Московский физико-технический институт
(государственный университет)

Семестровая контрольная работа по ТФКП

Курс: 3, Вариант: 1, весенний семестр 2002/2003 уч.г.

---

1. ③ Разложить в ряд Лорана по степеням $(z-1)$ в окрестности точки $z_0 = -1$ функцию

$$f(z) = \frac{z+8}{(z-1)(z+2)^2}$$

и указать область сходимости.

---

2. ④ Найти все особые точки функции

$$f(z) = \frac{\cos\dfrac{\pi i}{2(z-1)}}{e^{\pi z} + e^{\pi}},$$

определить их тип. Ответ обосновать.

Применяя теорию вычетов, вычислить интегралы:

3. ④ $$\oint\limits_{|z-\pi|=4} \frac{\cos\dfrac{1}{z}}{1-\cos z}\, dz\,.$$

---

4. ④ $$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^3 \sin(1-\sqrt{2}x)}{(2x^2+1)^2}\, dx.$$

---

5. ⑤ $$\int_1^2 \frac{dx}{x\sqrt[3]{(2-x)^2(x-1)}}\,.$$

---

6. ⑦ Пусть $h(z)$ — регулярная ветвь многозначной функции $\operatorname{Ln}\dfrac{z+1}{2+iz}$ в плоскости с разрезом по кривой

$$\gamma = \left\{ z \mid\ |z| = 2,\ -\pi \leqslant \arg z \leqslant \frac{\pi}{2} \right\} \cup [-2,\,-1]$$

такая, что $\operatorname{Im} h(\infty) = -\dfrac{\pi}{2}$. Найти $h(0)$ и вычислить интеграл

$$J = \oint\limits_{|z|=\frac{1}{2}} \frac{h(z)}{\sin^3 z}\, dz.$$

Московский физико-технический институт
(государственный университет)

Семестровая контрольная работа по ТФКП

Курс: 3, Вариант: 2, весенний семестр 2002/2003 уч.г.

---

1. ③ Разложить в ряд Лорана по степеням $(z+4)$ в окрестности точки $z_0 = -1{,}5$ функцию

$$f(z) = \frac{z+4}{z^2+7z+6}$$

и указать область сходимости.

---

2. ④ Найти все особые точки функции

$$f(z) = \frac{e^{\frac{1}{z-2i}}}{1-\cos i\pi z},$$

определить их тип. Ответ обосновать.

Применяя теорию вычетов, вычислить интегралы:

3. ④ $$\oint\limits_{|z-\frac{\pi}{2}|=2} \frac{\sin\frac{1}{z^2}}{1+\cos z}\,dz\,.$$

---

4. ④ $$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^3\cos(1-2x)}{(2x^2+1)(x^2+4)}\,dx.$$

---

5. ⑤ $$\int_{-1}^{3} \frac{x\,dx}{\sqrt[3]{(3-x)(x+1)^2}}\,.$$

---

6. ⑦ Пусть $g(z)$ — регулярная ветвь многозначной функции $\{\sqrt{4z^2+1}\}$ в плоскости с разрезом по кривой

$$\gamma = \left\{z \mid |z| = \frac{1}{2},\ \operatorname{Re} z \geqslant 0\right\}$$

такая, что $g(0) = -1$. Пусть $f(z) = \dfrac{z}{(g(z)+3)^2}$.

Найти $\operatorname*{res}\limits_{\infty} f$ и вычислить интеграл

$$J = \oint\limits_{|z|=1} f(z)\,dz.$$

Московский физико-технический институт
(государственный университет)

Семестровая контрольная работа по ТФКП

Курс: 3, Вариант: 3, весенний семестр 2002/2003 уч.г.

1.③ Разложить в ряд Лорана по степеням $(z+2)$ в окрестности точки $z_0 = -3$ функцию

$$f(z) = \frac{4(z+1)}{z^3 + 2z^2}$$

и указать область сходимости.

2.④ Найти все особые точки функции

$$f(z) = \frac{\sin \pi i z}{e^{\frac{\pi}{z+i}} - i},$$

определить их тип. Ответ обосновать.

Применяя теорию вычетов, вычислить интегралы:

3.④ $$\oint\limits_{|z-\pi i|=5} \frac{\operatorname{ch}\frac{1}{z}}{1 - \operatorname{ch} z}\, dz\,.$$

4.④ $$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^3 \cdot \sin(2-x)}{(x^2+2)^2}\, dx.$$

5.⑤ $$\int_{-1}^{1} \frac{dx}{(2+x)\sqrt[3]{(1-x)^2(1+x)}}\,.$$

6.⑦ Пусть $h(z)$ — регулярная ветвь многозначной функции $\operatorname{Ln}\dfrac{2+z}{iz-1}$ в плоскости с разрезом по кривой

$$\gamma = \left\{ z \mid |z| = 1,\ -\frac{\pi}{2} \leqslant \arg z \leqslant \pi \right\} \cup [-2, -1]$$

такая, что $\operatorname{Im} h(\infty) = \dfrac{3\pi}{2}$. Найти $h(0)$ и вычислить интеграл

$$J = \oint\limits_{|z|=\frac{1}{2}} \frac{h(z)}{\operatorname{sh}^3 z}\, dz.$$

Московский физико-технический институт
(государственный университет)

Семестровая контрольная работа по ТФКП

Курс: 3, Вариант: 4, весенний семестр 2002/2003 уч.г.

1.③ Разложить в ряд Лорана по степеням $(z+1)$ в окрестности точки $z_0 = 3{,}5$ функцию

$$f(z) = \frac{6z - z^2}{z^2 + 3z - 18}$$

и указать область сходимости.

2.④ Найти все особые точки функции

$$f(z) = \frac{e^{\frac{1}{i-z}}}{\sin\frac{\pi i z}{2} + 1},$$

определить их тип. Ответ обосновать.

Применяя теорию вычетов, вычислить интегралы:

3.④ $$\oint\limits_{\left|z+\frac{\pi i}{2}\right|=2} \frac{\sin\frac{1}{z^2}}{1+\operatorname{ch} z}\,dz\,.$$

4.④ $$\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{x^3\cos(2-x)}{(x^2+2)(4x^2+1)}\,dx.$$

5.⑤ $$\int_{-1}^{1} \frac{2-x}{\sqrt[3]{(1-x)(1+x)^2}}\,dx.$$

6.⑦ Пусть $g(z)$ — регулярная ветвь многозначной функции $\{\sqrt{1+2z^2}\}$ в плоскости с разрезом по кривой

$$\gamma = \left\{z \mid\ |z| = \frac{1}{\sqrt{2}}\,,\ -\frac{\pi}{2} \leqslant \arg z \leqslant \pi\right\}$$

такая, что $g(0) = 1$. Пусть $f(z) = \dfrac{z}{(g(z)+3)^2}$.
Найти $\operatorname*{res}\limits_{\infty} f$ и вычислить интеграл

$$J = \oint\limits_{|z|=1} f(z)\,dz.$$
