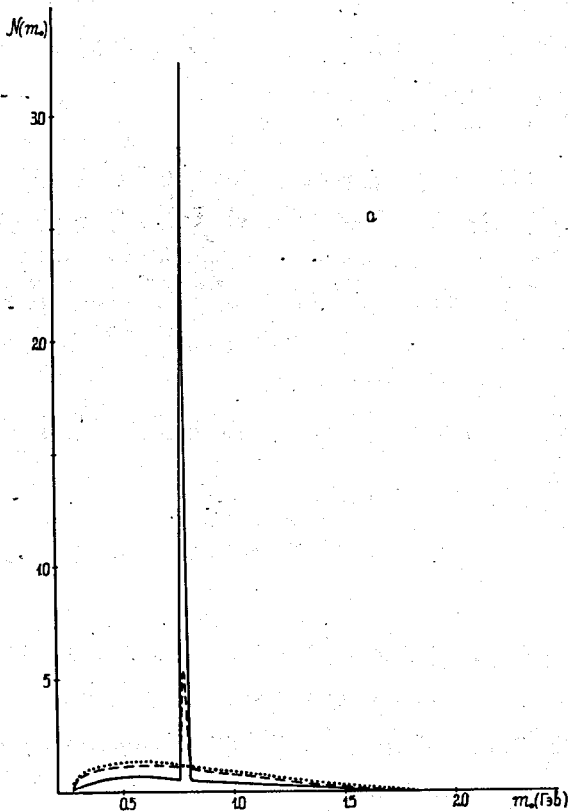
Таким образом, для восстановления спектров  $n(m_{\pi^+\pi^-\pi^0})$  по гладким распределениям  $n(m_{\pi^+\pi^-\gamma})$  и  $n(m_{\pi^+\pi^-\pi^0})$  указанная выше методика дает вполне удовлетворительные результаты.

В заключение выражаем глубокую благодарность Г.И. Копылову за многочисленные и полезные обсуждения. Нам приятно поблагодарить Ш.В. Иногамова, В.Е. Комолову, Д. К. Копылову и Г. Янчо за полезные консультации. Мы благодарим лаборантов Л. Аверьянову, Т. Журавлеву, Т. Кулагину и Н. Шарикову за помощь в работе.

## Л и т е р а т у р а

1. В.Г. Гришин, Д.К. Копылова, Г.И. Копылов, В.Б. Любимов, Б.С. Юлдашев. Препринт ОИЯИ, Р1-4926, Дубна (1970).
2. В.Г. Гришин, М. Иреш, Д.К. Копылова и др. Ядерная физика, 10, 1204 (1969).
3. G.I. Kopylov, V.Y. Komolova. Nucl. Phys., 47, 33 (1963).
4. Г.И. Копылов, В.Е. Комолова. Препринт ОИЯИ, Р-2027, Дубна (1965).

Рукопись поступила в издательский отдел  
29 мая 1970 года.



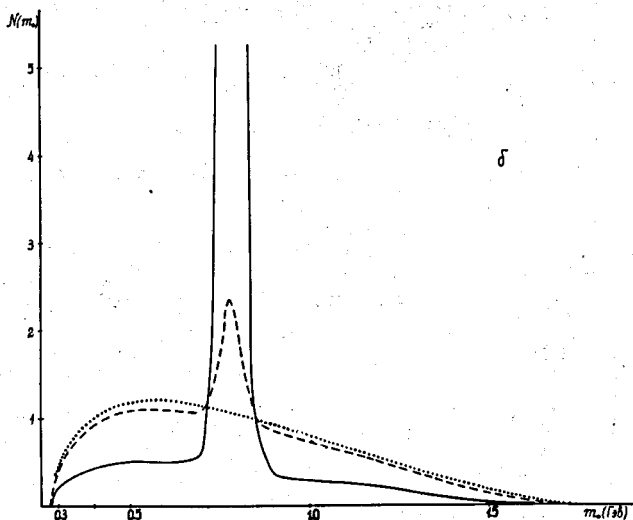


Рис. 1. Спектры  $N(m_0)$  при  $p_e = 4$  Гэв. Здесь и на следующих рисунках сплошная линия -  $b_1 = 0,6$ , штриховая -  $b_1 = 0,1$ , пунктирная линия -  $b_1 = 0$ . а)  $\Gamma = 0,010$  Гэв; б)  $\Gamma = 0,060$  Гэв; в)  $\Gamma = 0,130$  Гэв.

