

С 346.6

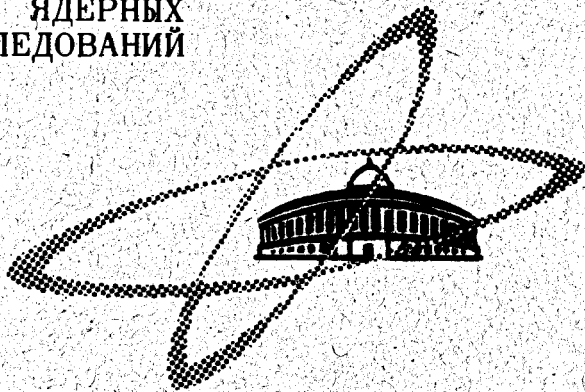
8/1-707

X-303

СООБЩЕНИЯ  
ОБЪЕДИНЕННОГО  
ИНСТИТУТА  
ЯДЕРНЫХ  
ИССЛЕДОВАНИЙ

Дубна

1 - 4780



М.С. Хвастунов

ЛАБОРАТОРИЯ ВЫСОКИХ ЭНЕРГИЙ

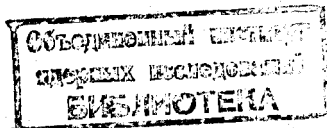
ОБ ОДНОМ СПОСОБЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ МАССЫ  
РЕЗОНАНСА

1969

1 - 4780

М.С. Хвастунов

ОБ ОДНОМ СПОСОБЕ ОПРЕДЕЛЕНИЯ МАССЫ  
РЕЗОНАНСА



В данной работе обсуждается восстановление массы резонанса в случае, когда

а) резонанс  $X$  рождается в двухчастичной реакции, например



и энергия  $E_{\pi^-}$  фиксирована;

в) резонанс  $X$  распадается на два фотона и ширина резонанса мала<sup>\*</sup>;

с) известны одна из энергий (большая) и углы вылета распадных фотонов.

Дальнейшие рассуждения будем проводить в основном для системы центра масс реакции (1). В этой системе энергия  $E^*$  резонанса  $X$  постоянна.

Используя закон сохранения энергии - импульса в распаде  $X \rightarrow \gamma\gamma$ , можно получить известную формулу для массы резонанса

$$m = \sqrt{E_1^* E_2^*} \cdot 2 \sin(\theta^*/2) \quad (2)$$

---

\* С малыми изменениями приведенные ниже рассуждения могут быть применены к распадам резонанса на две ультрарелятивистские частицы с отличной от нуля массой.

и отношение  $E_1^*/E_2^*$  энергий распадных фотонов<sup>/1/</sup>:

$$E_1^*/E_2^* = (1 - \sqrt{1 - 1/\xi^2}) / (1 + \sqrt{1 - 1/\xi^2}), (E_1^* \leq E_2^*), \quad (3)$$

где  $\xi = \sin(\theta^*/2) / \sin(\theta_m^*/2)$  и  $\theta^*$ ,  $\theta_m^*$  - угол и минимальный угол разлёта распадных фотонов. Минимальный угол связан с массой и энергией резонанса следующим образом:

$$\sin(\theta_m^*/2) = m/E^*.$$

В наших условиях угол  $\theta_m^*$  фиксирован. Решая совместно уравнения (2) и (3), можно получить две формулы для массы резонанса:

$$m_1 = E_1^* \cdot 2 \sin(\theta_m^*/2) f_1(\xi) = E_1^* \cdot F_1(\xi, \theta_m^*), \quad (4)$$

$$m_2 = E_2^* \cdot 2 \sin(\theta_m^*/2) f_2(\xi) = E_2^* \cdot F_2(\xi, \theta_m^*), \quad (5)$$

где функции  $f_1(\xi)$  и  $f_2(\xi)$  равны

$$f_1(\xi) = 1 / (1 - \sqrt{1 - 1/\xi^2}),$$

$$f_2(\xi) = 1 / (1 + \sqrt{1 - 1/\xi^2}).$$

На рис. 1 приведены графики функций  $f_1(\xi)$  и  $f_2(\xi)$ . Примерно для половины распадов ( $\xi \approx 1,15$ ) резонанса с большим значением лоренц-фактора ( $\gamma^* \approx 4$ ) функция  $f_2(\xi)$  меняется медленно, в то время как функция  $f_1(\xi)$  быстро меняется во всей области изменения параметра  $\xi$ . Поэтому значение массы  $m_2$ , вычисленное по формуле (5), менее подвержено влиянию ошибок измерения угла разлёта  $\theta^*$ , чем значение массы, определенное по формуле (4).