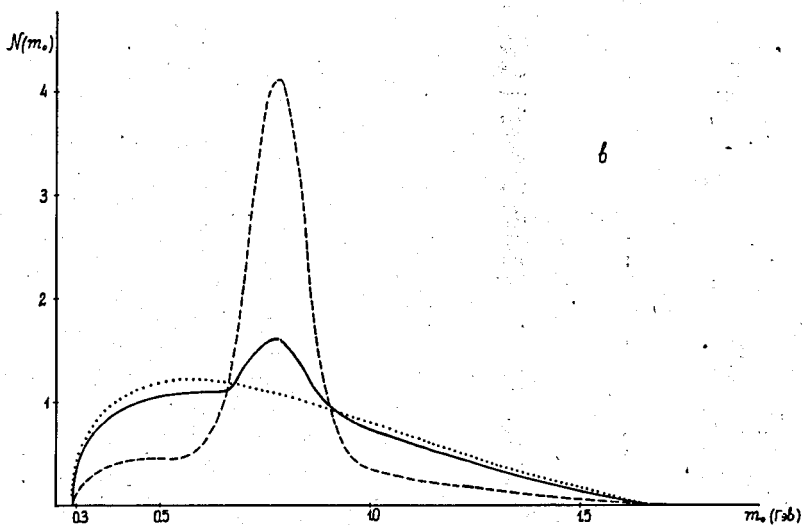
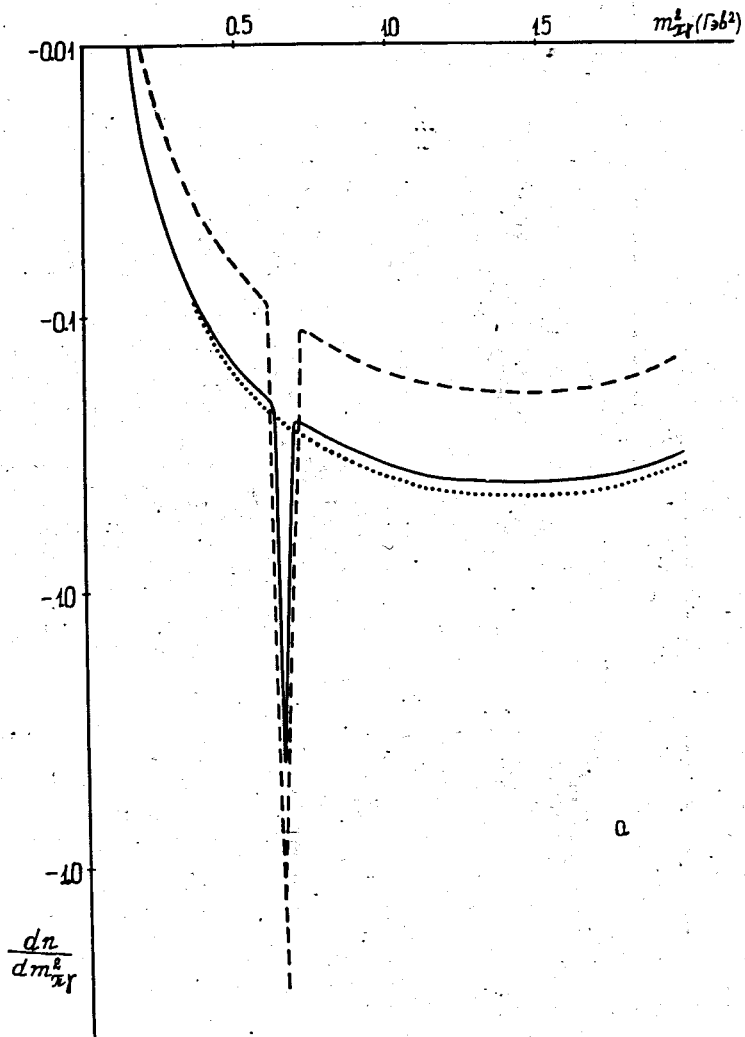
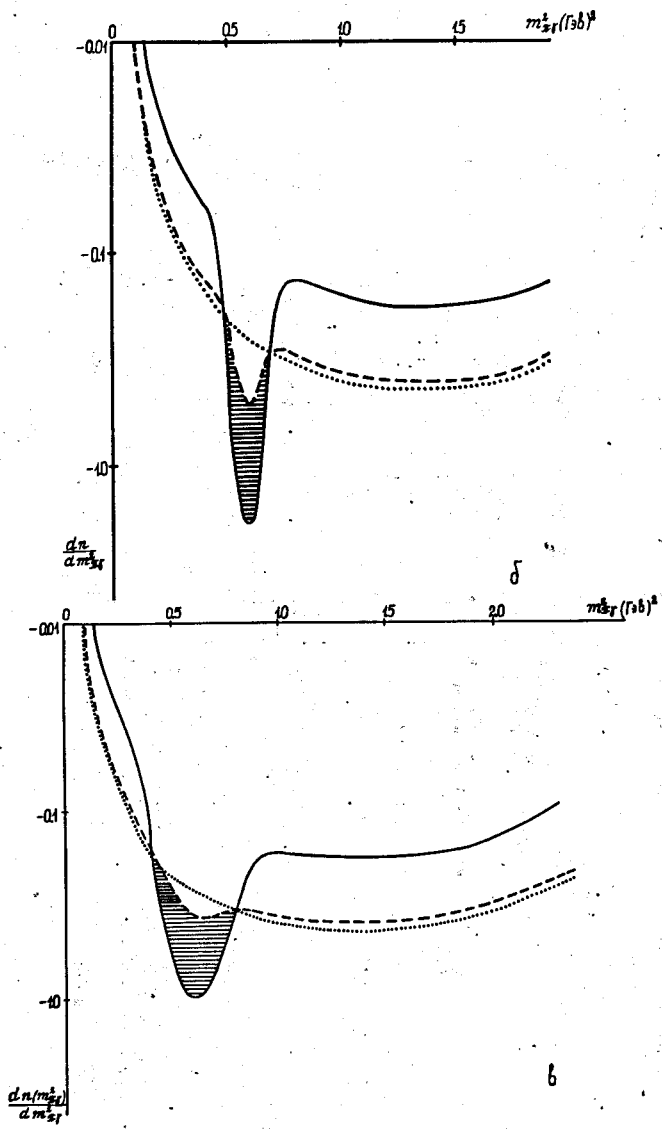