Далее будем анализировать формулу (5). Для практического использования этой формулы необходимо знать величины  $E_2^*$ ,  $\theta^*$  и  $\theta_m^*$ . Минимальный угол может быть определен из распределения событий по углу

разлета распадных фотонов. Посмотрим, не ухудшается ли точность измерения углов и энергий при переходе из лабораторной системы в систему центра масс реакции (1). На рис. 2 приведен график зависимости  $f_{\theta_m}(E_\pi) = \left( \frac{\Delta\theta_m^*}{2 \operatorname{tg}(\frac{\theta_m^*}{2})} \right) / \left( \frac{\Delta E_\pi}{E_\pi} \right) = \frac{\alpha_p (\alpha_\pi^2 + \alpha_p^2 + \alpha_n^2 - \alpha^2 + 2\alpha_p)}{(\alpha_\pi^2 + \alpha_p^2 + 2\alpha)(\alpha_\pi^2 + \alpha_p^2 + \alpha^2 - \alpha_n^2 + 2\alpha_p)}$  для резонанса с малой ( $m \ll m_p$ ) массой (кривая  $a_1$ ) и с массой, близкой к массе нуклона (кривая  $a_2$ ). На этом же рисунке приведены графики зависимостей

$$f_{\beta}(E_\pi) = \left( \frac{\Delta\beta_c}{\beta_c} \right) / \left( \frac{\Delta E_\pi}{E_\pi} \right) = \frac{\alpha_p + \alpha_\pi^2}{(1 + \alpha_p)(1 - \alpha_\pi^2)};$$

$$f_{\gamma}(E_\pi) = \left( \frac{\Delta\gamma_c}{\gamma_c} \right) / \left( \frac{\Delta E_\pi}{E_\pi} \right) = \frac{\alpha_p + \alpha_\pi^2}{(1 + \alpha_p)(2\alpha_p + \alpha_p^2 + \alpha_\pi^2)},$$

для констант  $\beta_c$  и  $\gamma_c$  перехода от лабораторной системы к системе центра масс ( $\pi^-p$ ) ( $\beta_c$  и  $\gamma_c$  — скорость и лоренц-фактор системы центра масс относительно лабораторной системы). В выражениях для  $f_{\theta_m}(E_\pi)$ ,  $f_{\beta}(E_\pi)$  и  $f_{\gamma}(E_\pi)$  приняты обозначения  $\alpha_\pi = m_\pi/E_\pi$ ,  $\alpha_p = m_p/E_\pi$ ,  $\alpha = m/E_\pi$ ,  $\alpha_n = m_n/E_\pi$ .  $E_\pi$  — энергия  $\pi^-$ -мезона в лабораторной системе. Из рисунка видно, что при разбросе, например, 2% в  $E_\pi$  разброс в  $\beta_c$  и  $\gamma_c$  составит примерно 0,4% и 0,7% соответственно и разброс в  $\theta_m^*$  будет равен  $\approx 1,1\%$  для легких мезонов ( $m \ll m_p$ ) и  $\approx 0,9\%$  для тяжелых ( $m \approx m_n$ ).

Углы вылета  $\theta_i^* = (\vec{p}_i^*, \vec{p}_\pi^*)$  и энергии  $E_i^*$  ( $i=1,2$ ) фотонов в системе центра масс ( $\pi^-p$ ) вычисляются по известным формулам:

$$\operatorname{tg} \theta_i^* = \frac{1}{\gamma_c} \cdot \frac{\sin \theta_i}{\cos \theta_i - \beta_c},$$

$$E_i^* = \gamma_c E_i (1 - \beta_c \cos \theta_i), (i=1,2),$$

где углы  $\theta_i = (\vec{p}_i^*, \vec{p}_\pi^*)$  и энергии  $E_i$  определены в лабораторной системе.

На рис. 3 приведены графики зависимостей

$$\phi_f(\theta_1) = \left( \frac{\Delta f}{f} \right) / \left( \frac{\Delta \theta_1}{2 \operatorname{tg}(\theta_1/2)} \right) = \frac{4\beta_0 \sin^2(\theta_1/2)}{1 - \beta_0 \cos \theta_1},$$

$$\phi_\theta(\theta_1) = \left( \frac{\Delta \theta_1^*}{2 \operatorname{tg}(\theta_1^*/2)} \right) / \left( \frac{\Delta \theta_1}{2 \operatorname{tg}(\theta_1/2)} \right) = \frac{(2 \sin(\theta_1/2))^2}{2\gamma_0^2(1+\beta_0)(1-\beta_0 \cos \theta_1)(1-\cos \theta_1)},$$

(при расчёте ошибок использовались значения  $\beta_0 = 0,8096$  и  $\gamma_0 = 1,704$ ).  
 Функция  $f$  -угловой множитель в выражении для  $E_1^*$ :  $f = 1 - \beta_0 \cos \theta_1$ . Из рисунка видно, что относительная точность определения углов вылета (и углов разлёта) при переходе в систему центра масс ( $\pi^-p$ ) несколько повышается:

$$\left( \frac{\Delta \theta^*}{2 \operatorname{tg}(\theta^*/2)} \right) / \left( \frac{\Delta \theta}{2 \operatorname{tg}(\theta/2)} \right) = \left( \frac{\Delta \theta_1^*}{2 \operatorname{tg}(\theta_1^*/2)} \right) / \left( \frac{\Delta \theta_1}{2 \operatorname{tg}(\theta_1/2)} \right) = \phi_\theta(\theta_1) \leq 1. \quad (6)$$

Несколько сложнее вопрос с энергетическими ошибками. В формуле для энергии  $E_1^*$  есть угловой множитель  $f$ . При больших углах вылета  $\theta_1$  угловая ошибка может существенно увеличить ошибку энергии  $E_1^*$ . Однако, если учесть, что большинство резонансов  $X$  рождается под малыми углами  $\theta_x = (\vec{p}_x, \vec{p}_\pi)$  и учесть тот факт, что более энергичный фотон ориентирован ближе к вектору  $\vec{p}_x$  и угол  $\theta_{2x} = (\vec{p}_2, \vec{p}_x)$  сравнительно мал, то приходим к выводу, что и угол вылета  $\theta_2 = (\vec{p}_2, \vec{p}_\pi)$  невелик. В этом случае влияние угловой ошибки на вычисленное значение энергии  $E_2^*$  существенно уменьшается. Если относительные ошибки угловые и энергетические сравнимы, то этим влиянием можно пренебречь и считать

$$\frac{\Delta E_2^*}{E_2^*} \approx \frac{\Delta E_2}{E_2}. \quad (7)$$

Восстановление массы резонанса по формуле (5) может оказаться полезным не только в случае ограниченных измерений (углы вылета и большая энергия), но и в случае, когда измеряются оба угла и обе энергии. Ошибка массы  $m_2$  вычисляется по формуле

$$\left(\frac{\Delta m_2}{m_2}\right)^2 = \left(\frac{\Delta E_2^*}{E_2^*}\right)^2 + \left(\frac{1-\beta^*}{\beta^*}\right)^2 \left(\frac{\Delta \theta^*}{2 \operatorname{tg}(\theta^*/2)}\right)^2, \quad (8)$$

где  $\beta^* = \sqrt{1-1/\xi^2}$ ,  $\xi = \sin(\theta^*/2) / \sin(\theta_m^*/2)$ . В соответствии с выражениями (6) и (7) в формуле (8) заменим величины в системе центра масс ( $\pi^-p$ ) соответствующими величинами в лабораторной системе:

$$\left(\frac{\Delta m_2}{m_2}\right)^2 \approx \left(\frac{\Delta E_2}{E_2}\right)^2 + \left(\frac{1-\beta}{\beta}\right)^2 \left(\frac{\Delta \theta}{2 \operatorname{tg}(\theta/2)}\right)^2, \quad (8')$$

где  $\beta = \sqrt{1-1/\xi^2}$  и параметр  $\xi$  определяется углами  $\theta$  и  $\theta_m$  в л.с. Если энергии фотонов измеряются ливневыми черенковскими спектрометрами, то ошибки энергий определяются формулами  $\Delta E_1 = c_1 \sqrt{E_1}$  и  $\Delta E_2 = c_2 \sqrt{E_2}$ . Будем считать константы спектрометров равными  $c_1 = c_2 = c$ . Тогда формула (8') примет вид

$$\left(\frac{\Delta m_2}{m_2}\right)^2 \approx \left(\frac{c}{\sqrt{E/2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{1+\beta}}\right)^2 + \left(\frac{1-\beta}{\beta}\right)^2 \left(\frac{\Delta \theta}{2 \operatorname{tg}(\theta/2)}\right)^2, \quad (8'')$$