Рис. 2 Производные  $\frac{dn(m_{\pi\gamma}^2)}{dm_{\pi\gamma}^2}$  при  $\rho c = 4$  Гэв. а)  $\Gamma = 0,010$  Гэв;  
 б)  $\Gamma = 0,060$  Гэв; в)  $\Gamma = 0,130$  Гэв.





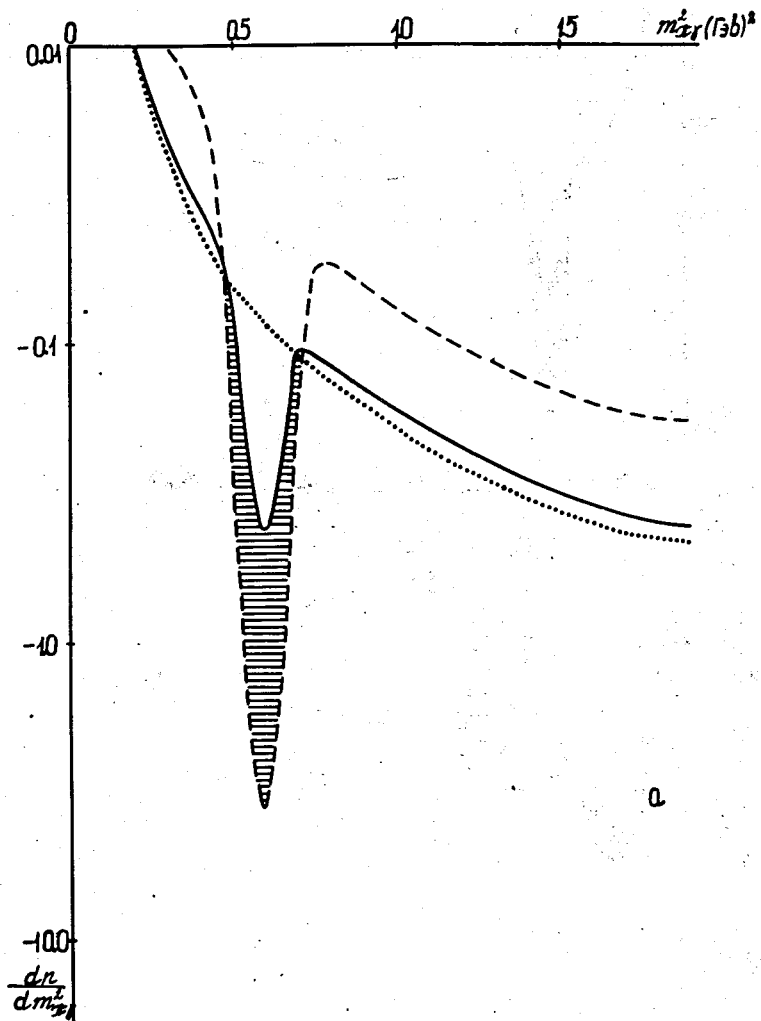
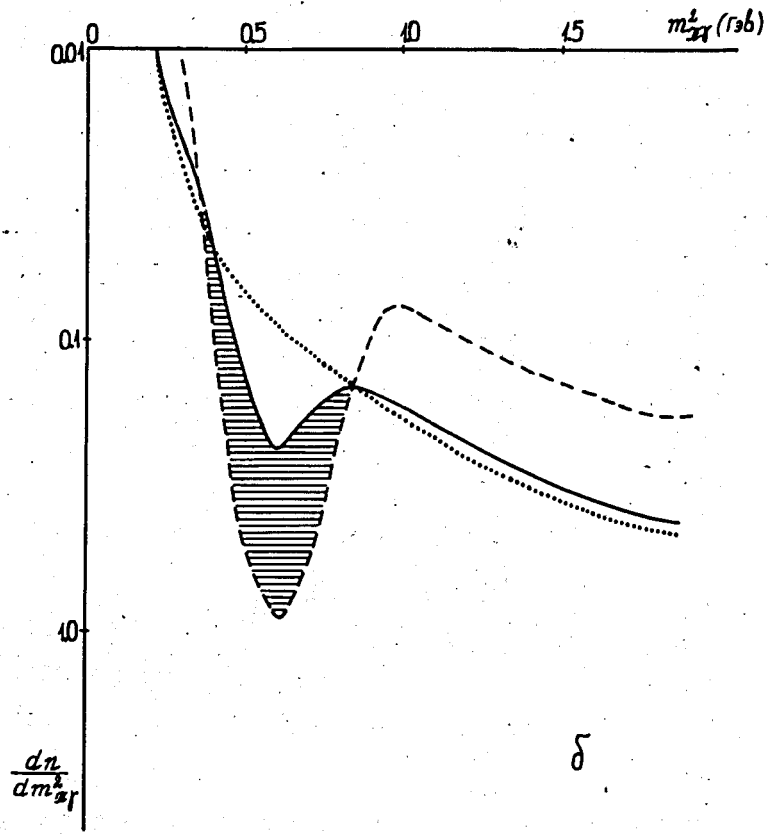


Рис. 3. Производные  $\frac{dn(m_{\pi\gamma}^2)}{dm_{\pi\gamma}^2}$  при  $\rho c = 40$  Гэв. а)  $\Gamma = 0,060$  Гэв;  
 б)  $\Gamma = 0,130$  Гэв.

—  $b_1 = 0,1$ ;    - - -  $b_1 = 0,6$ .