где  $E = E_1 + E_2$ . В этих обозначениях формулы для ошибки массы  $m = \sqrt{E_1 E_2} \sin(\theta/2)$  и для ошибки лоренц-фактора  $\gamma = E/m$  имеют вид

$$\left(\frac{\Delta m}{m}\right)^2 = \left(\frac{c}{\sqrt{E/2}} \cdot \frac{1}{\sqrt{2(1-\beta^2)}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta \theta}{2 \operatorname{tg}(\theta/2)}\right)^2, \quad (9)$$

$$\left(\frac{\Delta\gamma}{\gamma}\right)^2 = \left(\frac{c}{\sqrt{E/2}} \cdot \frac{\beta}{\sqrt{2(1-\beta^2)}}\right)^2 + \left(\frac{\Delta\theta}{2 \operatorname{tg}(\theta/2)}\right)^2 \quad (10)$$

На рис. 4 приведены графики зависимостей от параметра  $\beta(\xi)$  весовых множителей перед энергетическими и угловыми ошибками масс  $m_2$ ,  $m$  и лоренц-фактора  $\gamma$  :

$$a_{m_2}(\beta, E) = 1 / \sqrt{1 + \beta} ,$$

$$a_{m_2}(\beta, \theta) = (1 - \beta) / \beta ,$$

$$a_m(\beta, E) = 1 / \sqrt{2(1 - \beta^2)} ,$$

$$a_\gamma(\beta, E) = \beta / \sqrt{2(1 - \beta^2)} .$$

Из рисунка видно, что по крайней мере в доле  $p = 1 - \sqrt{1 - 1/\xi_1^2} \approx 1/2$  ( $\xi_1 = 1,15$ ) распадов формула (5) дает более высокую точность, чем формула (2), и в  $\approx 27\%$  ( $\xi_1 \approx 1,47$ )  $(\Delta m_2 / m_2) < (\Delta \gamma / \gamma)$ .

#### Краткие выводы

Измерение углов вылета и одной энергии (большой) распадных фотонов позволяет восстановить массу распадающегося резонанса. Для наиболее асимметричных распадов данный способ дает более высокую точность, чем другие способы, применяющиеся в случае полных энергетических и угловых измерений.

#### Л и т е р а т у р а

1. М.С.Хвастунов. Сообщение ОИЯИ, 1-4475, Дубна, 1969.

Рукопись поступила в издательский отдел

10 ноября 1969 года.



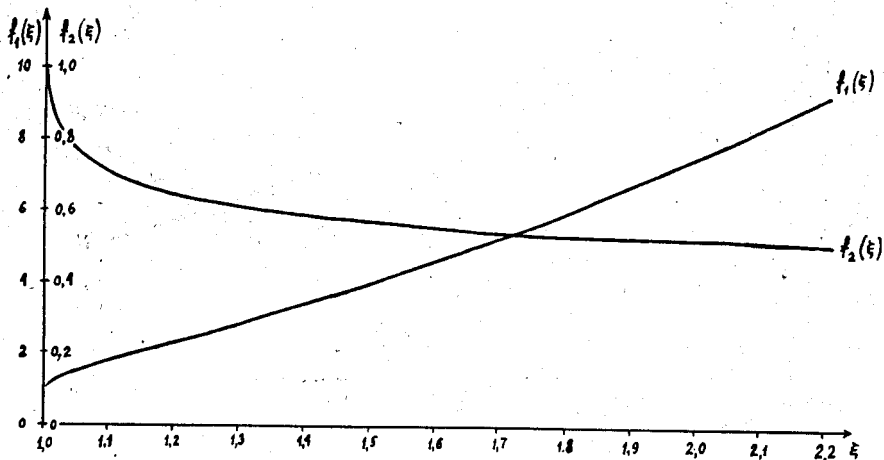


Рис. 1. Графики функций  $f_1(\xi)$  и  $f_2(\xi)$ .

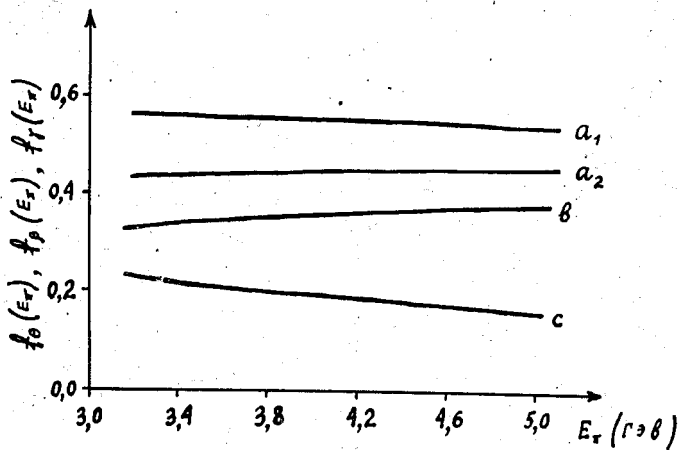


Рис. 2. Графики зависимостей  $f_\theta(E_\pi)$  для легкого ( $m \ll m_p$ ) резонанса (кривая  $a_1$ ) и для тяжелого ( $m \approx m_p$ ) резонанса (кривая  $a_2$ ),  $f_\gamma(E_\pi)$  - кривая  $b$  и  $f_\beta(E_\pi)$  - кривая  $c$ .

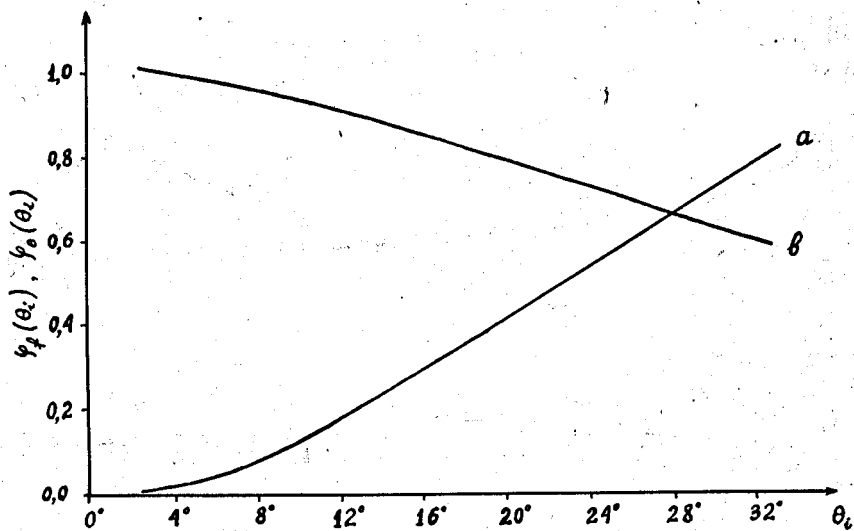


Рис. 3. Графики зависимостей  $\phi_\gamma(\theta_1)$  - кривая а и  $\phi_\theta(\theta_1)$  - кривая б.

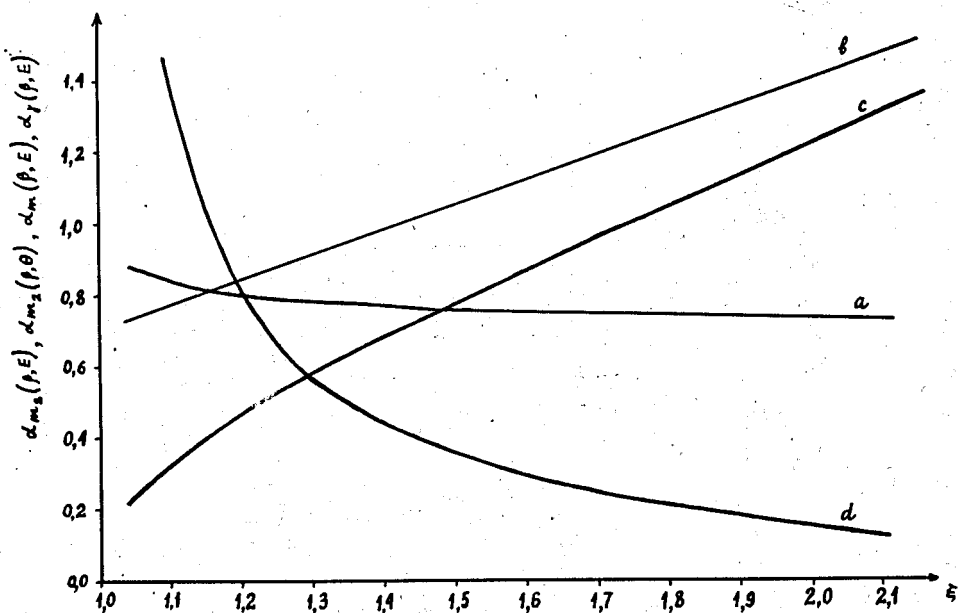


Рис. 4. Графики зависимостей  $\alpha_{m_2}(\beta, E)$  - кривая а,  $\alpha_{m_2}(\beta, \theta)$  - кривая д,  $\alpha_m(\beta, E)$  - кривая б и  $\alpha_\gamma(\beta, E)$  - кривая с.