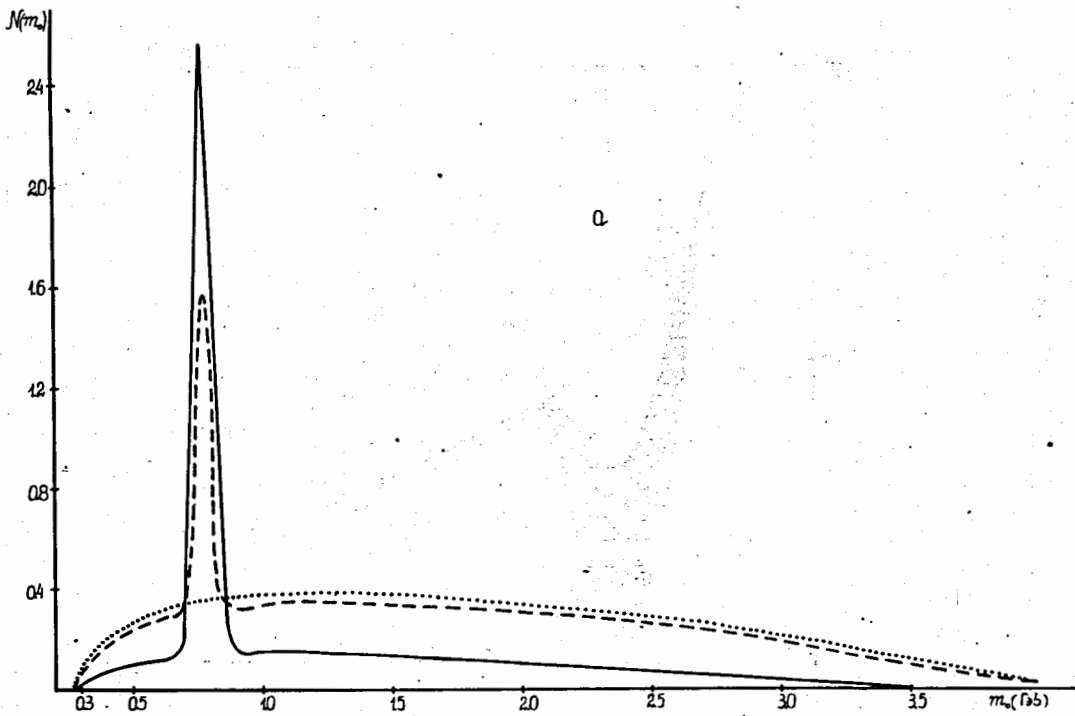
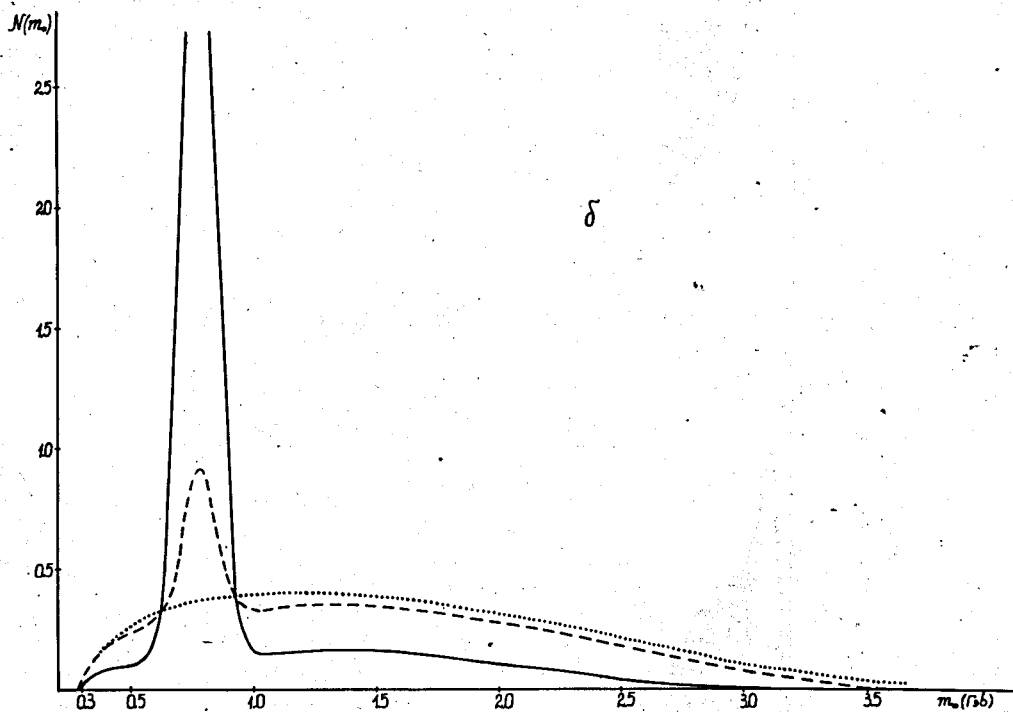


Рис. 4. Спектры  $N(m_0)$  при  $p_s = 40$  Гэв. а)  $\Gamma = 0,060$  Гэв;  
 б)  $\Gamma = 0,130$  Гэв.





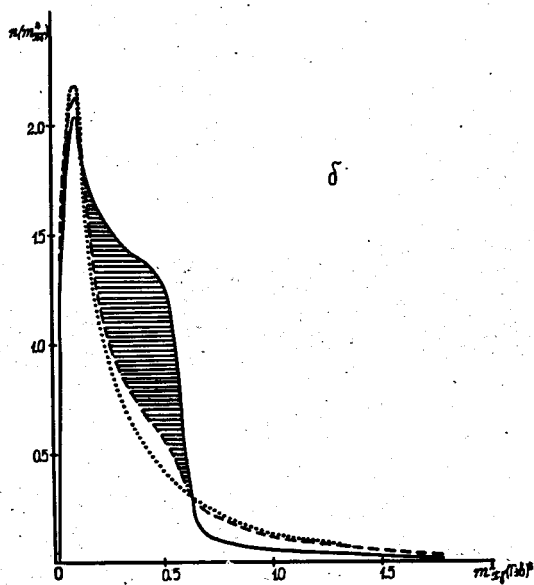
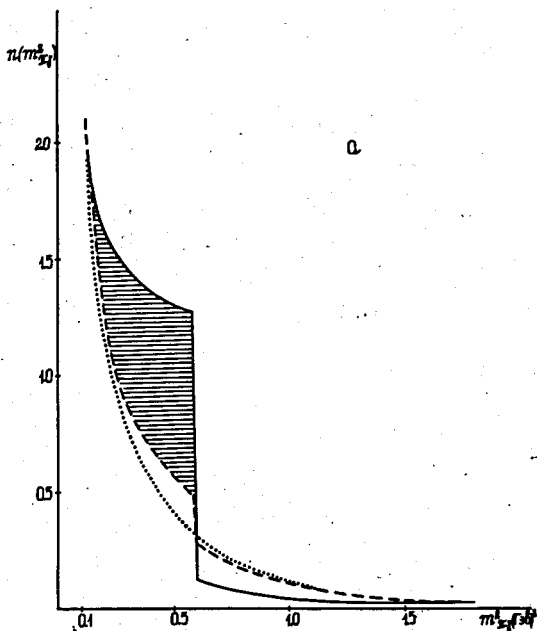
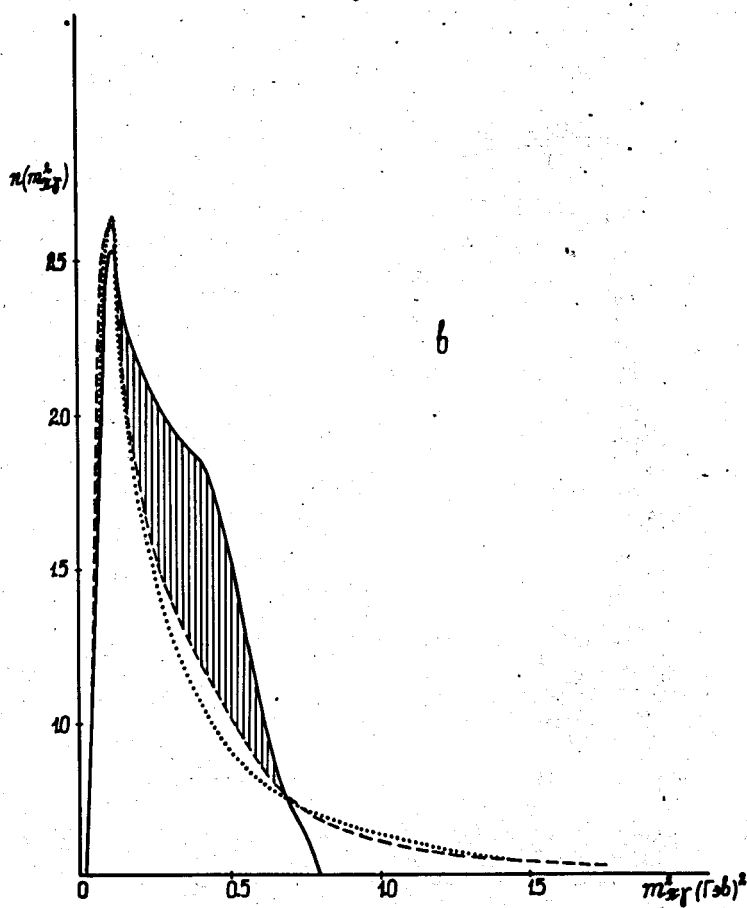


Рис. 5. Спектры  $n(m_{\pi}^2)$  при  $p_{\text{с}} = 4$  Гэв. а)  $\Gamma = 0,010$  Гэв; б)  $\Gamma = 0,060$  Гэв; в)  $\Gamma = 0,130$  Гэв.



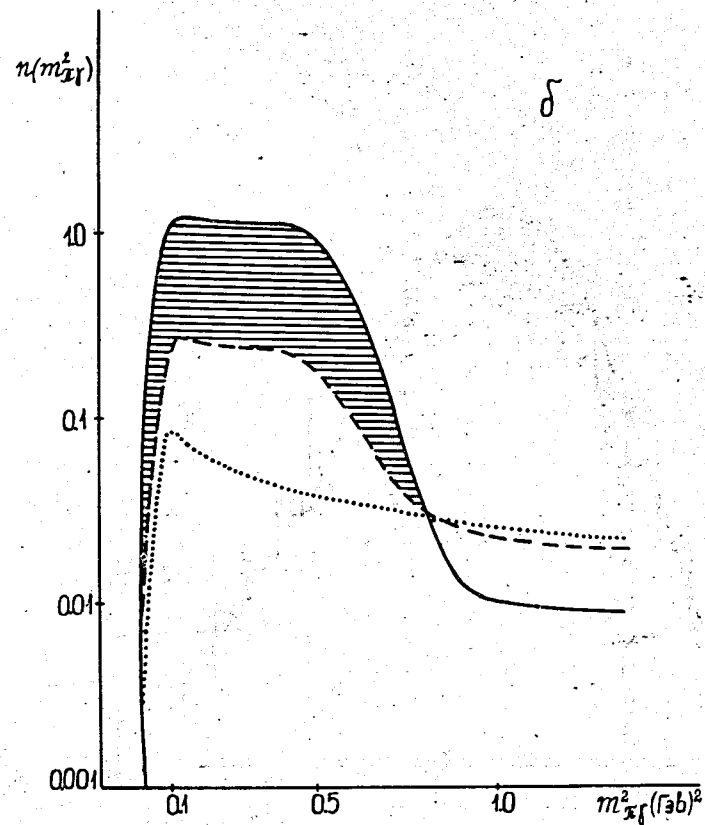
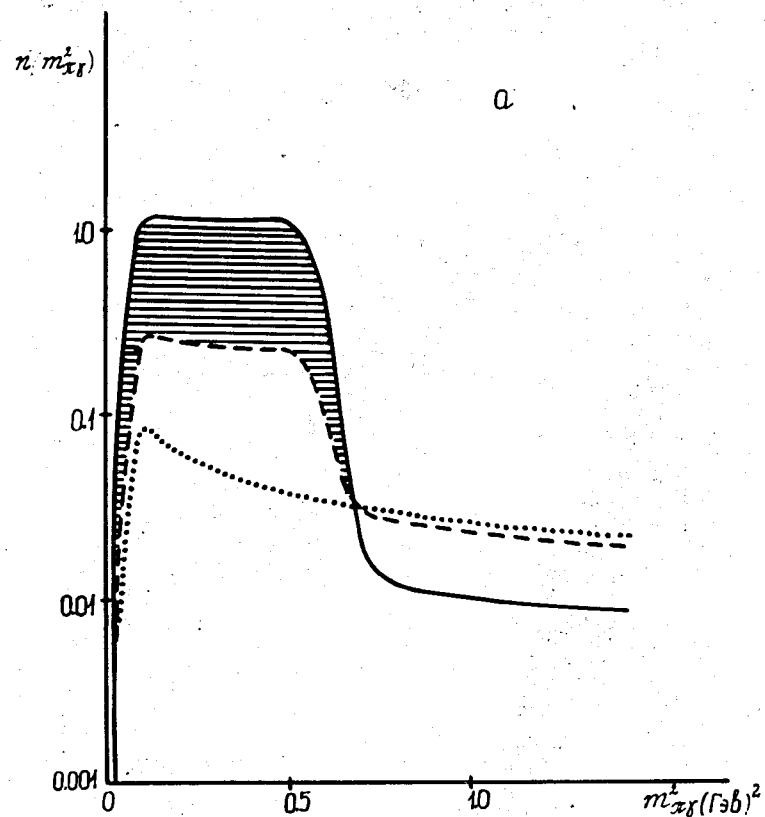


Рис. 6. Спектры  $n(m_{\pi}^2)$  при  $p_s = 40 \text{ ГэВ}$ . а)  $\Gamma = 0,060 \text{ ГэВ}$ ;  
б)  $\Gamma = 0,130 \text{ ГэВ}$ .

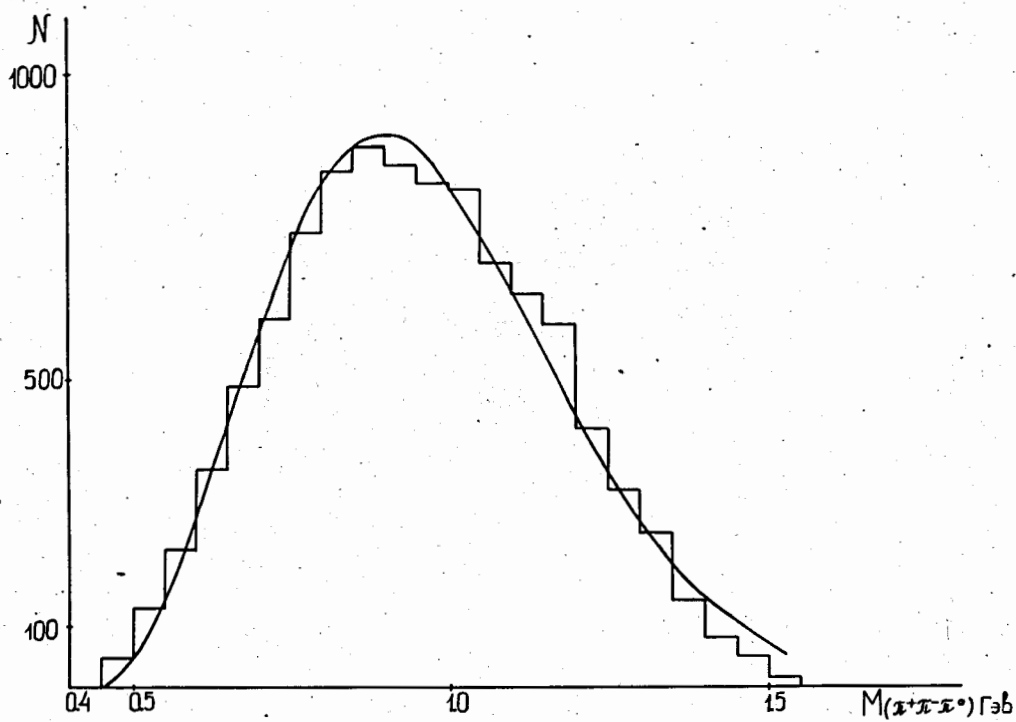


Рис. 7. Спектр  $n(m_{\pi^+\pi^-\pi^0})$ . Гладкая кривая - восстановленный спектр  $n(m_{\pi^+\pi^-\pi^0})$ .